




## Mapas de Karnaugh, circuitos e redução de operadores

Dada a seguinte expressão Booleana

$$(\neg B \wedge ((\neg A \wedge C) \vee \neg C)) \vee (A \wedge \neg(B \wedge C))$$



a) Desenhe um circuito lógico que, a partir das variáveis Booleanas A, B e C

e usando os operadores lógicos NOT , AND  e OR  calcule a expressão dada. De quantas portas de cada tipo necessita?

b) Obtenha uma forma normal disjuntiva que lhe seja equivalente.

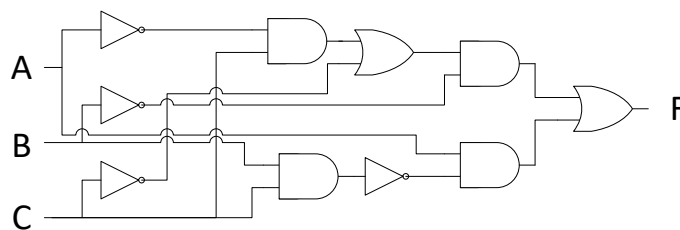
c) Construa o mapa de Karnaugh correspondente e simplifique a expressão.

d) Desenhe o circuito lógico simplificado.

e) Idem mas só com NAND  (ou só com NOR ).

---

a) 4 NOT, 4 AND e 2 OR



b) Aplicando uma sequência de transformações de equivalência:

$$(\neg B \wedge ((\neg A \wedge C) \vee \neg C)) \vee (A \wedge \neg(B \wedge C)) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (\neg B \wedge \neg A \wedge C) \vee (\neg B \wedge \neg C) \vee (A \wedge \neg B) \vee (A \wedge \neg C)$$

c) O mapa de Karnaugh com três variáveis tem a forma da figura. O preenchimento dos “x” é feito a partir de cada conjunção da forma normal disjuntiva. Assim, a primeira conjunção corresponde ao “x” a amarelo no mapa. A seguir, agrupam-se os “x” nos maiores grupos possíveis que sejam potências de 2 (1,2,4,8, ...), de forma retangular ou quadrada, tendo em atenção que as arestas opostas devem ser consideradas como adjacentes, fazendo o mapa “dar a volta” e transformando-o num toroide.

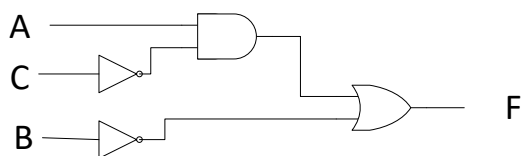
	A		$\sim A$	
B	x			
$\sim B$	x	x	x	x
	$\sim C$	C	$\sim C$	

$$F = \sim B \vee (A \wedge \sim C)$$

Exemplo de um mapa vazio para quatro variáveis.

	A		$\neg A$	
B				
$\neg B$				
	$\neg C$	C	$\neg C$	

d) O circuito lógico fica muito mais simples



e) Recordando que a porta NAND se define como  $\text{NAND}(P, Q) = \neg(P \wedge Q)$ , há que transformar a expressão para só ter estruturas dessas:

$$\neg B \vee (A \wedge \neg C) \Leftrightarrow \neg(B \wedge \neg(A \wedge \neg C)) \Leftrightarrow \neg(B \wedge \neg(A \wedge \neg(C \wedge C)))$$

