

CONJUNTOS

1 Liste os elementos de cada um dos seguintes conjuntos

- a) $\{x \in \mathbb{Q} \mid x(x^2-2)(2x+3)=0\}$
- b) $\{x+y \mid x \in \{-1,0,1\}, y \in \{0,1,2\}\}$
- c) $\{x/y \mid x,y \in \mathbb{R}, x^2+y^2=25\}$ (cinco elementos)
- d) $\wp(\emptyset)$
- e) $\wp(\{a,b,c,d\}) \cap \{X \mid |X|=3\}$ $|X|$ denota a cardinalidade de X , o nº de elementos de X

2 Relativamente a cada uma das afirmações seguintes, indique justificadamente quais as verdadeiras e quais as falsas.

- a) $\emptyset \subseteq \emptyset$
- b) $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$
- c) $\emptyset \in \emptyset$
- d) $\emptyset \in \{\emptyset\}$
- e) $\{1,2\} \not\subset \{1,2,3,\{1,2,3\}\}$
- f) $\{1,2\} \subset \{1,2,\{\{1,2\}\}\}$
- g) $\{1,2\} \in \{1,2,\{\{1,2\}\}\}$
- h) $(A \subseteq B \wedge B \subseteq C) \rightarrow A \subseteq C$
- i) $(A \in B \wedge B \in C) \rightarrow A \in C$
- j) $(A \in B \wedge B \subseteq C) \rightarrow A \in C$
- k) $(A \in B \wedge B \subseteq C) \rightarrow A \subseteq C$
- l) $(A \subseteq B \wedge B \in C) \rightarrow A \subseteq C$
- m) $C \in \wp(A) \leftrightarrow C \subseteq A$
- n) $A \subseteq B \leftrightarrow \wp(A) \subseteq \wp(B)$

3 Prove que $A \cap B = A \leftrightarrow A \subseteq B$.

4 Intervalos. Seja a seguinte definição da notação de intervalos para conjuntos de números em \mathfrak{R} , o conjunto dos números reais.

$$[a,b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$$

$$]a,b[= \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\} \quad \text{os extremos não pertencem ao conjunto}$$

$$]-\infty, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq b\}$$

$$[a, \infty[= \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x\}$$

Se $A = [-4,4]$ e $B = [0,5]$, quanto vale

- a) $A \setminus B$
- b) $B \setminus A$
- c) A^c ?

- 5 Leis de De Morgan.** Prove que $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$.
- 6 Diferença simétrica.** Usando diagramas de Venn mostre que \oplus é uma operação associativa.
- 7 Operações em conjuntos**
- Descreva o conjunto $(A \cap (B \setminus C))^c \cap A$ sem utilizar o símbolo c de conjunto complementar.
- 8 Produto cartesiano.** Prove que $(A \times B) \cup (A \times C) \subseteq A \times (B \cup C)$.
- 9 Afirmações em conjuntos.** As afirmações seguintes são verdadeiras ou falsas? Forneça provas ou contraexemplos.
- $A \times B \subseteq C \times D \rightarrow A \subseteq C \wedge B \subseteq D$
 - $(A \setminus B) \times (C \setminus D) = (A \times C) \setminus (B \times D)$
- 10 Representação de informação.** O conjunto universal neste exercício é o conjunto dos estudantes da FEUP. Seja M o conjunto dos estudantes de Mecânica, I os de Informática, T os estudantes que tiveram teste na sexta, P os estudantes que comeram pizza na quinta. Utilizando apenas a notação da teoria dos conjuntos, reescreva as afirmações seguintes:
- Só alunos de Informática tiveram teste na sexta.
 - Nenhum estudante de Mecânica comeu pizza na quinta.
 - Os estudantes de Informática que não tiveram teste na sexta comeram pizza na quinta.
 - Os estudantes de Informática ou de Mecânica que não comeram pizza na quinta tiveram teste na sexta.
- 11 Representação de informação.** Seja P o conjunto dos números primos e E o conjunto dos números inteiros pares. \mathbb{Z} é o conjunto dos números inteiros e \mathbb{N} o conjunto dos números naturais. Represente as afirmações seguintes usando as operações sobre conjuntos.
- Existe um número primo par.
 - 0 é um inteiro mas não um número natural.
 - Cada primo é tanto um número natural como um inteiro.
 - Todos os primos exceto 2 são ímpares.
- 12 Representação de informação.** A descrição de uma dada situação assenta nos seguintes conjuntos.
- $D = \{x \mid x \text{ é dextro}\}$, isto é, escreve com a mão direita.
- $C = \{x \mid x \text{ é criança}\}$
- $I = \{x \mid x \text{ é inteligente}\}$
- $F = \{x \mid x \text{ come fígado}\}$
- $X = \{x \mid x \text{ come cebola}\}$
- Usando a linguagem dos conjuntos, exprima as seguintes frases:
- As crianças são dextros (escrevem com a mão direita) ou inteligentes.

- b) Nenhuma criança inteligente come fígado.
- c) Os adultos só comem cebola se forem inteligentes.
- d) As pessoas que não comem fígado nem cebola são crianças.

13 A descrição de uma dada situação assenta nos seguintes conjuntos.

$$C = \{x \mid x \text{ é chimpanzé}\}$$

$$M = \{x \mid x \text{ é mamífero}\}$$

$$S = \{x \mid x \text{ é serpente}\}$$

$$R = \{x \mid x \text{ é réptil}\}$$

$$P = \{x \mid x \text{ é papagaio}\}$$

$$A = \{x \mid x \text{ é afetuoso}\}$$

$$Z = \{x \mid x \text{ é animal}\}$$

Usando a linguagem dos conjuntos, exprima as seguintes frases:

- a) Os mamíferos que não são afetuosos são chimpanzés.
- b) Os animais exceto as serpentes são afetuosos.
- c) Há pelo menos uma serpente afetuosa.
- d) Só as serpentes são répteis.