

# Loi des sinus

Damien Mégy

13 octobre 2023

Prérequis : Pythagore, Angle inscrit/angle au centre, Thalès, parfois Al-Kashi.

## 1 Sans Al-Kashi

**Problème 1.** [Une preuve de la loi des sinus] Soit  $ABC$  un triangle, dont on note  $a$ ,  $b$  et  $c$  les côtés et  $\widehat{A}$ ,  $\widehat{B}$  et  $\widehat{C}$  les angles. On note  $O$  le centre du cercle circonscrit et  $R$  son rayon. Montrer que  $\frac{a}{\sin \widehat{A}} = 2R$ . En déduire que

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}}.$$

C'est la *loi des sinus*.

**Problème 2.** [Une autre preuve de la loi des sinus]

**Problème 3.**

**Problème 4.**

## 2 Avec Al-Kashi

**Problème 5.**

## Indications

---

**Exercice 1.** Projeter  $O$  sur  $[BC]$ , et utiliser le théorème de l'angle au centre.

**Exercice 2.**

**Exercice 3.**

**Exercice 4.**

**Exercice ??.**

---

## Correction

---

### Correction de l'exercice 1.

Soit  $P$  le projeté orthogonal de  $O$  sur  $[BC]$ . On a  $\widehat{BOC} = 2\hat{A}$ , et donc  $\widehat{BOP} = \hat{A}$ . On en déduit

$$\sin \hat{A} = \sin \widehat{BOP} = \frac{BP}{BO} = \frac{a}{2R}.$$

### Correction de l'exercice 2.

### Correction de l'exercice 3.

### Correction de l'exercice 4.

### Correction de l'exercice ??.