Национальный исследовательский университет ИТМО
(Университет ИТМО)

Факультет систем управления и робототехники

Дисциплина: Дискретные системы управления

Отчет по лабораторной работе №4.

Синтез дискретных стабилизирующих алгоритмов управления

Вариант 4

Студенты:
Кулижников Е.Б.
Евстигнеев Д.М.
Группа: *R34423*

Санкт-Петербург
2022

Цель работы

Ознакомление с принципами синтеза дискретных регуляторов систем автоматического управления, работающих в режиме стабилизации.

Исходные данные

Исходные данные представлены в таблице 1.

Таблица 1 - Параметры ОУ

k_1	a_0^1	T_1	ξ	k_2	a_0^2	T_2	T
1	-	-	-	1.5	1	0.36	0.4

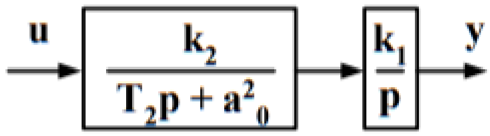

Рисунок 1 - Вид объекта управления

Порядок выполнения работы

1. Для заданного ОУ получим модель в пространстве состояний:

Вычислим передаточную функцию

$$W(p)=\frac{k_2}{T_2p+a_0^2}*\frac{k_1}{p}=\frac{1.5}{0.36p+1}*\frac{1}{p}=\frac{1.5}{0.36p^2+p}$$

Модель вход-выход:

$$0.36\ddot{y}+\dot{y}=1.5u$$

Векторно-матричная форма полученной модели:

$$\begin{cases}\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & -2.78\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\ 4.17\end{bmatrix}u\\ y=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}x\end{cases}$$

где

x — вектор состояния;

u — управляющее воздействие;

y — выходная или регулируемая переменная.

2. Осуществим переход к дискретному описанию ОУ

   Воспользуемся формулами:

$$A_d = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{A^i T^i}{i!}, B_d = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{A^{i-1} T^i}{i!} B.$$

   Полученные матрицы:

$$A_d = \begin{bmatrix} 1 & 0.24 \\ 0 & 0.33 \end{bmatrix}, B_d = \begin{bmatrix} 0.057 \\ 0.241 \end{bmatrix}$$

3. Произведем моделирование непрерывного и дискретного объектов. Графики переходных процессов представлены на рисунке 2.

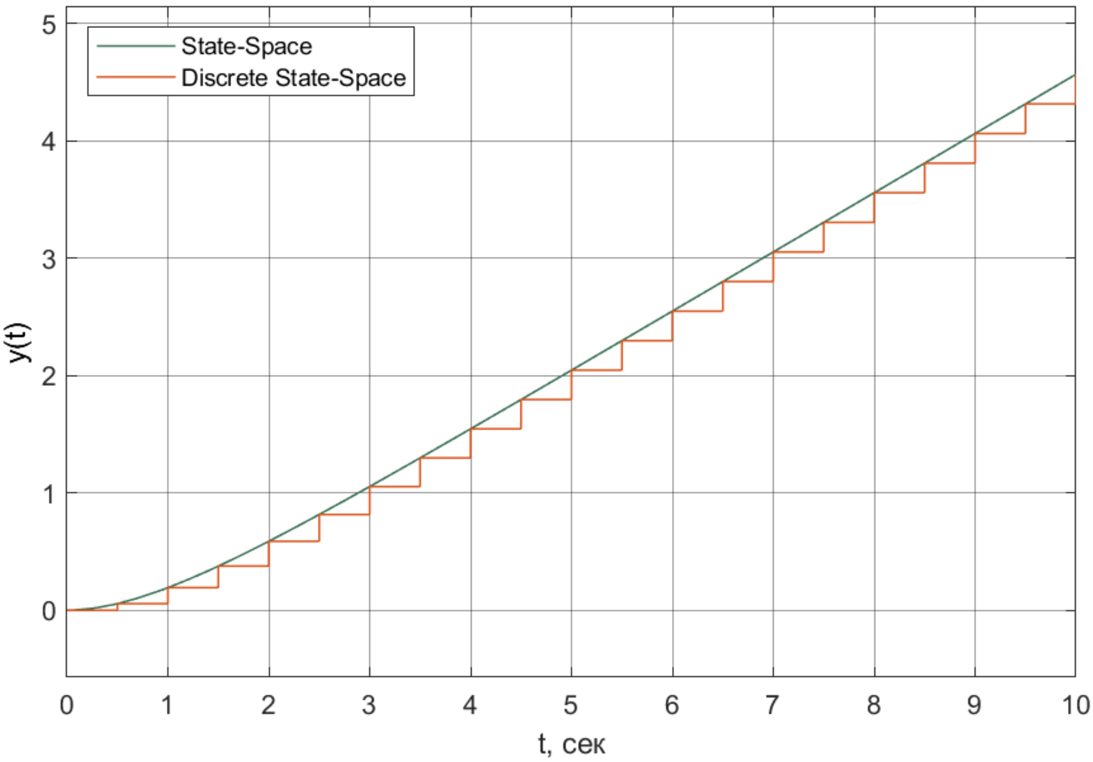

Рисунок 2 – Переходные процессы

4. По полученным графикам видно, что полученная дискретная система приближена к исходной.
5. Произведем проверку ОУ на
   a. полную управляемость

      Сформируем матрицу управления в виде

$$U_d = [B_d \quad A_d B_d] = \begin{bmatrix} 0.057 & 0.1153 \\ 0.241 & 0.0794 \end{bmatrix}$$

Определитель матрицы $\det(U_d) = -0.0233 \neq 0 \Rightarrow$ матрица полностью управляема.

b. устойчивость

Чтобы проверить систему на устойчивость приравняем характеристический полином к 0 и найдем его корни:

$$D(z) = \det(Iz - A_d) = z^2 - 1.33z + 0.33$$

$$z_1 = 1, z_2 = 0.33$$

Так как один из корней характеристического полинома равен 1, система находится на границе устойчивости.

6. Построим эталонную модель для корней оптимальной дискретной системы по быстродействию, то есть $z_i^* = 0$ при $i = \overline{1, n}$

$$\begin{cases} \xi(k+1) = \Gamma_d \xi(k) \\ \nu(k) = H_d \xi(k) \end{cases}$$

Матрицы Γ_d и H_d формируются в соответствии с требуемыми показателями качества. Из условия все корни характеристического полинома вещественные и одинаковые$z_i^* = z^*$, имеем матрицы:

$$\Gamma_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Теперь определим требуемый характеристический полином:

$$\mathrm{D(z)} = \det|\mathrm{Iz} - \Gamma_d| = \det\left|\mathrm{Iz} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\right| = z^2$$

Вычислим коэффициенты обратных связей:

$$k_{i+1}^* = a_i^* - a_i$$

Найдем a_i

Передаточная функция дискретной системы:

$$W(z) = C(zI - A_d)^{-1} B_d = \frac{0.23z + 0.1648}{z^2 - 1.33z + 0.33}$$

Сформируем канонически управляемую модель дискретного ОУ:

$$A_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.33 & 1.33 \end{bmatrix}, B_k = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C_k = \begin{bmatrix} 0.1648 & 0.23 \end{bmatrix}$$

Сформируем матрицу управляемости канонически управляемой модели дискретного ОУ:

$$U_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1.33 \end{bmatrix}$$

Определитель матрицы управляемости равен -1, значит, пара матриц полностью управляема.

Тогда матрица преобразования М находится в следующем виде:

$$M = U_d U_k^{-1} = \begin{bmatrix} 0.1788 & 0.28 \\ -1.13 & 1.13 \end{bmatrix}$$

7. Найдем матрицу линейных стационарных обратных связей.

Из матрицы A_k:

$$a_0 = 0.33, a_1 = -1.33.$$

$$k_1^k = a_0^* - a_0 = 0 - 0.33 = -0.33$$

$$k_2^k = a_1^* - a_1 = 0 + 1.33 = 1.33$$

Матрица линейных стационарных обратных связей в канонически управляемом базисе имеет вид:

$$K^k = [-0.33 \quad 1.33]$$

Теперь найдем матрицу линейных стационарных обратных связей в исходном базисе:

$$K_d = K^k M^{-1} = [2.1796 \;\; 0.6369]$$

Вычислим матрицу замкнутой системы, воспользовавшись формулой:

$$F_d = A_d - B_d K_d = \begin{bmatrix} 0.3897 & 0.0617 \\ -2.4629 & -0.3897 \end{bmatrix}$$

И найдем дискретный характеристический полином замкнутой системы:

$$D(z) = \det(Iz - F_d) = z^2$$

Полученный полином совпадает с желаемым характеристическим полиномом, а значит синтез системы проведен верно.

8. Промоделируем полученную замкнутую систему при начальных условиях $y(0) = 1, \dot{y}(0) = 0$. Схема моделирования и результаты представлены на рисунках 3 и 4.

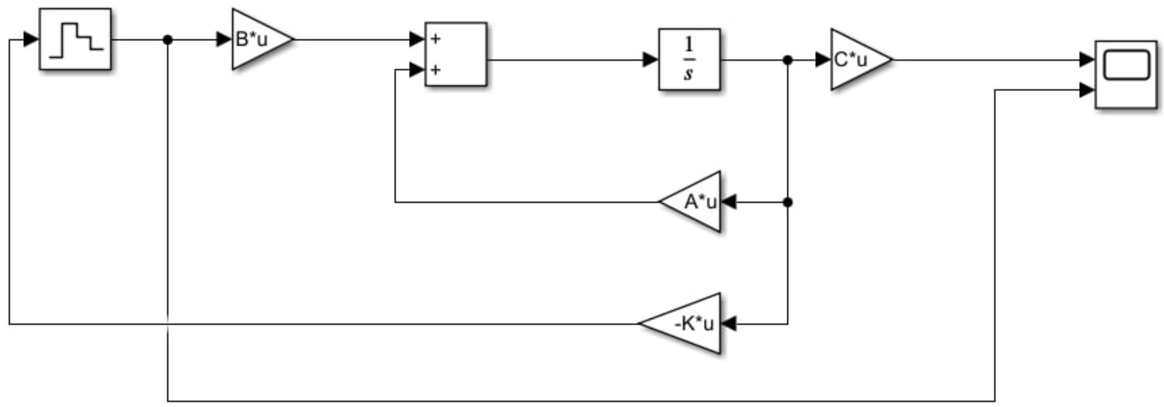

Рисунок 3 – Схема моделирования

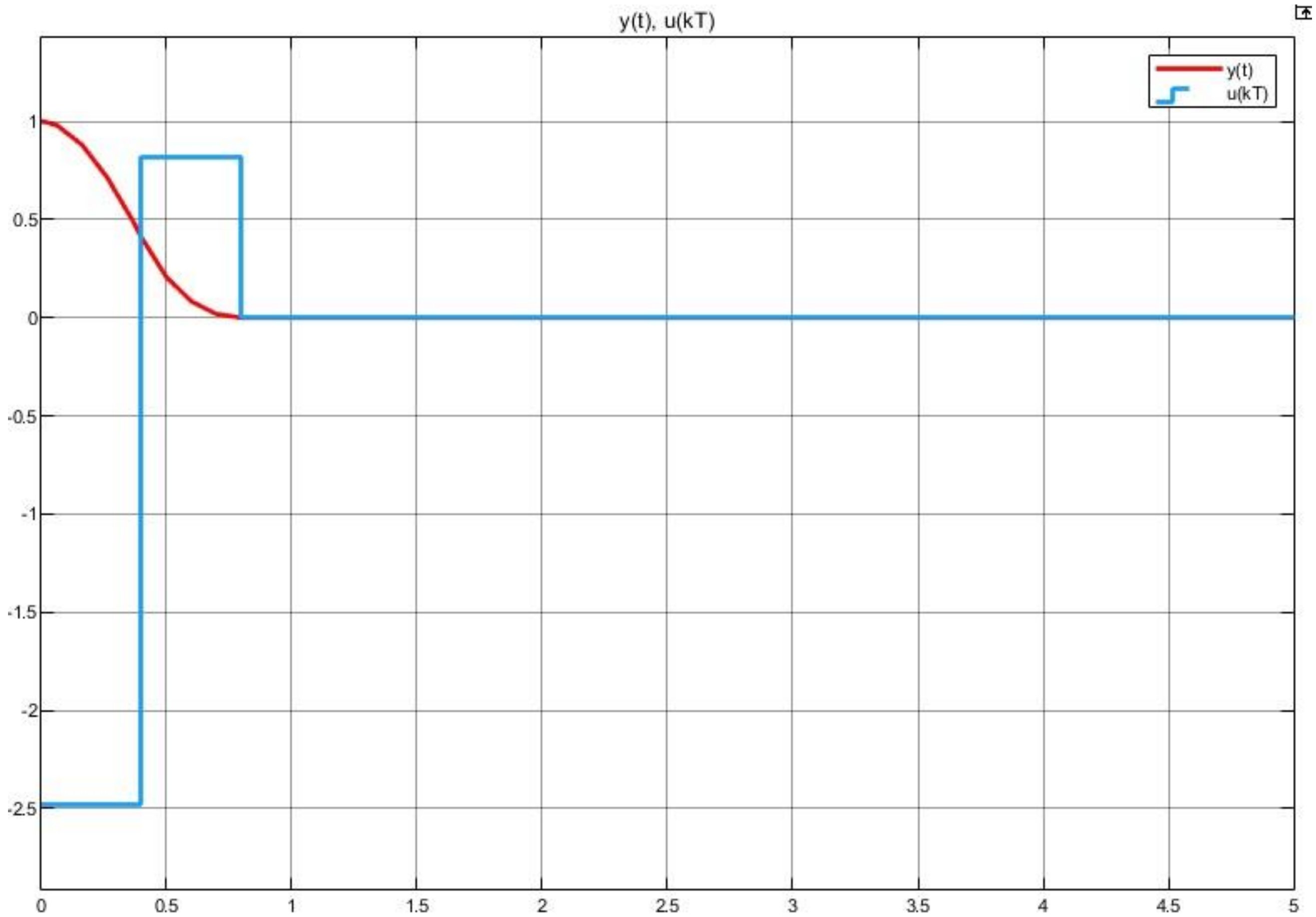

Рисунок 4 – График переходных характеристик

9. В результате синтеза управляющих воздействий было получено желаемое поведение системы.

Вывод

В ходе выполнения данной лабораторной работы был синтезирован дискретный регулятор, работающий в режиме стабилизации. По заданной передаточной функции было восстановлено дифференциальное уравнение системы, на его основе был осуществлен переход к непрерывной модели вход-состояние-выход, а затем к её дискретному представлению. Проверка на адекватность перехода прошла успешно. Далее провели проверку системы на управляемость и устойчивость, в результате получили, что данная система является полностью управляемой и неустойчивой. В результате моделирования регулятора, работающего в режиме стабилизации, получили так же неустойчивую систему. Предполагаем, что устойчивость исходной системы влияет на возможность осуществления стабилизации. Если исходная система неустойчива, то привести её к устойчивой эталонной модели не удастся.