Национальный исследовательский университет ИТМО
(Университет ИТМО)

Факультет систем управления и робототехники

Дисциплина: Нелинейные системы управления

Отчет по выполнению задания №4.

Студент:
Евстигнеев Д.М.
Группа: *R34423*
Преподаватель:
Зименко К.А.

Санкт-Петербург
2022

Задача: линеаризовать систему двойного перевернутого маятника на подвижной платформе и синтезировать стабилизирующее линейное управление.

Дано:

Система №1 $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + \sin(x_1) \\ \dot{x}_2 = \theta_1 x_1^2 + (2+\theta_2)u \end{cases}$, где $|\theta_1| \le 1$, $|\theta_2| \le 1$

Система №2 $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + a_1 x_1 \sin(x_1) \\ \dot{x}_2 = a_2 x_1 x_2 + 3u \end{cases}$, где $|a_1 - 1| \le 1$, $|a_2 - 1| \le 1$

Ход работы:

Система №1

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + \sin(x_1) \\ \dot{x}_2 = \theta_1 x_1^2 + (2+\theta_2)u \end{cases}$$

$$s = ax_1 + x_2 = 0$$

$$x_2 = -ax_1$$

Из этого следует что:

$$\dot{x}_1 = -ax_1 + \sin(x_1), a > 1$$

$$\dot{s} = a\dot{x}_1 + \dot{x}_2 = a(x_2 + \sin(x_1)) + \theta_1 x_1^2 + (2+\theta_2)u$$

Сделаем замену и подставим в предыдущее выражение:

$$u = -a(x_2 + \sin(x_1)) + v$$

$$\dot{s} = a(-1-\theta_1)(x_2 + \sin(x_1)) + \theta_1 x_1^2 + (2+\theta_2)v$$

Выберем функцию Ляпунова

$$V = \frac{1}{2}s^2$$

$$\dot{V} = s\dot{s} = sa(-1-\theta_1)(x_2+\sin(x_1)) + s\theta_1 x_1^2 + s(2+\theta_2)v$$
$$\leq |s|x_1^2 + 2a|s||x_2+\sin(x_1)| + s(2+\theta_2)v$$
$$\leq |s|x_1^2 + 2a|s||x_2+\sin(x_1)| - \beta(x)|s|$$

$$\beta(x) = x_1^2 + 2a|x_2+\sin(x_1)| + \beta_0,\text{ где } \beta_0 = const \text{ и } \beta_0 > 0$$

Разрывный регулятор: $u = -\beta(x)sign(s)$

Непрерывный регулятор: $u = -\beta(x)sat\left(\frac{s}{\varepsilon}\right)$

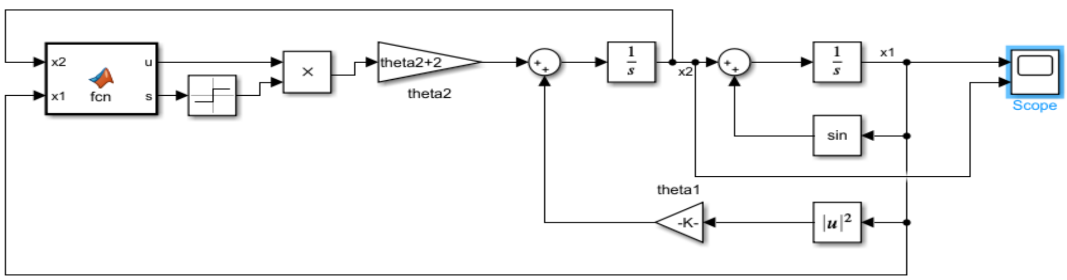

Рисунок 1 - Схема моделирования со стабилизирующим регулятором

Разрывный регулятор:

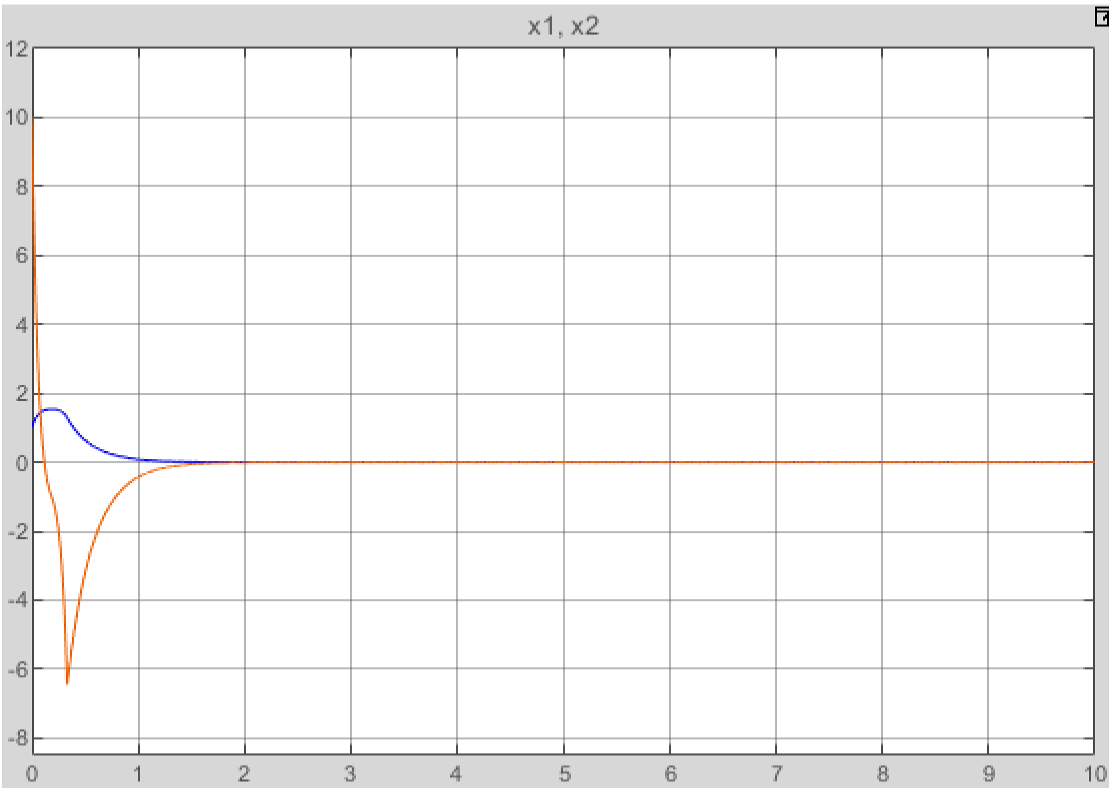

Рисунок 2 - График вектора состояния со стабилизирующим разрывным регулятором

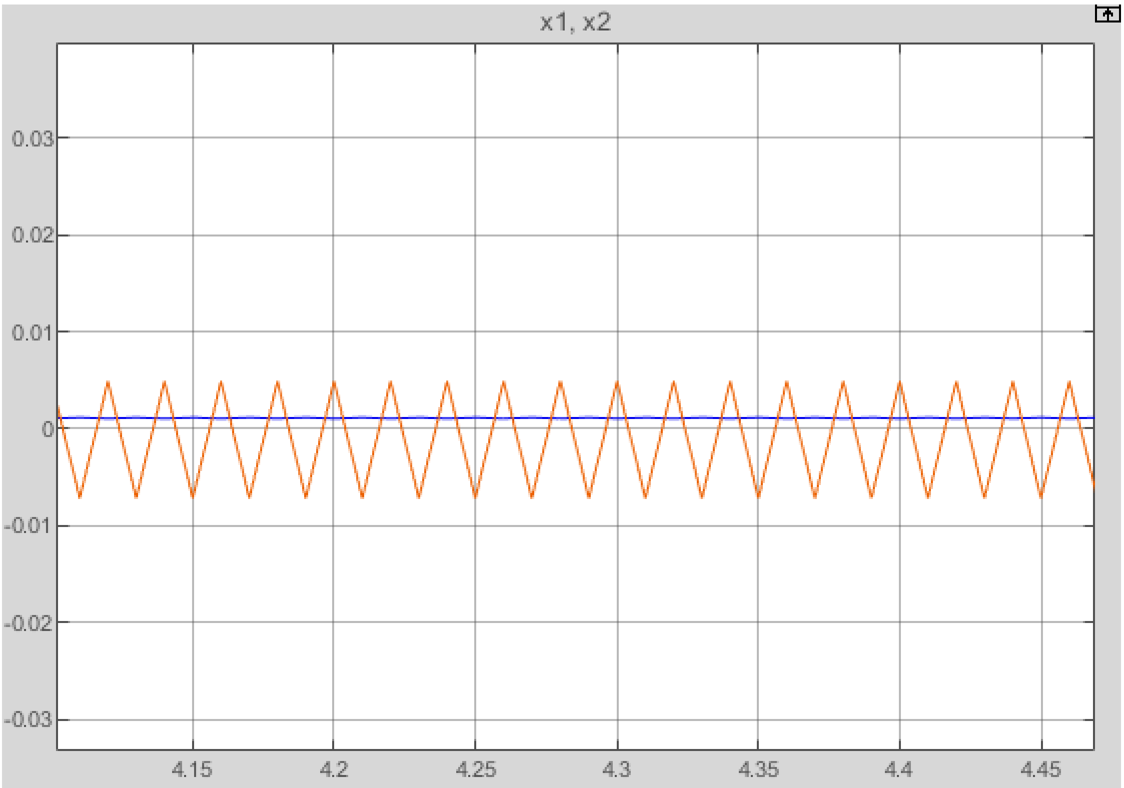

Рисунок 3 - График вектора состояния со стабилизирующим разрывным регулятором

Непрерывный регулятор

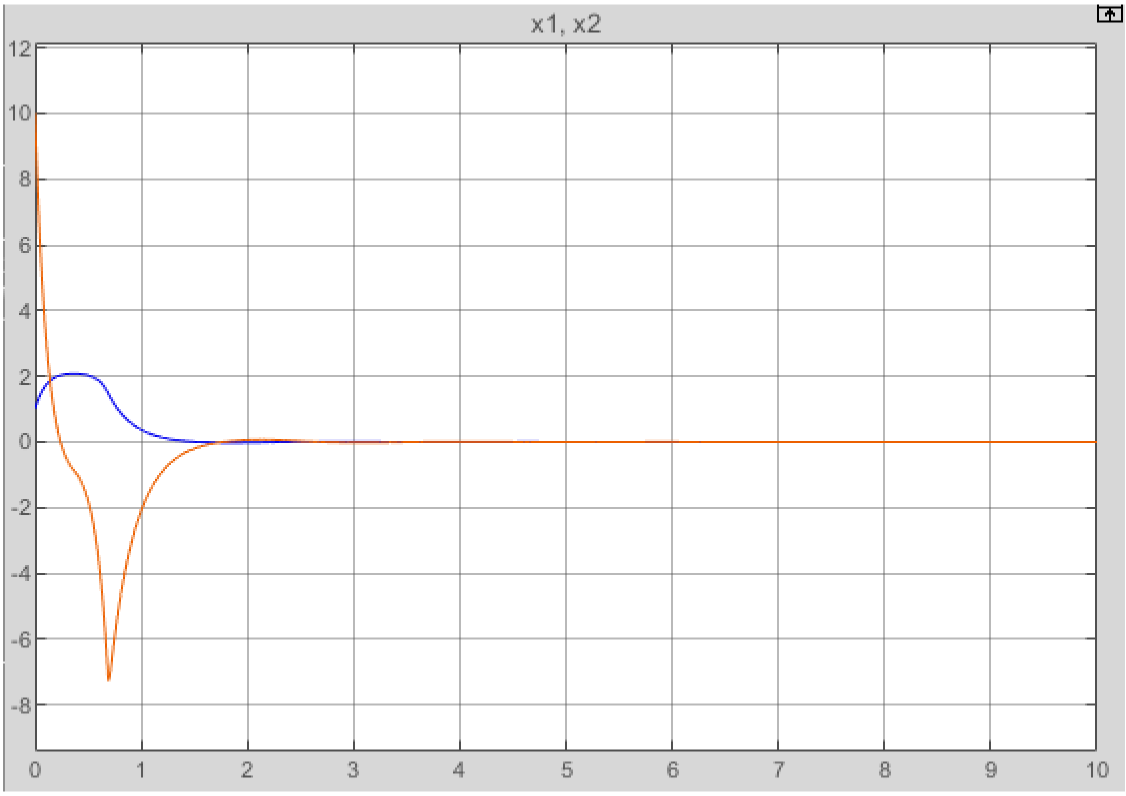

Рисунок 4 - График вектора состояния со стабилизирующим непрерывным регулятором

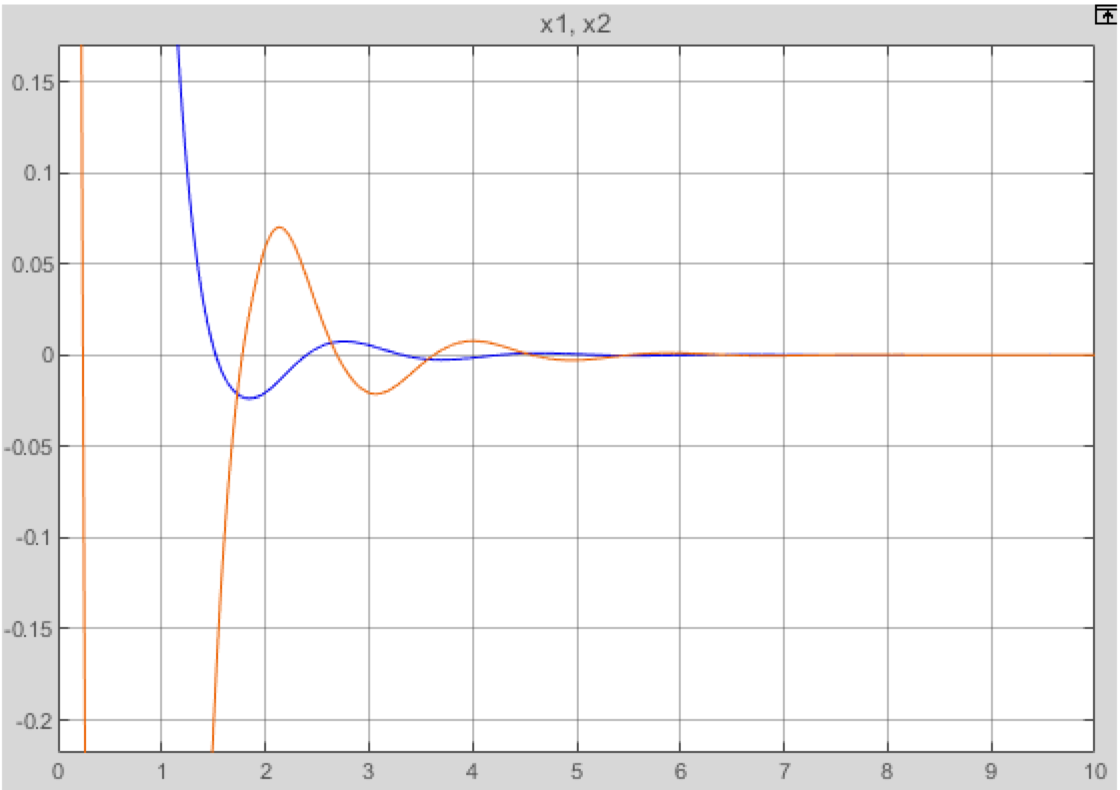

Рисунок 5 - График вектора состояния со стабилизирующим непрерывным регулятором

Система №2

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + a_1 x_1 \sin{(x_1)} \\ \dot{x}_2 = a_2 x_1 x_2 + 3u \end{cases}$$

$$s = \ bx_1 + x_2 = 0 \rightarrow x_2 = -bx_1$$

Из этого следует, что:

$$\dot{x}_1 = -bx_1 + a_1 x_1 \sin(x_1) \rightarrow b > 2$$

$$\dot{s} = \ a\dot{x}_1 + \dot{x}_2 = b(x_2 + a_1 x_1 \sin{(x_1)}) + a_2 x_1 x_2 + 3u$$

Выберем функцию Ляпунова

$$V = \frac{1}{2} s^2$$

$$\begin{aligned} \dot{V} = s\dot{s} = sb(x_2 + a_1 x_1 \sin(x_1)) + sa_2 x_1 x_2 + 3su \\ \le b|s||x_2 + a_1 x_1 \sin(x_1)| + a_2|s||x_1 x_2| + 3su \\ \le b|s||x_2 + a_1 x_1 \sin(x_1)| + a_2|s||x_1 x_2| - \beta(x)|s| \end{aligned}$$

$$\beta(x) = b|x_2 + a_1 x_1 \sin(x_1)| + a_2|x_1 x_2| + \beta_0, \text{ где } \beta_0 = const \text{ и } \beta_0 > 0$$

Разрывный регулятор: $u = -\beta(x) sign(s)$

Непрерывный регулятор: $u = -\beta(x) sat\left(\frac{s}{\varepsilon}\right)$

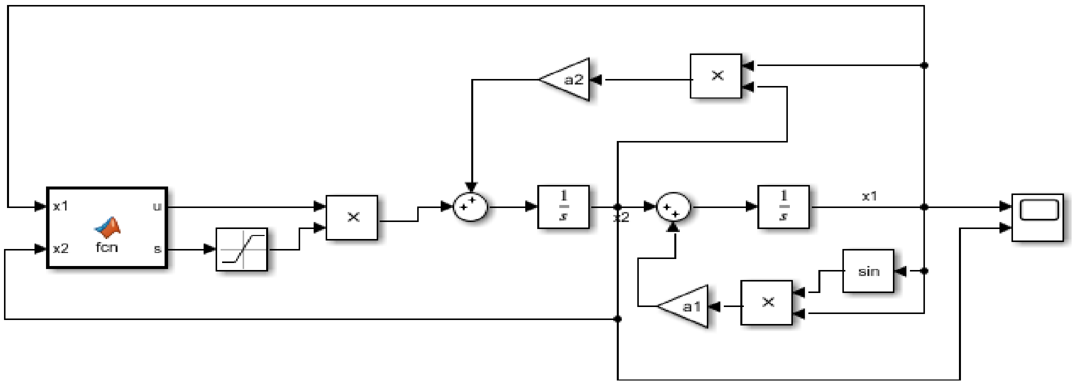

Рисунок 6 Схема моделирования со стабилизирующим регулятором

Разрывный регулятор

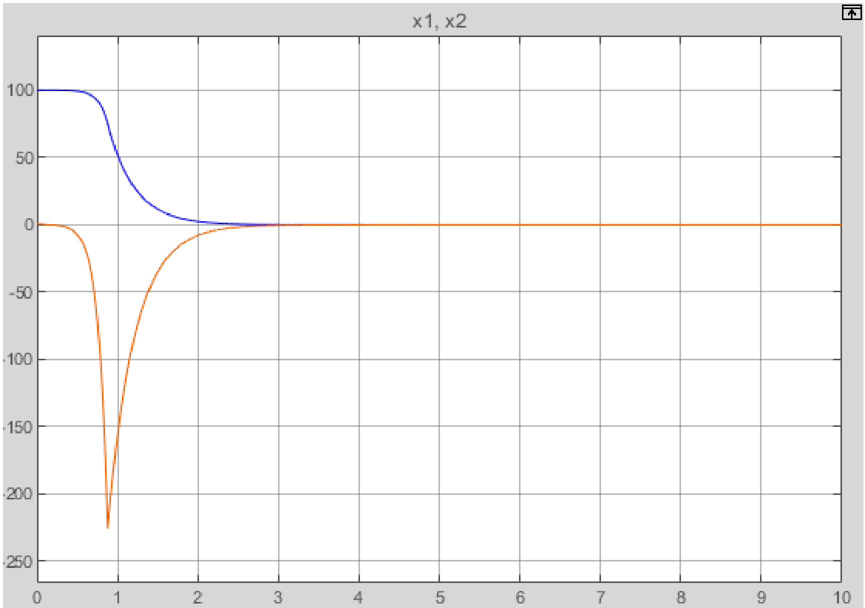

Рисунок 7 График вектора состояния со стабилизирующим разрывным регулятором

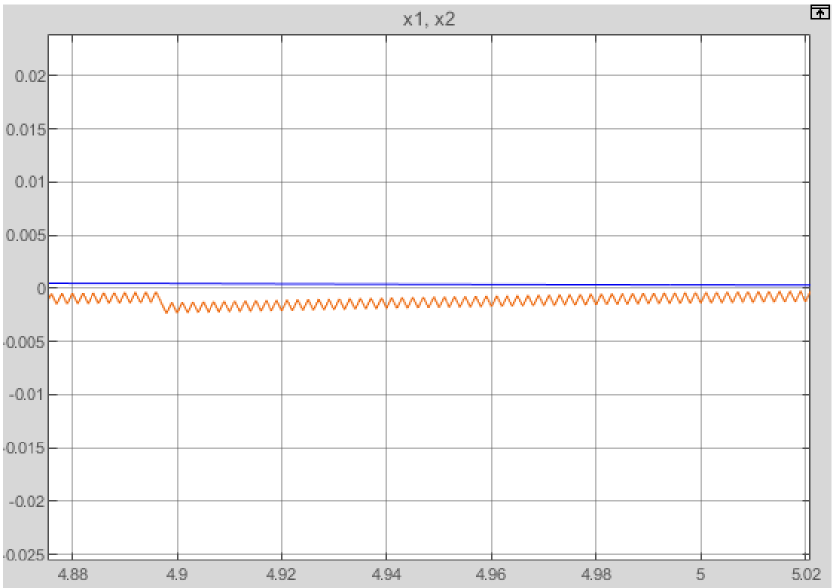

Рисунок 8 График вектора состояния со стабилизирующим разрывным регулятором

Непрерывный регулятор

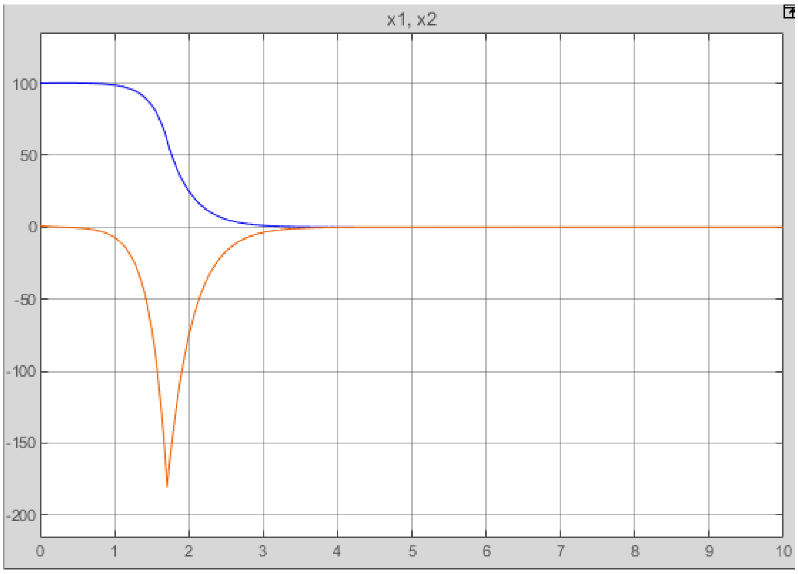

Рисунок 9 График вектора состояния со стабилизирующим непрерывным регулятором

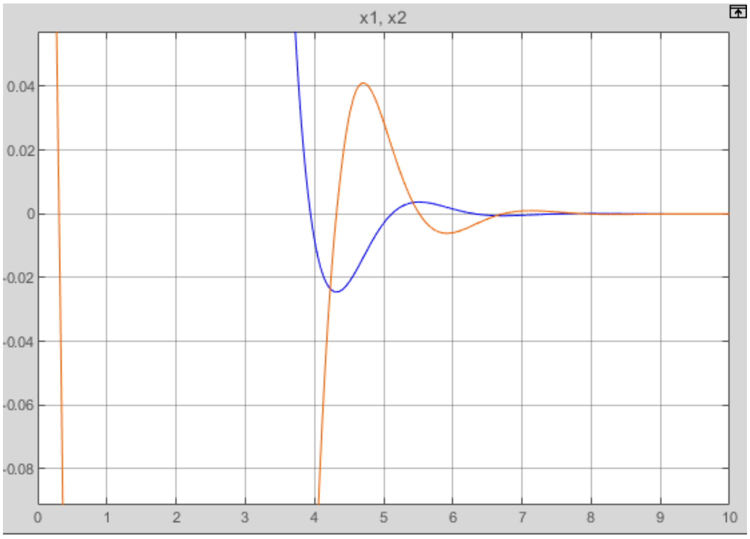

Рисунок 10 График вектора состояния со стабилизирующим непрерывным регулятором

Вывод:

В ходе выполнения работы были построены стабилизирующие регуляторы для двух систем.

По полученным результатам видно, что регулятор обеспечивает глобальную устойчивость, однако разрывный регулятор при приближении вектора состояния к нулю начинает колебать около положения равновесия, в то время как непрерывный сводит состояние в ноль.