QCM **TEST — ANALYSE COMPLEXE**

Test
16/11/2018

Nom et prénom :

....

Pour chaque question cocher toutes les assertions justes ! Aucun document n'est autorisé. L'usage de la calculatrice est interdit. Il n'y a pas de piège, mais certaines questions nécessitent d'effectuer un calcul au brouillon.

Question 1 ♣ Parmi les fonctions de deux variables réelles x et y suivantes, cocher celles qui sont holomorphes (vues comme fonctions de la variable $z = x + iy$).

☐ $\frac{x}{x^2+y^2} - i\frac{y}{x^2+y^2}$ sur l'ouvert $x \neq 0$ ☐ $\ln(x^2+y^2) + 2i \arctan \frac{y}{x}$ sur l'ouvert $x \neq 0$
☐ $x(\cos y + i \sin y)$ sur l'ouvert $\mathbb{R}^2$. ☐ $x^2 - y^2 + 2ixy$ sur l'ouvert $\mathbb{R}^2$.
☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 2 ♣ Parmi les fonctions suivantes, cocher celles qui sont harmoniques (laplacien nul).

☐ $z \mapsto \exp |z|$ sur $\mathbb{C}^*$ ☐ $z \mapsto \ln |z|$ sur $\mathbb{C}^*$ ☐ $z \mapsto |z|$ sur $\mathbb{C}$
☐ $z \mapsto |z|$ sur $\mathbb{C}^*$ ☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 3 ♣ En l'origine, la fonction $\frac{\sin(1/z)}{1/z}$ admet

☐ une singularité essentielle ☐ un pôle
☐ une singularité apparente (effaçable) ☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 4 On définit une suite $(a_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ par $a_n = 3^n$ si $n \geq 0$ et $a_n = 2^n$ si $n < 0$. La couronne ouverte maximale de convergence de la série de Laurent $\sum_{n\in\mathbb{Z}} a_n z^n$ est :

☐ $\frac{1}{2} < |z| < 3$ ☐ vide ☐ $\frac{1}{3} < |z| < \frac{1}{2}$ ☐ $2 < |z| < 3$

Question 5 ♣ Soit $\gamma : [0, 1] \to \mathbb{C}, t \mapsto 1 + e^{it\pi}$. L'intégrale $\int_\gamma z dz$ vaut:

☐ $2i\pi$ ☐ $-2i\pi$ ☐ -2 ☐ 2
☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 6 ♣ Le résidu en l'origine de $z \mapsto \frac{1+z}{(e^z-1)^2}$ vaut

☐ 0 ☐ 1/2 ☐ 1 ☐ 2 ☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 7 ♣ Soit f la fonction méromorphe sur $\mathbb{C}$ définie par l'expression $\frac{1}{(1+z+z^2)^2}$. Les résidus aux pôles de f sont :

☐ De somme 1 ☐ Opposés ☐ Conjugués
☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*