Data de início	Quarta, 18 Janeiro 2017, 13:40
Estado	Teste enviado
Data de submissão:	Quarta, 18 Janeiro 2017, 15:27
Tempo gasto	1 hora 47 minutos
Nota	**13,00** de um máximo de 20,00 (**65**%)

Pergunta 1

Respondida Pontuou 1,000 de 1,000 Destacar pergunta

Obtenha a decomposição em fatores primos de 70 e de 4900.

$4900= 2^2 * 5^2 * 7^2$

$70 = 2*5*7$

Comentário:

Pergunta 2

Respondida Pontuou 1,000 de 1,000 Destacar pergunta

Quantos números naturais menores do que 28 são primos com 28? Nota: 1 é primo com qualquer outro número natural.

Resposta: 12

Pergunta 3

Respondida Pontuou 1,000 de 1,000 Destacar pergunta

Qual o maior número primo menor do que 1000?

Resposta: 997

Pergunta 4

Respondida Pontuou 1,000 de 1,000 Destacar pergunta

Sabendo que

$a= 569^5 * 2677^2 * 7717^{49}$,

$b= 569^3 * 2677^4 * 7717^{43}$

e que mdc(a,b) = $569^x * 2677^y * 7717^z$,

qual o valor de y?

Resposta: 2

Pergunta 5

Respondida Pontuou 1,000 de 1,000 Destacar pergunta

Calcule o valor de 3962^{15434} (mod 7717).

Resposta: 1066

Pergunta 6

Respondida Pontuou 2,000 de 2,000 Destacar pergunta

Resolva a congruência 7717x ≡ 58372 (mod 131071).

Resposta: 59505

Pergunta 7

Respondida Pontuou 0,000 de 2,000 Destacar pergunta

Resolva o seguinte sistema de congruências.

$$\{ \begin{matrix} 5x + 7y \equiv 4 \\ 6x + 2y \equiv 12 \end{matrix} (mod\ 26)$$

Nota: Indique os cálculos intermédios. Não é considerada uma resolução por tentativas.

Comentário:

Pergunta 8

Respondida Pontuou 2,000 de 2,000 Destacar pergunta

Considere a seguinte afirmação:

1(1!) + 2(2!) + 3(3!) + … + n(n!) = (n+1)!-1, n é um número natural.

Caso seja verdadeira, apresente uma prova por indução. Caso contrário, apresente um contraexemplo.

Estrutura indutiva: números naturais, n>=1

Afirmação a provar: 1(1!) + 2(2!) + 3(3!) + … + n(n!) = (n+1)!-1

Caso base: n=1

1*1! = 1

(1+1)!-1 = 1, logo o caso base confirma-se

Passo indutivo:

1(1!) + 2(2!) + 3(3!) + … + (n+1)((n+1)!)= 1(1!) + 2(2!) + 3(3!) + … + n(n!) +(n+1)((n+1)!) , pela hipotese de induçao:

= (n+1)!-1 + (n+1)((n+1)!), colocando o fatorial em evidencia:

=(n+2)*(n+1)!-1, pela definição de fatorial

=(n+2)!-1

=((n+1)+1)!-1

Como está provado para n+1, a afirmação é verdadeira

Comentário:

Pergunta 9

Respondida Pontuou 2,000 de 2,000 Destacar pergunta

Considere a seguinte afirmação:

$1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{(2n+1)^2}{8}$, n é um número natural.

Caso seja verdadeira, apresente uma prova por indução. Caso contrário, apresente um contraexemplo.

A afirmação é falsa. Veja-se o exemplo em que n=4:

1+2+3+4=10

mas ((2*4+1)^2)/8 é igual a 10,125, logo existe pelo menos um caso em que a afirmação não se verifica, logo é falsa.

Comentário:

Pergunta 10

Respondida Pontuou 0,000 de 2,000 Destacar pergunta

O número de identificação bancária (NIB) em Portugal é constituído por 21 dígitos com o seguinte formato: BBBBAAAACCCCCCCCCCCVV.

BBBB – banco

AAAA – agência

CCCCCCCCCCC – conta

VV – dígitos de verificação

Um NIB é válido se for congruente com 1 módulo 97.

Um dos algoritmos de verificação do NIB recomendados é multiplicar os dígitos do NIB pelos seguintes pesos e somar os resultados módulo 97. O resultado deve dar 1.

a_{20}	a_{19}	a_{18}	a_{17}	a_{16}	a_{15}	a_{14}	a_{13}	a_{12}	a_{11}	a_{10}	a_9	a_8	a_7	a_6	a_5	a_4	a_3	a_2	a_1	a_0
73	17	89	38	62	45	53	15	50	5	49	34	81	76	27	90	9	30	3	10	1

Explique a razão de ser deste algoritmo.

Nota: Se a tabela acima estiver no canto superior esquerdo de uma folha de cálculo, com o NIB na primeira linha e os pesos na segunda, a fórmula correspondente é =MOD(SUMPRODUCT(A2:U2;A1:U1);97).

Comentário:

Pergunta 11

Respondida Pontuou 2,000 de 2,000 Destacar pergunta

Resolva a relação de recorrência $a_n=4a_{n-1}+8^n$, $n\geq 1$, dado $a_0=1$.

Não se esqueça de verificar que a sua resposta está correta.

Solução homogénea:

$a_n-4a_{n-1}=0$

Polinómio característico: x-4=0, onde x=4, a que corresponde a solução $q_n=c4^n$, com c determinado mais tarde.

Solução particular: tentando com $p_n= b(8^n)$,

$b(8^n)= 4b(8^{n-1})+(8^n)$ e dividindo por (8^{n-1})

8b=4b+8

b=2

$p_n=2*(8^n)$

A solução geral é a soma da solução particular com homogénea, tendo ainda que descobrir c recorrendo à condição inicial:

$2*(8^0) + c4^0 = 1$

c=-1, logo

$a_n = -4^n + 2*(8^n)$

Prova por indução

Estrutura indutiva: naturais

Afirmação a provar: $a_n = -4^n + 2*(8^n)$

Caso base: n=0

-4^0+2*8^0=1

-4^0+2*8^0=1

a0=1, logo confirma-se para o caso base

Passo indutivo:

$a_{n+1} = 4a_n + 8^{n+1}$, pela hipotese de indução:

$a_{n+1} = 4((-4^n + 2*(8^n)) + 8^{n+1}$

$= -4^{n+1} + 8^{n+1} +8^{n+1}$

$=-4^{n+1} +2*8^{n+1}$

Está provado para n+1, logo a afirmação é verdadeira, logo a resposta está correta.

Comentário:

Pergunta 12

Respondida Pontuou 0,000 de 3,000 Destacar pergunta

A Alice e o Bob querem comunicar entre si de forma segura. Para isso, pretendem estabelecer uma chave comum, que possam vir a utilizar para cifrar e decifrar as mensagens futuras. No entanto, não têm oportunidade de se encontrar e apenas podem utilizar um canal não seguro. Resolvem então seguir um procedimento que se vai reproduzir neste exercício.

1) A Alice escolhe um número secreto, sA= 71, que não vai enviar pela rede. O Bob, por sua vez, também escolhe um número secreto sB= 84.

2) A seguir combinam pela rede usar a função $f(x)=c^x$ (mod p), em que c=30 e que p=131071 é primo.

3) A Alice calcula fA=f(sA) e o Bob calcula fB=f(sB).

4) Trocam pela rede fA e fB.

5) A Alice calcula $kA= fB^{sA}$ (mod 131071) e o Bob calcula $kB=fA^{sB}$ (mod 131071). Cada qual mantem o resultado secreto e usa-o como chave para cifrar as mensagens seguintes.

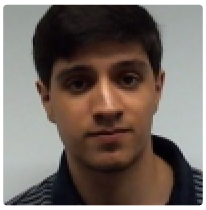
Calcule fA, fB, kA, kB.

Qual a relação entre kA e kB?

Esta relação é casual ou consegue provar que tem que ser assim, independentemente dos números sA e sB escolhidos?

Comentário:

NAVEGAÇÃO NO TESTE



Pedro Miguel Sousa Fernandes

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

Mostrar uma página de cada vez

Terminar revisão

Nome de utilizador: Pedro Miguel Sousa Fernandes (Sair)

Gestão e manutenção da plataforma Moodle U.PORTO da responsabilidade da unidade de Tecnologias Educativas da UPdigital. Mais informações:
apoio.elearning@uporto.pt | +351 22 040 81 91 | http://elearning.up.pt