

LA MEDIANA

La *mediana* de un conjunto de números ordenados en magnitud es o el valor central o la media de los dos valores centrales.

EJEMPLO 8. El conjunto de números 3, 4, 4, 5, 6, 8, 8, 8 y 10 tiene mediana 6.

EJEMPLO 9. El conjunto de números 5, 5, 7, 9, 11, 12, 15 y 18 tiene mediana $\frac{1}{2}(9 + 11) = 10$.

LA MODA

La *moda* de un conjunto de números es el valor que ocurre con mayor frecuencia; es decir, el valor más frecuente. La moda puede no existir, e incluso no ser única en caso de existir.

EJEMPLO 10. El conjunto 2, 2, 5, 7, 9, 9, 9, 10, 10, 11, 12 y 18 tiene moda 9.

EJEMPLO 11. El conjunto 3, 5, 8, 10, 12, 15 y 16 no tiene moda.

EJEMPLO 12. El conjunto 2, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 7, 7, 7 y 9 tiene dos modas, 4 y 7, y se llama *bimodal*.

Una distribución con moda única se dice *unimodal*.

LA MEDIA GEOMETRICA G

La *media geométrica* G de un conjunto de N números positivos $X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$ es la raíz N -ésima del producto de esos números:

$$G = \sqrt[N]{X_1 X_2 X_3 \cdots X_N} \quad (11)$$

EJEMPLO 13. La media geométrica de 2, 4 y 8 es $G = \sqrt[3]{(2)(4)(8)} = \sqrt[3]{64} = 4$.

Podemos calcular G por logaritmos (véase Prob. 3.35) o con una calculadora. Para la media geométrica de datos agrupados, véanse Problemas 3.36 y 3.91.

LA MEDIA ARMONICA H

La *media armónica* H de un conjunto de números $X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$ es el recíproco de la media aritmética de los recíprocos de esos números:

$$\frac{1}{H} = \frac{\sum \frac{1}{X}}{N} = \frac{1}{N} \sum \frac{1}{X} \quad (13)$$

EJEMPLO 14. La media armónica de los números 2, 4 y 8 es

$$H = \frac{3}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}} = \frac{3}{\frac{7}{8}} = 3.43$$

LA MEDIA CUADRÁTICA (MQ)

La *media cuadrática* (MQ) de un conjunto de números X_1, X_2, \dots, X_N se suele denotar por $\sqrt{\bar{X}^2}$ y se define como

$$MQ = \sqrt{\bar{X}^2} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N X_j^2}{N}} = \sqrt{\frac{\sum X^2}{N}} \quad (15)$$

Este tipo de promedio se utiliza con frecuencia en las aplicaciones físicas.

EJEMPLO 16. La media cuadrática del conjunto 1, 3, 4, 5 y 7 es

$$\sqrt{\frac{1^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 7^2}{5}} = \sqrt{20} = 4.47$$

LA MEDIA ARITMÉTICA

3.6. Las notas de un estudiante en seis exámenes fueron 84, 91, 72, 68, 87 y 78. Hallar la media aritmética.

Solución

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N} = \frac{84 + 91 + 72 + 68 + 87 + 78}{6} = \frac{480}{6} = 80$$

A menudo se usa el término *promedio* como sinónimo de *media aritmética*. Estrictamente hablando, sin embargo, esto es incorrecto, porque hay otros promedios además de la media aritmética.

3.7. Diez medidas del diámetro de un cilindro fueron anotadas por un científico como 3.88, 4.09, 3.92, 3.97, 4.02, 3.95, 4.03, 3.92, 3.98 y 4.06 centímetros (cm). Hallar la media aritmética de tales medidas.

Solución

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N} = \frac{3.88 + 4.09 + 3.92 + 3.97 + 4.02 + 3.95 + 4.03 + 3.92 + 3.98 + 4.06}{10} = \frac{39.82}{10} = 3.98 \text{ cm}$$

3.8. Los salarios anuales de 4 individuos son \$15,000, \$16,000, \$16,500 y \$40,000.

(a) Hallar su media aritmética.

(b) ¿Puede decirse que ese promedio es *típico* de dichos salarios?

Solución

(a) Supuesto que todas las cifras eran significativas en los salarios anotados,

$$\bar{X} = \frac{\$15,000 + \$16,000 + \$16,500 + \$40,000}{4} = \frac{\$87,500}{4} = \$21,875$$

(b) La media \$21,875 no es ciertamente típica de esos salarios, y presentarla como un promedio sin más comentarios sería muy engañoso. Una gran desventaja de la media es que se ve muy afectada por valores extremos.

- 3.9. Hallar la media aritmética de los números 5, 3, 6, 5, 4, 5, 2, 8, 6, 5, 4, 8, 3, 4, 5, 4, 8, 2, 5 y 4.

Solución

Primer método

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N} = \frac{5+3+6+5+4+5+2+8+6+5+4+8+3+4+5+4+8+2+5+4}{20} = \frac{96}{20} = 4.8$$

Segundo método

Hay 6 cincos, 2 treses, 5 cuatros, 2 doses y 3 ochos. Luego

$$\bar{X} = \frac{\sum fX}{\sum f} = \frac{\sum fX}{N} = \frac{(6)(5) + (2)(3) + (5)(4) + (2)(2) + (3)(8)}{6 + 2 + 5 + 2 + 3} = \frac{96}{20} = 4.8$$

- 3.11. Las calificaciones finales de un estudiante en cuatro asignaturas fueron 82, 86, 90 y 70. Si los respectivos créditos otorgados a esos cursos son 3, 5, 3 y 1, determinar una calificación media apropiada.

Solución

Usamos una media aritmética ponderada, con pesos dados por los créditos otorgados. Así pues,

$$\bar{X} = \frac{\sum wX}{\sum w} = \frac{(3)(82) + (5)(86) + (3)(90) + (1)(70)}{3 + 5 + 3 + 1} = 85$$

LA MEDIANA

- 3.25. Las notas de un estudiante en seis exámenes han sido 84, 91, 72, 68, 87 y 78. Hallar la mediana de esas notas.

Solución

Las notas ordenadas son 68, 72, 78, 84, 87 y 91. Como hay un número par de ellas, hay dos valores centrales, 78 y 84, cuya media aritmética $\frac{1}{2}(78 + 84) = 81$ es la nota pedida. Comparar con el Problema 3.6, donde la media aritmética era 80.

- 3.26. Cinco oficinistas cobran \$4.52, \$5.96, \$5.28, \$11.20 y \$5.75 a la hora. Hallar: (a) la mediana y (b) la media de esas cantidades.

Solución

- (a) Los salarios, en ordenación, son \$4.52, \$5.28, \$5.75, \$5.96 y \$11.20. Como hay un número impar de ellos, sólo hay un valor central, \$5.75, que es la mediana.
(b) La media aritmética es

$$\frac{\$4.52 + \$5.96 + \$5.28 + \$11.20 + \$5.75}{5} = \$6.54$$

Nótese que la mediana no se ve afectada por el valor extremo \$11.20, mientras que la media sí. En este caso, la mediana da mejor indicación del salario medio que la media.

LA MODA

3.31. Hallar la media, la mediana y la moda para los conjuntos: (a) 3, 5, 2, 6, 5, 9, 5, 2, 8, 6 y (b) 51.6, 48.7, 50.3, 49.5, 48.9.

Solución

(a) Ordenados, los números son 2, 2, 3, 5, 5, 5, 6, 6, 8 y 9.

$$\text{Media} = \frac{1}{10}(2 + 2 + 3 + 5 + 5 + 5 + 6 + 6 + 8 + 9) = 5.1$$

$$\text{Mediana} = \text{media aritmética de los dos centrales} = (5 + 5)/2 = 5$$

$$\text{Moda} = \text{número que aparece más veces} = 5$$

(b) En ordenación, los números son 48.7, 48.9, 49.5, 50.3 y 51.6.

$$\text{Media} = \frac{1}{5}(48.7 + 48.9 + 49.5 + 50.3 + 51.6) = 49.8$$

$$\text{Mediana} = \text{número medio} = 49.5$$

$$\text{Moda} = \text{número que aparece más veces (no existe aquí)}$$

LA MEDIA ARMONICA

3.39. Hallar la media armónica de los números 3, 5, 6, 6, 7, 10 y 12.

Solución

$$\begin{aligned}\frac{1}{H} &= \frac{1}{N} \sum \frac{1}{X} = \frac{1}{7} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{10} + \frac{1}{12} \right) = \frac{1}{7} \left(\frac{140 + 84 + 70 + 70 + 60 + 42 + 35}{420} \right) \\ &= \frac{501}{2940}\end{aligned}$$

$$\text{y} \quad H = \frac{2940}{501} = 5.87$$

A menudo conviene expresar antes las fracciones en forma decimal. Así

$$\frac{1}{H} = \frac{1}{7}(0.3333 + 0.2000 + 0.1667 + 0.1667 + 0.1429 + 0.1000 + 0.0833)$$

$$= \frac{1.1929}{7}$$

$$\text{y} \quad H = \frac{7}{1.1929} = 5.87$$

LA MEDIA CUADRATICA

3.42. Hallar la media cuadrática de los números 3, 5, 6, 6, 7, 10 y 12.

Solución

$$\text{Media cuadrática} = \text{MQ} = \sqrt{\frac{3^2 + 5^2 + 6^2 + 6^2 + 7^2 + 10^2 + 12^2}{7}} = \sqrt{57} = 7.55$$

PROBLEMAS SUPLEMENTARIOS

LA MEDIA ARITMETICA

- 3.53. Las notas de un estudiante han sido 85, 76, 93, 82 y 96. Hallar su media aritmética.
- 3.54. Los tipos de reacción de un individuo ante diversos estímulos, medidos por un psicólogo, fueron 0.53, 0.46, 0.50, 0.49, 0.52, 0.53, 0.44 y 0.55 segundos, respectivamente. Determinar su tiempo medio de reacción.
- 3.55. Un conjunto de números contiene 6 seises, 7 setes, 8 ochos, 9 nueves y 10 dieces. ¿Cuál es su media aritmética?
- 3.56. En laboratorio, teoría y problemas de Física, un estudiante ha sacado 71, 78 y 89 puntos, respectivamente.
- (a) Con pesos 2, 4, 5 asignados respectivamente a esas pruebas, ¿cuál es su puntuación media?
 - (b) Idem con los tres pesos iguales.

LA MEDIA ARITMETICA

- 3.53. Las notas de un estudiante han sido 85, 76, 93, 82 y 96. Hallar su media aritmética.
- 3.54. Los tipos de reacción de un individuo ante diversos estímulos, medidos por un psicólogo, fueron 0.53, 0.46, 0.50, 0.49, 0.52, 0.53, 0.44 y 0.55 segundos, respectivamente. Determinar su tiempo medio de reacción.
- 3.55. Un conjunto de números contiene 6 seises, 7 setes, 8 ochos, 9 nueves y 10 dieces. ¿Cuál es su media aritmética?
- 3.56. En laboratorio, teoría y problemas de Física, un estudiante ha sacado 71, 78 y 89 puntos, respectivamente.
- (a) Con pesos 2, 4, 5 asignados respectivamente a esas pruebas, ¿cuál es su puntuación media?
 - (b) Idem con los tres pesos iguales.

LA MEDIANA

- 3.65. Hallar la media y la mediana de estos conjuntos de números: (a) 5, 4, 8, 3, 7, 2, 9 y (b) 18.3, 20.6, 19.3, 22.4, 20.2, 18.8, 19.7, 20.0.
- 3.66. Hallar la puntuación media del Problema 3.53.
- 3.67. Hallar el tiempo de reacción medio en el Problema 3.54.
- 3.68. Hallar la mediana del conjunto de números del Problema 3.55.

LA MODA

- 3.76.** Hallar la media, la mediana y la moda de cada uno de estos conjuntos: (a) 7, 4, 10, 9, 15, 12, 7, 9, 7 y (b) 8, 11, 4, 3, 2, 5, 10, 6, 4, 1, 10, 8, 12, 6, 5, 7.
- 3.77.** Hallar la puntuación modal del Problema 3.53.
- 3.78.** Hallar el tiempo de reacción modal en el Problema 3.54.
- 3.79.** Hallar la moda del conjunto de números del Problema 3.55.

LA MEDIA GEOMETRICA

- 3.88.** Hallar la media geométrica de los números: (a) 4.2 y 16.8 y (b) 3.00 y 6.00.
- 3.89.** Hallar (a) la media geométrica G y (b) la media aritmética \bar{X} del conjunto 2, 4, 8, 16, 32.
- 3.90.** Hallar la media geométrica de los conjuntos: (a) 3, 5, 8, 3, 7, 2 y (b) 28.5, 73.6, 47.2, 31.5, 64.8.

LA MEDIA ARMONICA

- 3.97.** Hallar la media armónica de los números:
(a) 2, 3 y 6 y (b) 3.2, 5.2, 4.8, 6.1 y 4.2.
- 3.98.** Hallar (a) la media aritmética, (b) la media geométrica y (c) la media armónica de los números 0, 2, 4 y 6.

LA MEDIA CUADRATICA

- 3.104.** Hallar la media cuadrática de los números:
(a) 11, 23 y 35 y (b) 2.7, 3.8, 3.2 y 4.3.