



*Национальный исследовательский университет ИТМО
(Университет ИТМО)*

Факультет систем управления и робототехники

Дисциплина: Теория автоматического управления

Отчет по лабораторной работе №8.

«Динамические свойства системы. Модальный регулятор»

Вариант 6

Студенты:

Кулижников Е.Б.

Евстигнеев Д.М.

Яшник А.И.

Группа: *R33423*

Преподаватель:

Парамонов А.В.

Санкт-Петербург
2022

- **Цель работы**

Изучить связь характера переходной характеристики, динамических свойств, освоить методы стабилизации систем с помощью модального управления

- **Ход работы**

Данные для 6 варианта:

№	A	B	C	t_n, c	$\sigma, \%$
6	$\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 9 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6 & 0 \end{bmatrix}$	2,4	13

№	t_n, c	$\sigma, \%$
6	1,1	6

Исходные матрицы:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 9 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 6 & 0 \end{bmatrix}$$

1.1 Проверяем матрицы на соответствие свойству полной управляемости

$$U = [B : AB] = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 9 \end{bmatrix}$$

Rank=2, значит A и B полностью управляемые.

1.2 Характеристический полином

$$D(\lambda) = \det(A - I\lambda)$$

$$D(\lambda) = \det \begin{bmatrix} -1-\lambda & 2 \\ 9 & -\lambda \end{bmatrix} = \lambda^2 + \lambda - 18$$

1.3 Переход к управляемой форме

$$A_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 18 & -1 \end{bmatrix} \quad B_k = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

1.4 Расчёт желаемого характеристического полинома замкнутой системы по заданным показателям качества: $t_n = 2,4c, \sigma = 13\%$

$\sigma > 4,5\% \rightarrow$ полином Баттерворта

$$\omega = \frac{t_n^*}{t_n} = \frac{2,9}{2,4} = 1,21$$

$$a(s) = s^2 + 1.711s + 1.464$$

1.5 Формирование желаемой матрицы замкнутой системы F_k

$$F_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1.464 & -1.711 \end{bmatrix}$$

1.6 Нахождение матрицы преобразования P

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 9 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{11}{3} & -\frac{4}{3} \end{bmatrix}$$

1.7 Вычисление коэффициентов обратных связей в управляемом каноническом виде.

$$F_k = A_k - B_k K_k$$

$$K_k = [19.464 \quad 0.711]$$

1.8. Нахождение матрицы линейных стационарных обратных связей в исходном базисе

$$K = K_k * P = [19.464 \quad 0.711] * \begin{bmatrix} -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{11}{3} & -\frac{4}{3} \end{bmatrix} = [-10.369 \quad 5.54]$$

1.9. Проверка характеристического полинома

Замкнутой системы:

$$\det(A - BK) = \lambda^2 + 1.711\lambda + 1.464$$

$$\lambda_{1,2} = -0.8555 \pm 0.8556i$$

Желаемой замкнутой системы:

$$\det(F_k) = \lambda^2 + 1.711\lambda + 1.464$$

$$\lambda_{1,2} = -0.8555 \pm 0.8556i$$

Экспериментальные данные:

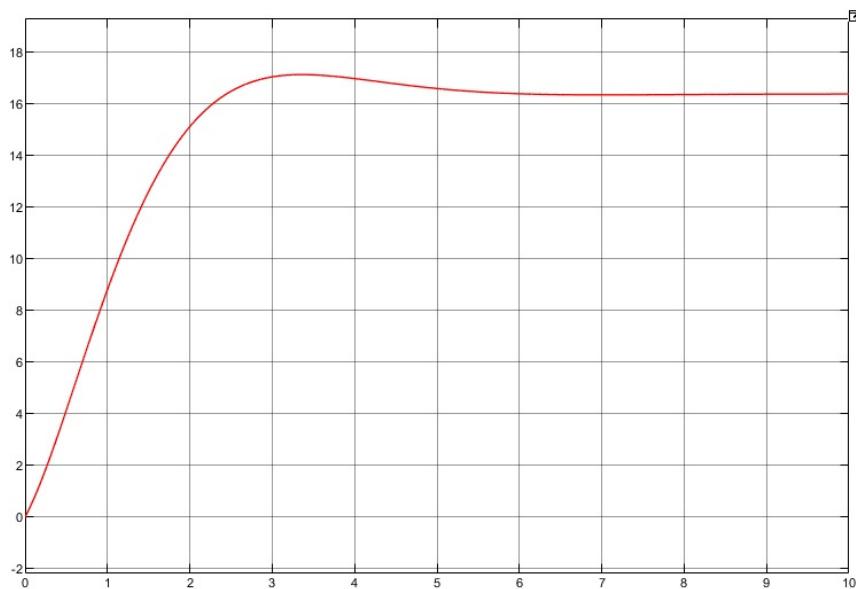


Рисунок 1. Переходная ф-ия

$$\sigma = \frac{17.15 - 16.39}{16.39} \times 100 = 4.636\%$$

$$t_n = \frac{1}{0.8555} * \ln \frac{1}{0.05} = 3.501 \text{ c}$$

2. Рассчитать матрицу стационарных обратных связей К с помощью уравнения Сильвестра, обеспечивающую желаемые показатели качества

2.1 Формирование матриц эталонной модели $t_n = 1.1 \text{ c}, \sigma = 6\%$

$\sigma > 4,5\% \rightarrow$ полином Баттерворта

$$\omega = \frac{t_n^*}{t_n} = \frac{2,9}{1.1} = 2.6$$

$$a(s) = s^2 + 3,64s + 6,76$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & -6.76 \\ 1 & -3.64 \end{bmatrix} \quad H = [0 \quad 1]$$

$$N_H = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -3.64 \end{bmatrix}$$

$\det(N_H) = -1$ — полностью наблюдаемые

2.2 Решение уравнение типа Сильвестра:

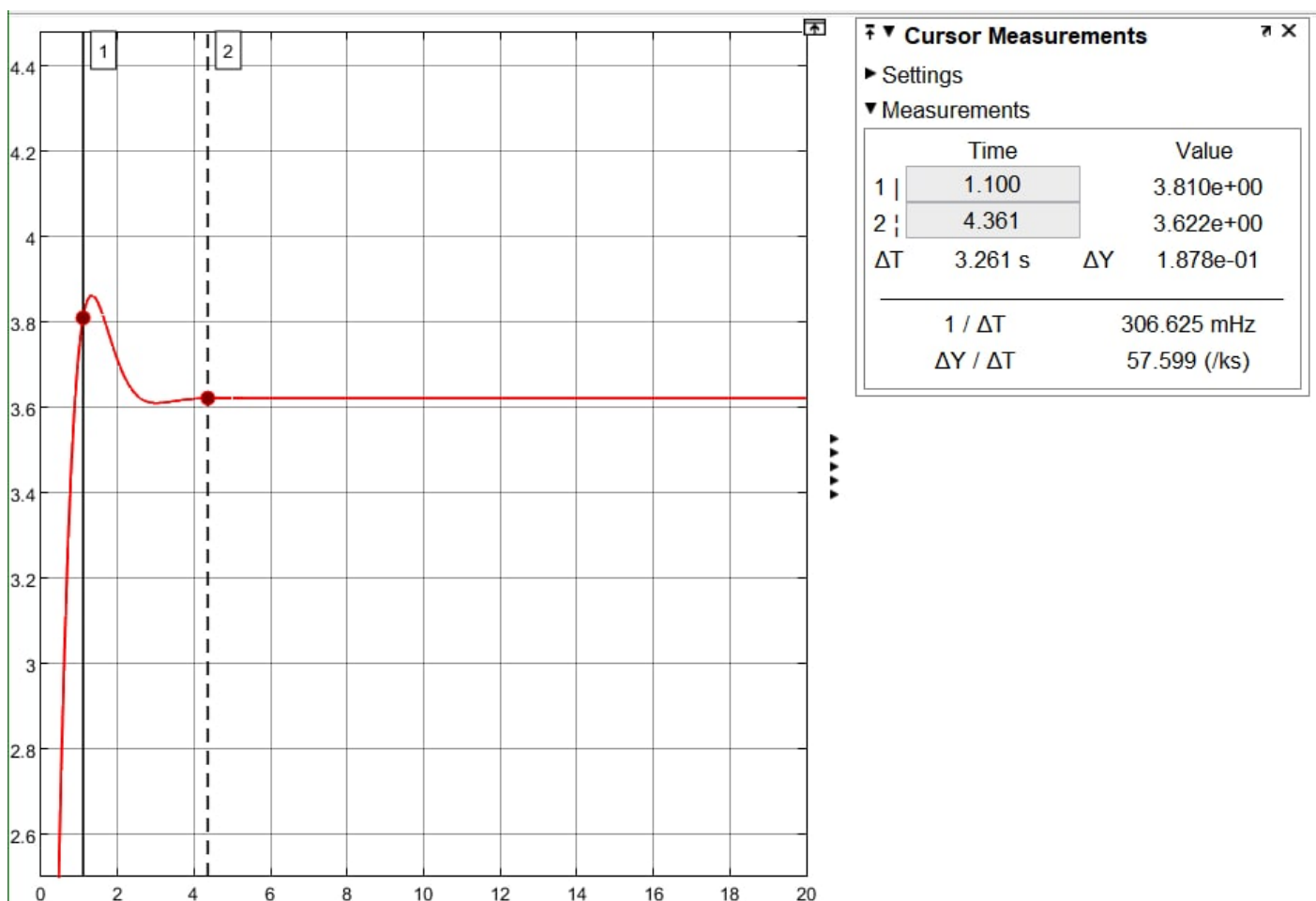
$$M\Gamma - A M = B H$$

$$M = \begin{bmatrix} -0,033 & -0,063 \\ -0,048 & -0,302 \end{bmatrix}$$

и нахождение матрицы линейных стационарных обратных связей из уравнения

$$K = -H * M^{-1} = -[0 \quad 1] * \begin{bmatrix} -43,503 & 9,075 \\ 6,914 & -4,753 \end{bmatrix} = [-6,914 \quad 4,753]$$

Экспериментальные данные:



$$t_n = 1.1 \text{ c}$$

$$\sigma = \frac{3.862 - 3.622}{3.622} * 100\% = 6.62\%$$

По графику видно небольшое перерегулирование и нормальное время переходного процесса

Вывод: в итоге проделанной работы мы освоили как стабилизировать системы с помощью модального управления, познакомились с новыми методами регулирования, а так же изучили связь динамических свойств и переходной характеристики