Questão 9

Matrizes Ortogonais

Arquivo: Q09.[c|cpp|java|py]
Tempo limite de execução: 1 segundo

Matrizes Ortogonais comumente aparecem em variadas aplicações na Álgebra Linear Computacional. Naturalmente matrizes ortogonais são produtos de rotações, reflexões e suas combinações. Essas matrizes também são empregadas em diversas aplicações tais como: decomposições de matrizes (por exemplo, decomposição QR e decomposição SVD); randomizações (por exemplo, Método de Monte Carlo); problema da matriz ortogonal mais próxima (encontrar uma matriz ortogonal que melhor aproxima um mapeamento de uma matriz A em uma matriz B); entre outras.
Dada uma matriz quadrada Q de ordem n:

- Q é ortogonal se $Q^{-1} = Q^T$ ou $QQ^T = I$
- Q é ortogonal se suas colunas formam um conjunto de vetores ortonormais.
- Q é ortogonal se suas linhas formam um conjunto de vetores ortonormais.
- Q é ortogonal $\Leftrightarrow$ Q^T é ortogonal.
- Q é ortogonal $\Rightarrow$ $det(Q) = \pm 1$

Um conjunto de vetores C_1 , C_2 , . . . , C_n são vetores ortonormais se todos os vetores são mutuamente ortogonais e unitários, ou seja:

$$c_i \perp c_j \ \forall \ i \neq j \text{ e } \|c_i\| = 1.$$

Em geral, as matrizes ortogonais também são matrizes esparsas, ou seja, são matrizes que possuem uma grande quantidade de coeficientes nulos, sendo imperativo considerar um armazenamento otimizado quando essas matrizes são de grande porte.
Escrever um programa que leia um arquivo contendo os dados de matrizes **esparsas** com coeficientes **inteiros** e dizer se tais matrizes são ortogonais ou não. A seguir um exemplo dos arquivos de entrada e de saída para as matrizes Q_1 e Q_2 . Os dois primeiros inteiros representam a ordem da matriz e o número de coeficientes não nulos. As sequências de 3 inteiros que seguem representam as posições i, j e o coeficiente a_{ij} .Os testes terminam quando um inteiro nulo é lido.

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad Q_2 = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 10 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 11 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 5 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 13 \end{bmatrix}$$

Exemplos

Entrada	**Saída**
4 4 1 4 -1 2 3 1 3 1 -1 4 2 1 5 12 1 1 8 1 3 1 1 5 3 2 2 10 2 3 5 3 2 4 3 3 11 3 5 1 4 3 2 4 4 5 5 1 2 5 5 13 0	sim nao