Национальный исследовательский университет ИТМО

(Университет ИТМО)

Факультет систем управления и робототехники

Дисциплина: Теория идентификации

**Отчет по выполнению лабораторной работы №1.**

**Вариант 4**

Студенты:

Яшник А.И.

Евстигнеев Д.М.

Группа: R34423

Преподаватель: Ведяков А.А.

Санкт-Петербург

2022

**Задача №1:**

Модель линейной регрессии:

$$Y = x_1\theta_1 + x_2\theta_2 + x_3\theta_3 + V = X^T\theta + V,$$

где $X^T = [x_1 \quad x_2 \quad x_3]$, $\theta^T = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3]$, $V$ - вектор шумов измерения;

Метод наименьших квадратов:

$$\hat{\theta} = (X^TX)^{-1}X^TY, \hat{Y} = X\hat{\theta}$$

```
X=[zad11.x1,zad11.x2,zad11.x3];
Y=zad11.y;
Theta=inv(X'*X)*X'*Y

X2=[zad12.x1,zad12.x2,zad12.x3];
Y2=zad12.y;
Theta2=inv(X2'*X2)*X2'*Y2
```

```
Theta = 3×1
    1.9861
   -4.9878
   -1.0315

Theta2 = 3×1
    0.9980
   -4.9899
   -1.1317
```

```
x=[zad11.x1,zad11.x2,zad11.x3];
y=zad11.y;
Theta1=inv(x'*x)*x'*y


X2=[zad12.x1,zad12.x2,zad12.x3];
Y2=zad12.y;
Theta2=inv(X2'*X2)*X2'*Y2
V1 = y - x*Theta1;
V2 = Y2 - X2*Theta2;
```

**Проверка гипотез:**

1. Проверим $E(V) = 0$:

   вычисленное значение мат ожидания для набора данных задания 1:

   $E(V) = 0.0011$, **гипотеза не подтвердилась**

Проверим $E(V) = 0$:

вычисленное значение мат. ожидания для набора данных Задания 2**:** $E(V) = 0.0138$, **гипотеза не подтвердилась**

2. Проверим $det(X^T X) \neq 0$,

   для набора данных задания 1*:* $det(X^T X)$ = *8.8299e+11*

   **гипотеза подтвердилась**

   Проверим $det(X^T X) \neq 0$,

   для набора данных задания 2*:* $det(X^T X)$ = *1.6867e+12*

   **гипотеза подтвердилась**

3. $E\{vx_i\} = E\{v\}E\{x_i\}$ – гипотеза приблизительно подтверждается для набора данных задания 1:

```
corr(x(:,1), V1)
corr(x(:,2), V1)
corr(x(:,3), V1)
```

```
ans = -2.2857e-15
ans = -0.0020
ans = -6.8863e-04
```

$E\{vx_i\} = E\{v\}E\{x_i\}$ – гипотеза не подтверждается для набора данных задания 2:

```
corr(X2(:,1), V2)
corr(X2(:,2), V2)
corr(X2(:,3), V2)
```

```
ans = 1.2604e-04
ans = -0.0759
ans = -0.0264
```

4. $D(v) = D(e) = const$
5. $R_v(\tau) = R_e(\tau) = 0$

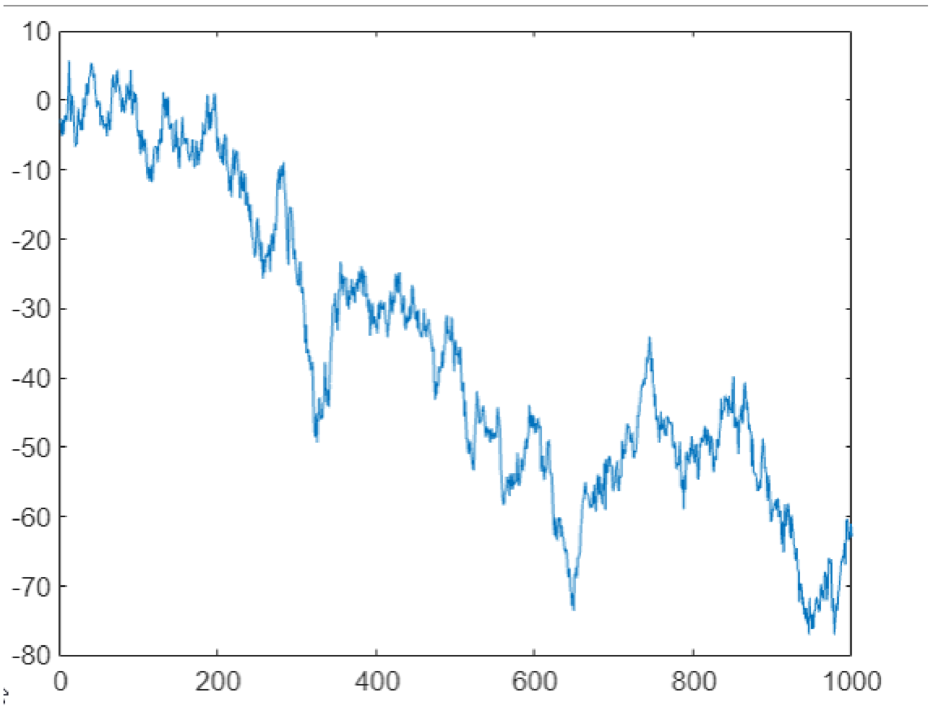


*Рис. 1. График исходного сигнала $y(t)$ (набор данных -* **zad11**).

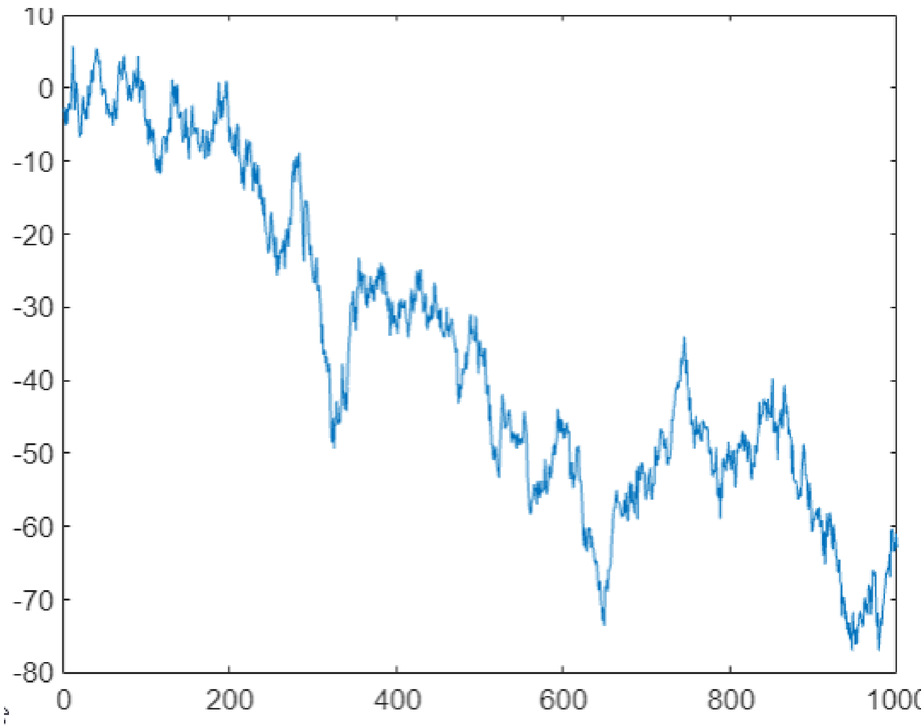


*Рис. 2. График рассчитанной оценки $\hat{y}(t)$ (набор данных -* **zad11**).

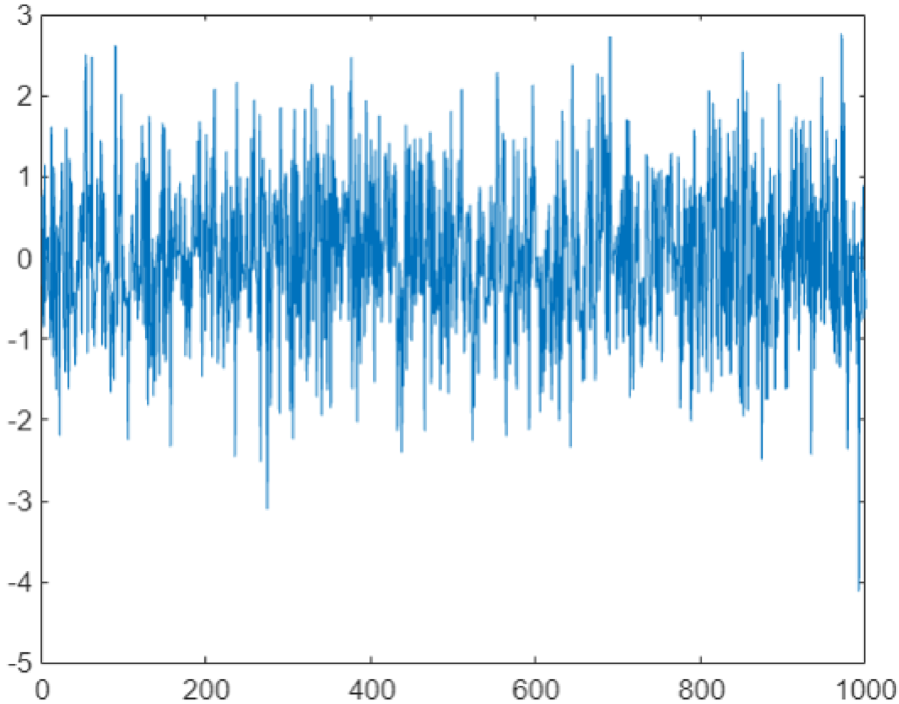


*Рис. 3. График ошибки оценивания* $e(t)$ (*набор данных* - **zad11**)

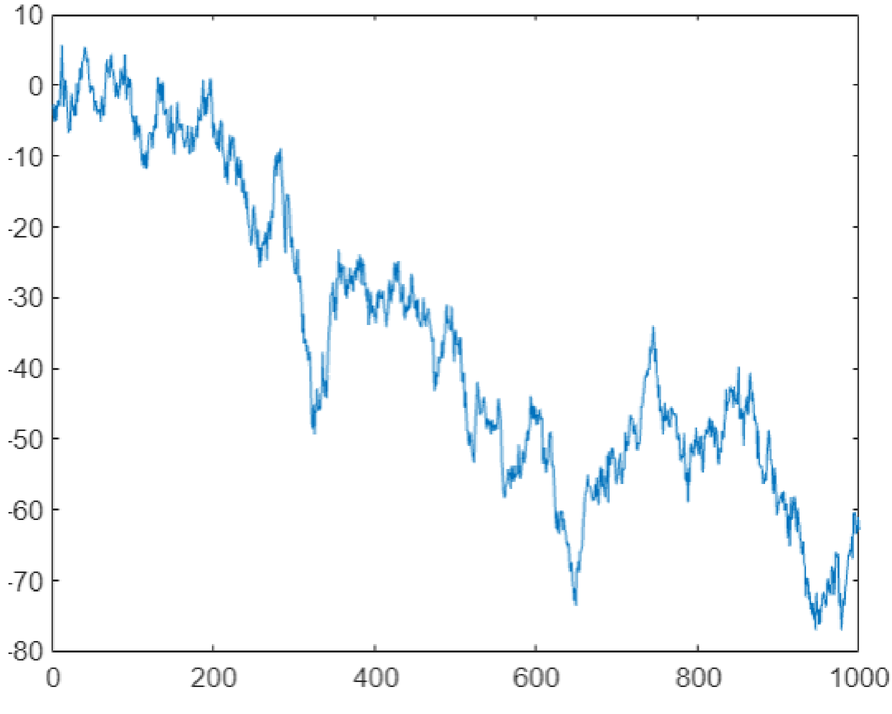


*Рис. 4. График исходного сигнала* $y(t)$*(набор данных* - **zad12**).

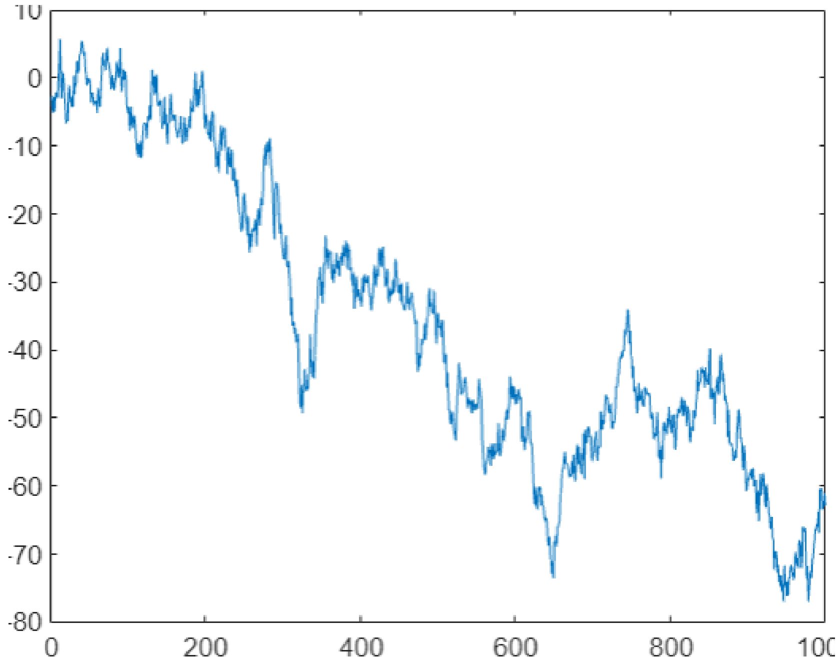


*Рис. 5. График рассчитанной оценки* $\hat{y}(t)$ *(набор данных* - **zad12**).

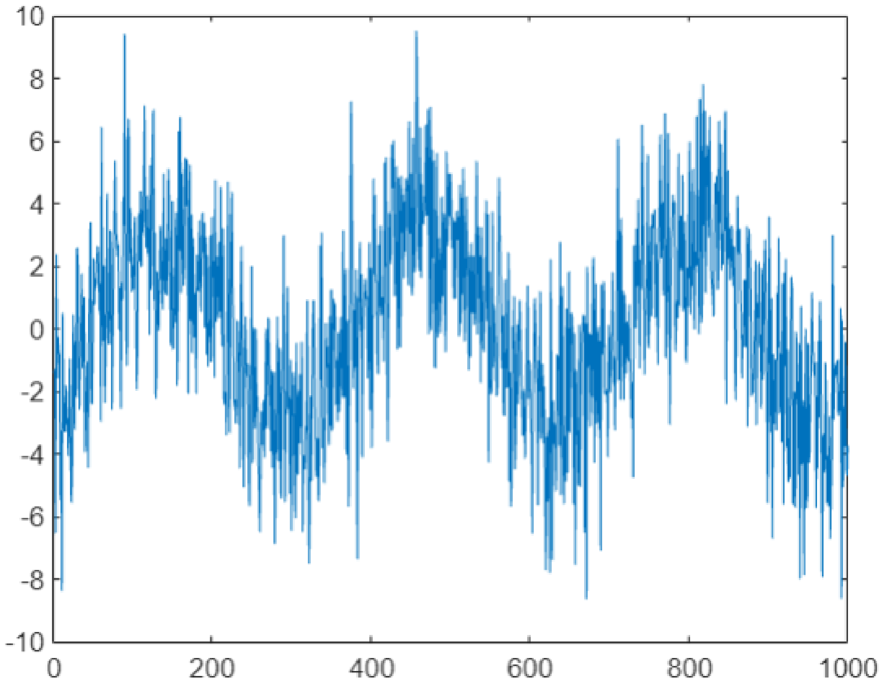


*Рис. 6. График ошибки оценивания* $e(t)$ (*набор данных* - **zad12**)

**Вывод**: Достоверность полученных результатов можно подтвердить визуально, наложив линию оценки на сигнальные точки и сравнив величины ошибок и оценок.

**Задание №2:**

Первая гипотеза в форме линейной регрессии:

$$V = bT + c = X^T\theta,$$

$$\text{где } X^T = [T \quad col\{1\}_n],\ \theta^T = [b \quad c];$$

Вторая гипотеза в форме линейной регрессии:

$$V = aT^2 + bT + c = X^T\theta,$$

$$\text{где } X^T = [T^2 \quad T \quad col\{1\}_n],\ \theta^T = [a \quad b \quad c];$$

```
X2_1=zad21.T;
Y2_1=zad21.V;


X2_2=zad22.T;
Y2_2=zad22.V;


E=ones(14,1);
H1_1=[X2_1 E];
H2_1=[X2_1.^2 X2_1 E];


H1_2=[X2_2 E];
H2_2=[X2_2.^2 X2_2 E];


a1_1=lsqr(H1_1,Y2_1);
a2_1=lsqr(H2_1,Y2_1);


a1_2=lsqr(H1_2,Y2_2);
```

```
a2_2=lsqr(H2_2,Y2_2);


y1_1=a1_1(1)*X2_1+a1_1(2);
y2_1=a2_1(1)*X2_1.^2+a2_1(2)*X2_1+a2_1(3);


y1_2=a1_2(1)*X2_2+a1_2(2);
y2_2=a2_2(1)*X2_2.^2+a2_2(2)*X2_2+a2_2(3);
```

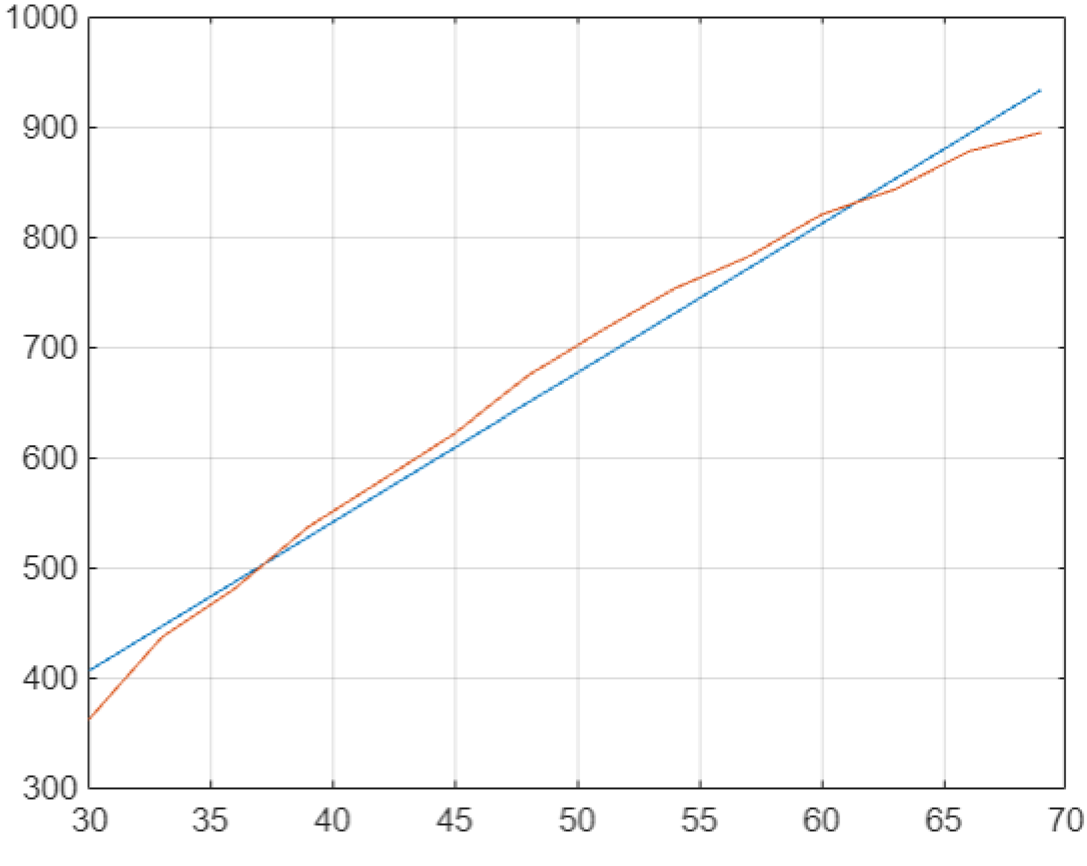


*Рис. 7. График исходного сигнала $y(t)$ и рассчитанной оценки $\hat{y}(t)$ (гипотеза 1, набор данных –* **zad21***)*

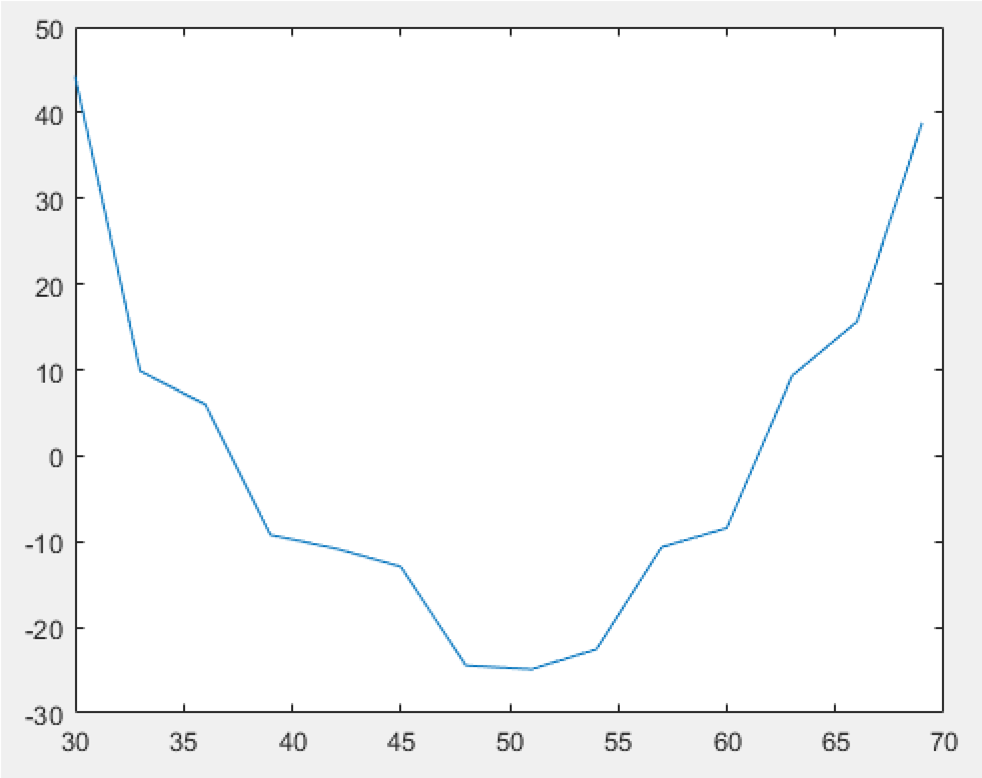


*Рис. 8. График ошибки оценивания* $e(t)$ (*гипотеза 1, набор данных –* **zad21**)

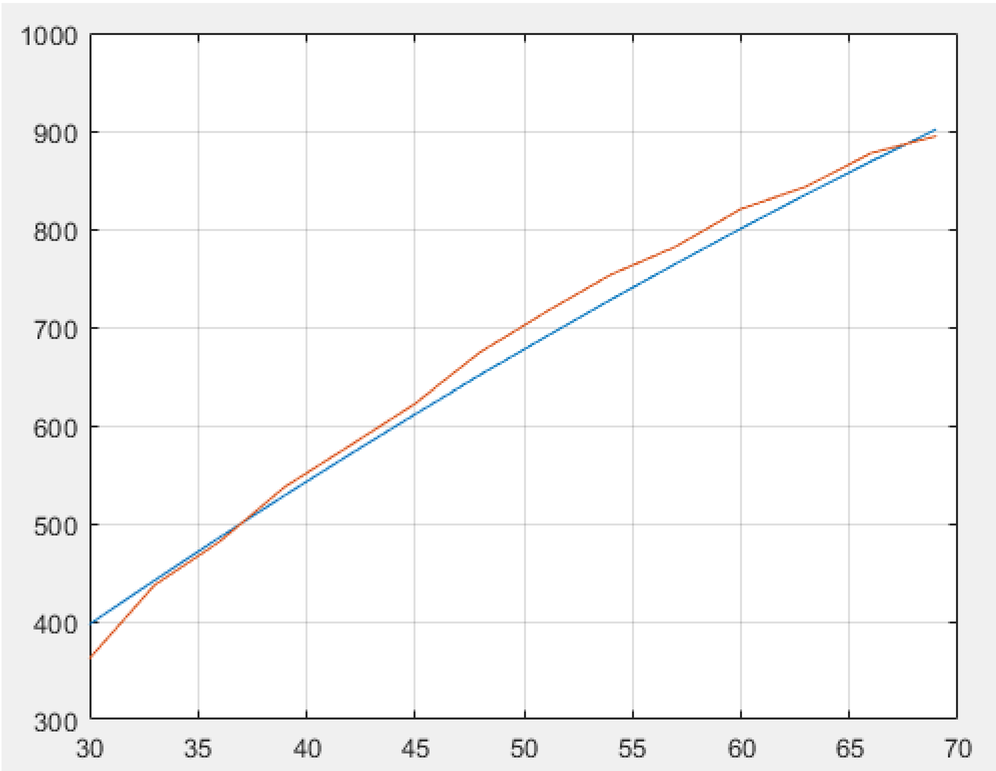


*Рис. 9. График исходного сигнала* $y(t)$ *и рассчитанной оценки* $\hat{y}(t)$ *(гипотеза 2, набор данных –* **zad21***)*

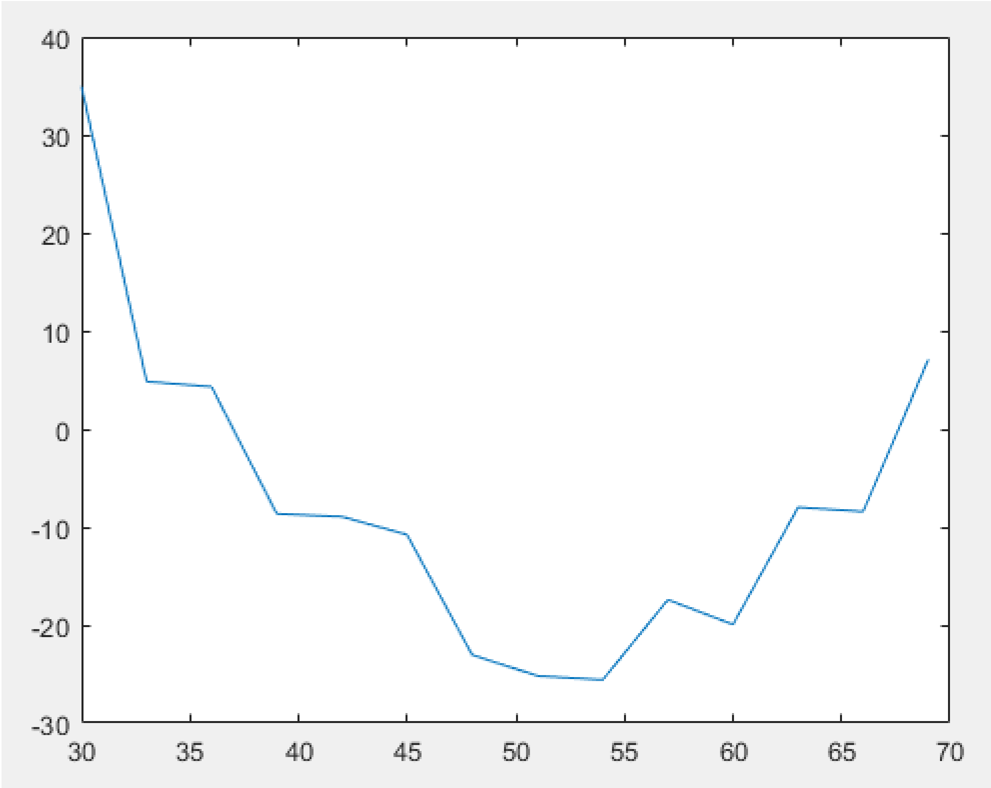


*Рис. 10. График ошибки оценивания* $e(t)$ (*гипотеза 2, набор данных –* **zad21**)

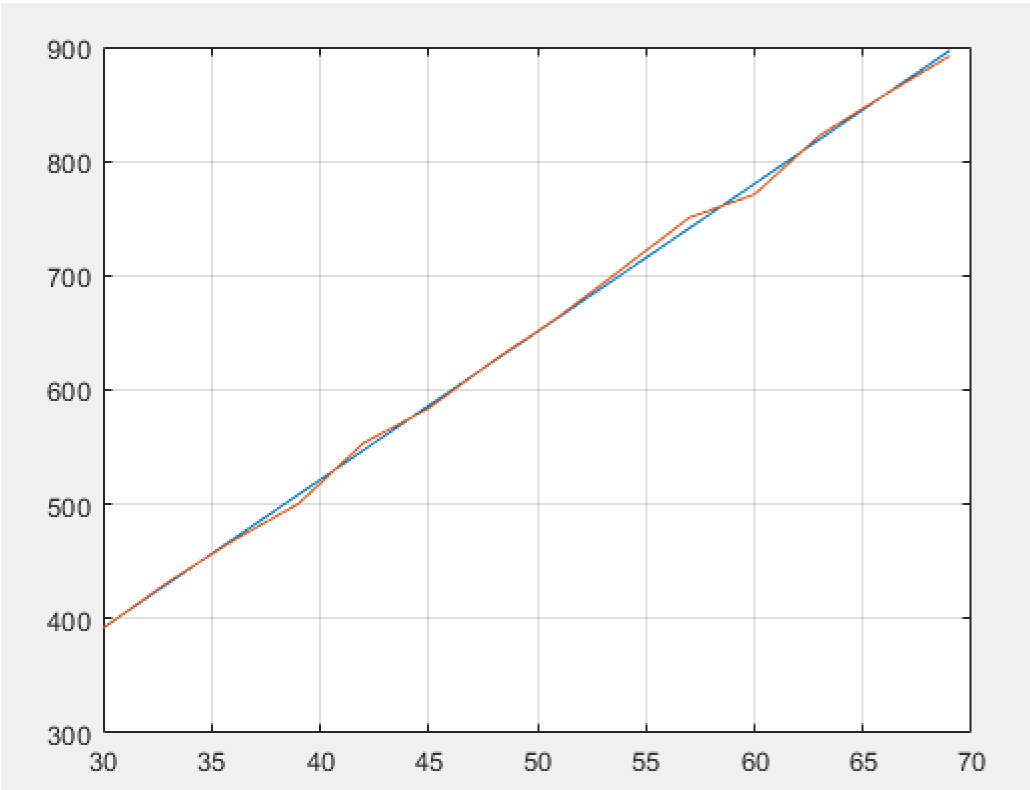


*Рис. 11. График исходного сигнала* $y(t)$ *и рассчитанной оценки* $\hat{y}(t)$

*(гипотеза 1, набор данных. –* **zad22*)***

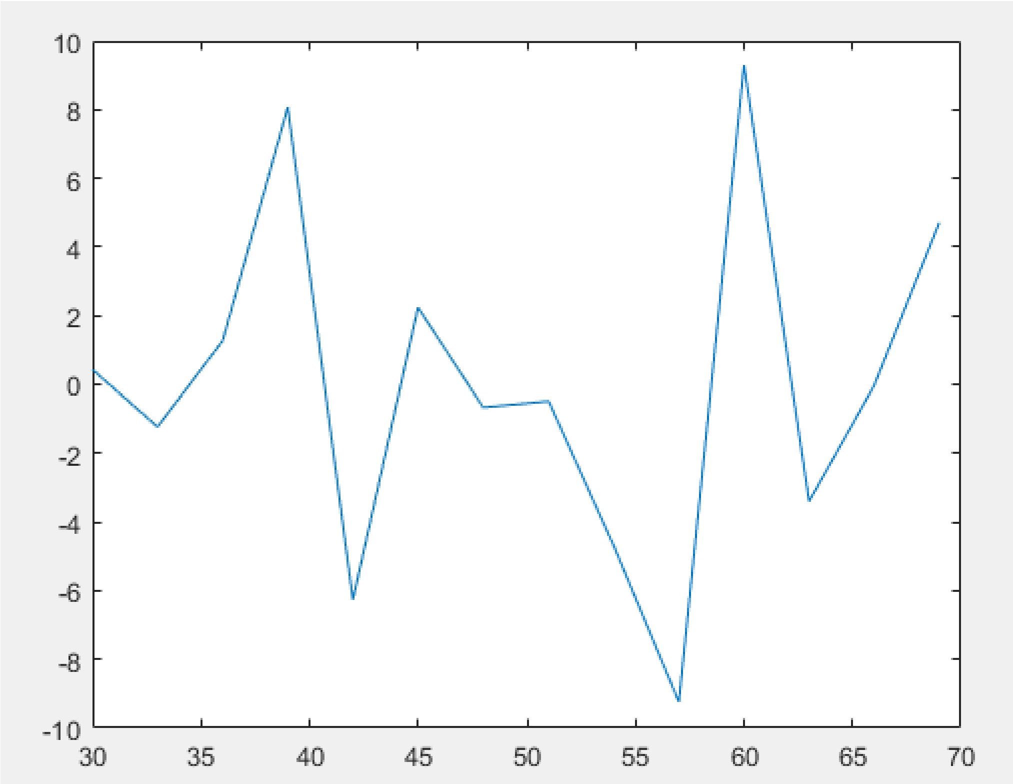


*Рис. 12. График ошибки оценивания* $e(t)$ (*гипотеза 1, н. д. –* **zad22**)

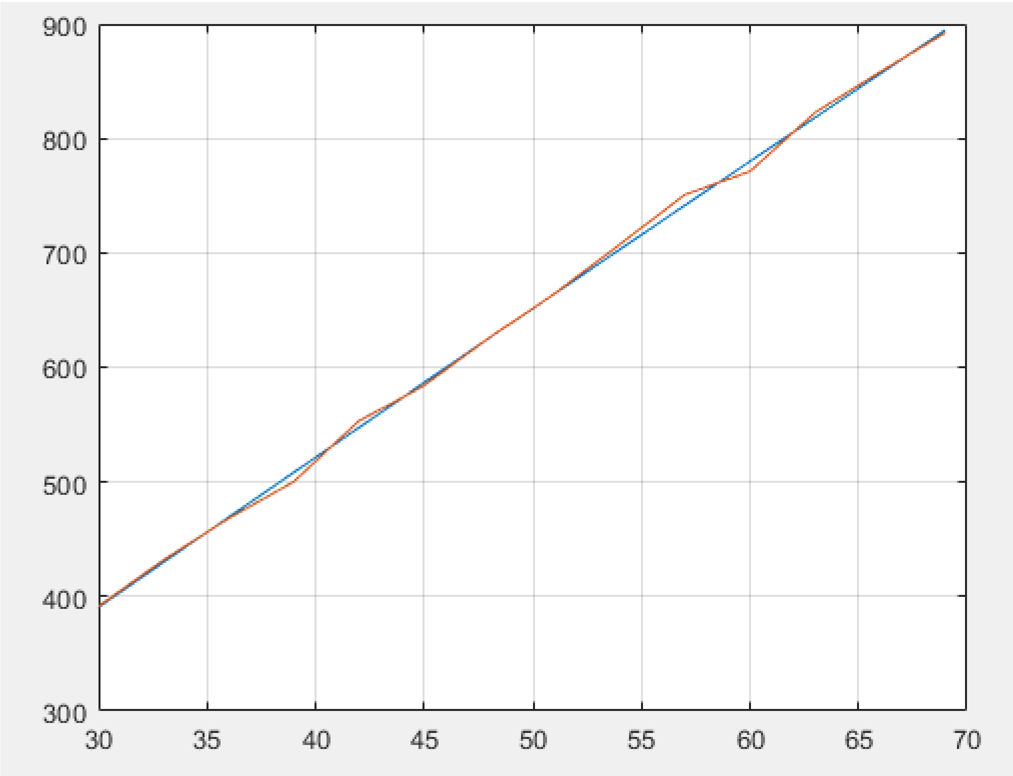


*Рис. 13. График исходного сигнала* $y(t)$ *и полученной оценки* $\hat{y}(t)$ *(гипотеза 2, н.д. –* **zad22***)*

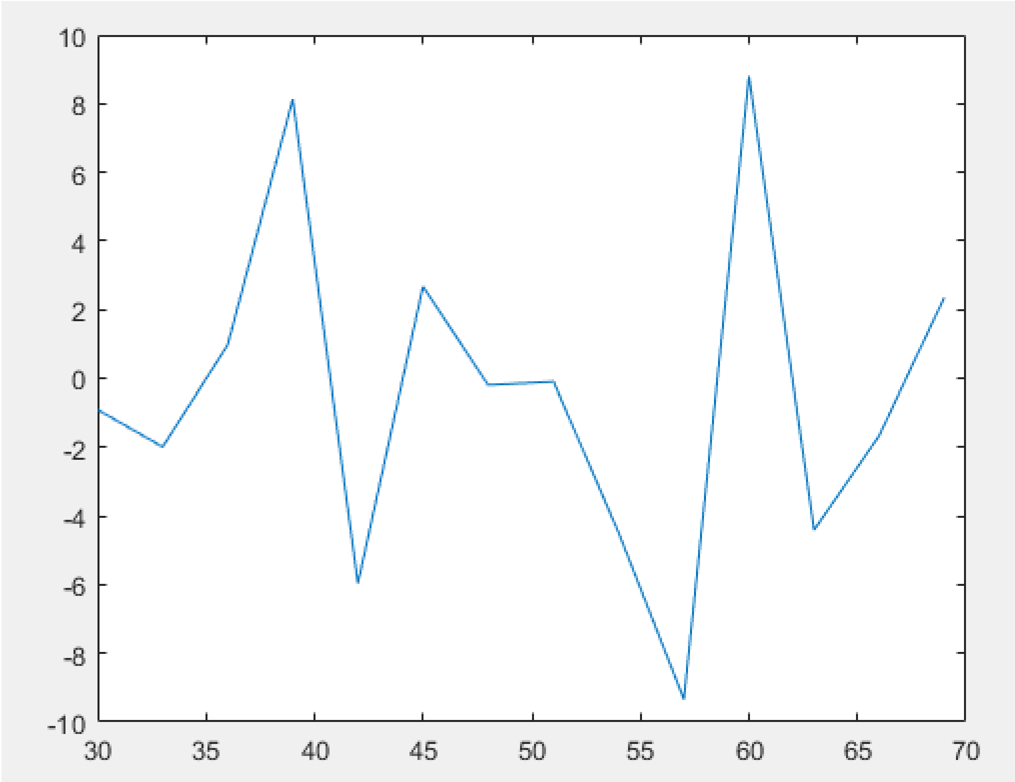


*Рис. 14. График ошибки оценивания* $e(t)$ (*гипотеза 2, н. д.* – **zad22**)

**Вывод:** Учитывая получившиеся данные об ошибке и оценки – можно сделать вывод о достоверности полученных данных

**Задание 3:**

Функция 1: $y(x) = p_1\, sin(10x + p_2)$

$$y(x) = p_1(sin\,10\,x\,cos\,p_2 + cos\,10\,x\,sin\,p_2) = p_1^* \,sin\,10\,x + p_2^*\,cos\,10\,x,$$

где $p_1^* = p_1\,cos\,p_2$, $p_2^* = p_1\,sin\,p_2$

$Y = X^T\theta_в$, где $X^T = [sin\,10\,x \quad cos\,10\,x]$, $\theta_в^T = [p_1^* \quad p_2^*]$;

$$\hat{\theta}_в = (X^T X)^{-1} X^T Y, \hat{Y} = X\hat{\theta}_в;$$

$$p1 = 15.038; p2 = 1.18;$$

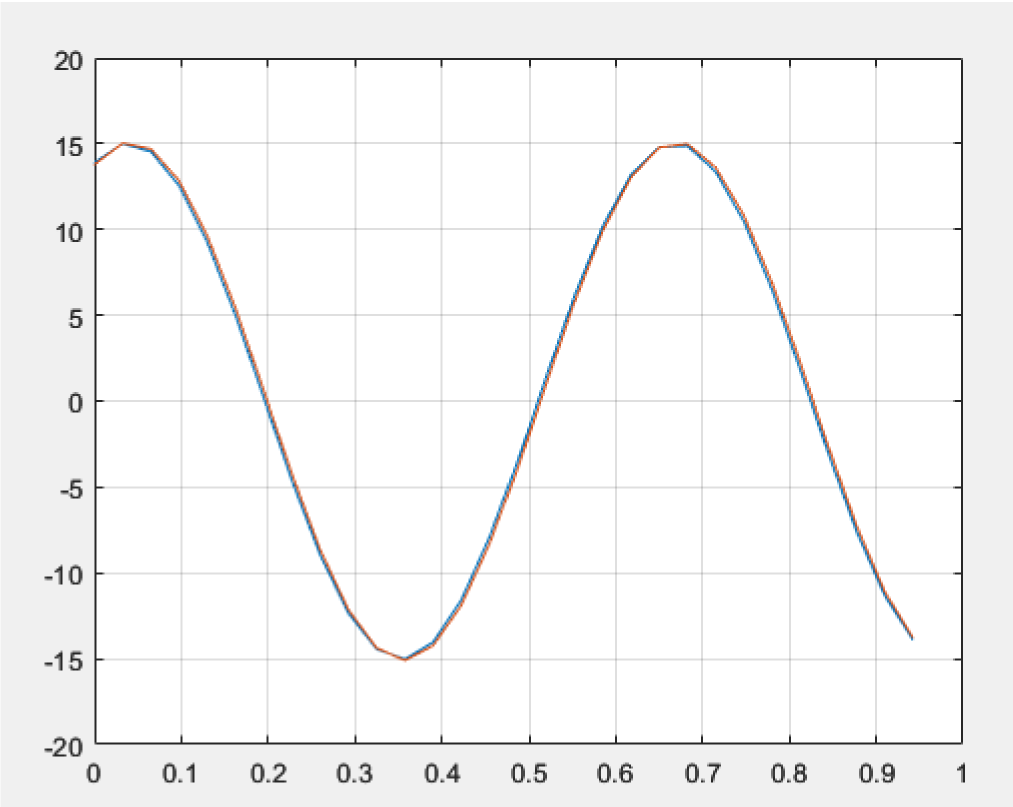


*Рис. 15. График исходного сигнала $y(t)$ и рассчитанной оценки $\hat{y}(t)$ (набор данных. –* ***zad31)***

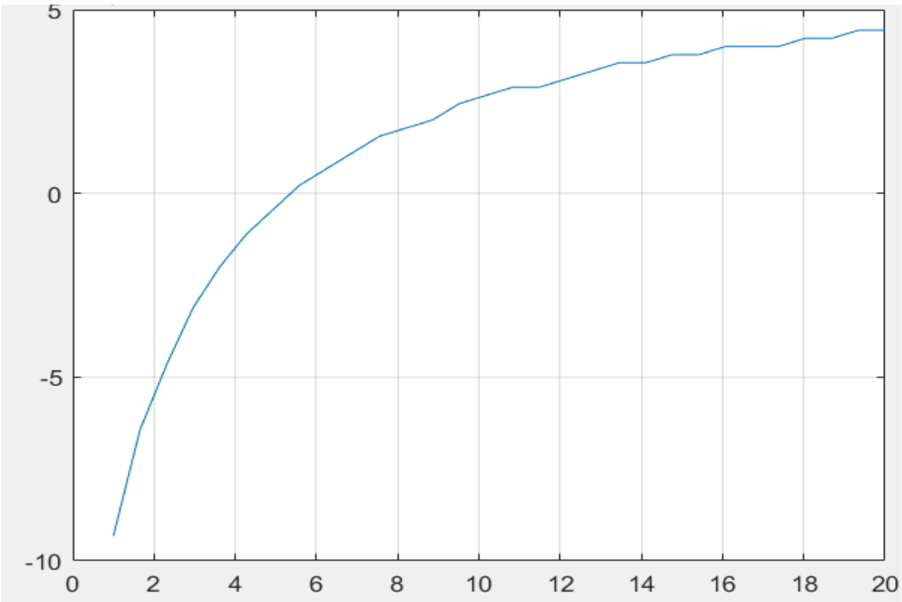


*Рис. 16. График ошибки оценивания $e(t)$ (набор данных –* ***zad31****)*

Функция 2: $y(x) = (3^{p1}) * (x^{p2})$

$$\log y = p1 * log(3) + p2 * log(x)$$

$Y = X^T\theta_в, Y_B = (e^Y)$ где $X^T = [\log(3) \quad \log(x)], \theta_в^T = [p1 \quad p2];$

Метод наименьших квадратов: $\hat{\theta}_в = (X^T X)^{-1} X^T Y, \hat{Y_В} = X\hat{\theta}_в; \hat{Y} = e^{\hat{Y_В}}$

$p_1 \approx 0.6, \; p_2 \approx 0.1$

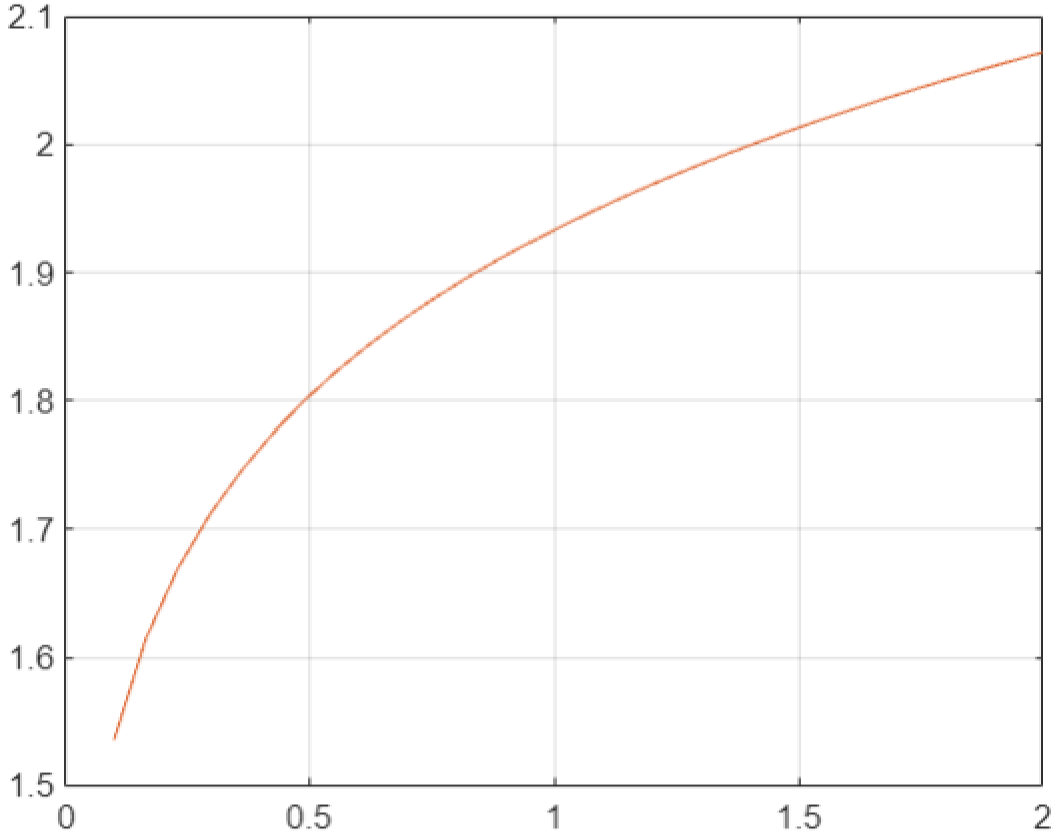


*Рис. 15. График исходного сигнала $y(t)$ и рассчитанной оценки $\hat{y}(t)$ ( набор данных –* **zad32***)*

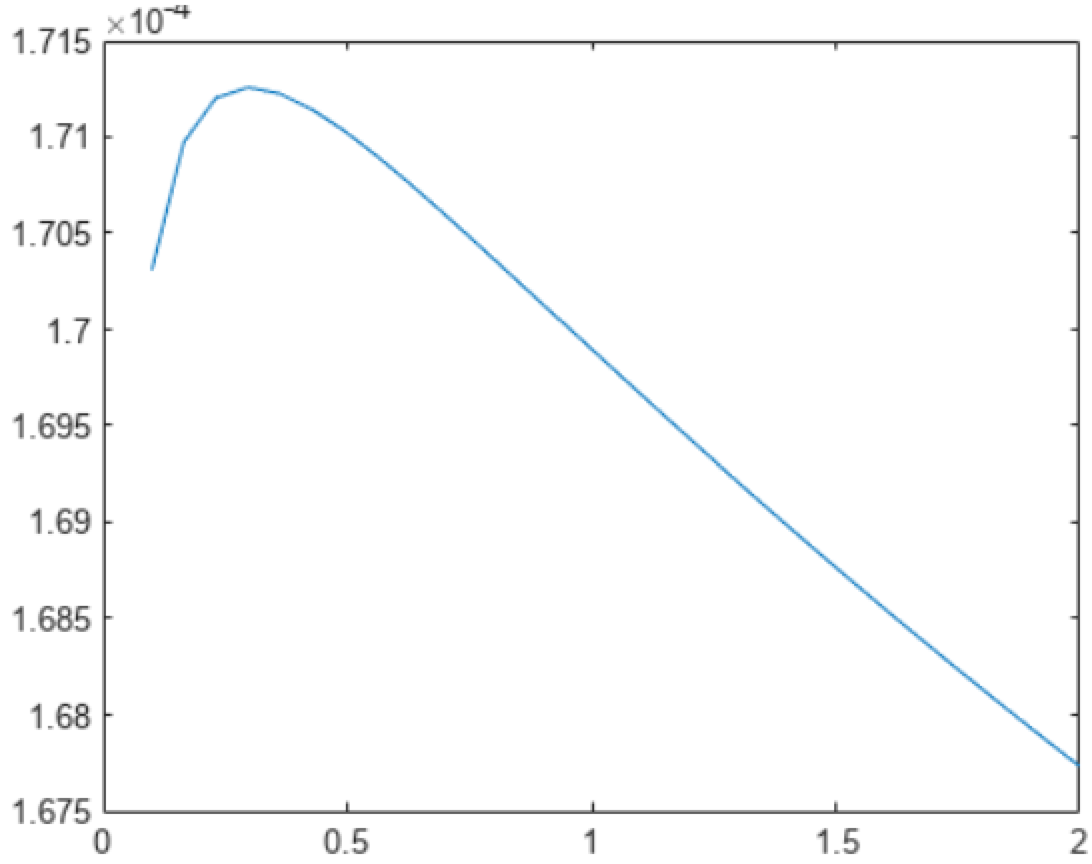


*Рис. 16. График ошибки оценивания* $e(t)$ (*набор данных. –* **zad32**)

<u>**Вывод:**</u> Метод наименьших квадратов является одним из наиболее распространенных методов аппроксимации данных. В этой лабораторной работе был использован метод наименьших квадратов для аппроксимации набора данных. В ходе выполнения была показана его простота и эффективность при решении задач аппроксимации.