



*Национальный исследовательский университет ИТМО
(Университет ИТМО)*

Факультет систем управления и робототехники

Дисциплина: Теория автоматического управления
Курсовой проект на тему
**«Синтез следящего управления в условиях внешних возмущений для
многоканальной системы»**
Вариант 17

Студент:
Евстигнеев Д.М.
Группа: *R33423*
Преподаватель:
Парамонов А.В.

Санкт-Петербург
2022

Оглавление

I. Цель работы	2
II. Ход работы.....	2
Исходные данные:	2
1. Проверка объекта управления на свойство полной управляемости по состоянию и по выходу и наблюдаемости.	2
2. Проверка на вырожденность передаточных матриц от управляющих воздействий к регулируемым и выходным переменным.	3
3. Определение математической модели возмущающего воздействия.	5
4. Определение математической модели задающего воздействия.	6
5. Формирование модели ошибок.	6
6. Формирование требуемых компонентов системы управления (наблюдатели, встроенные модели).	6
7. Формирование эталонной модели на основе требуемых показателей качества.....	7
8. Расчёт параметров всех необходимых компонентов замкнутой системы (наблюдатели, стабилизирующая, следящая и компенсирующая компоненты).....	7
9. Вычисление матрицы замкнутой системы с последующим вычислением корней её характеристического полинома и сравнение их с желаемыми параметрами замкнутой системы.....	10
10. Компьютерное моделирование САУ.	11
Вывод:.....	15

I. Цель работы

Требуется синтезировать регулятор, обеспечивающий в замкнутой системе заданный набор показателей качества и выполнение целевого условия

II. Ход работы

Данные для 17 варианта:

№	A	B	B _f	C	D	E	F	g(t)	f ₁ (t)	f ₂ (t)	Желаемые параметры замкнутой системы
17	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 \sin(7t - 2) \\ 6 \sin(7t - 2) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 9 \sin(4t + 3) \\ \sin(4t + 3) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \sin(5t + 7) \\ 3 \sin(5t + 7) \end{bmatrix}$	$1 < Re \lambda_i^* < 4$ $0 \leq Im \lambda_i^* < 3$

Исходные данные:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix};$$

$$D = \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; E = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; F = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix};$$

$$g(t) = \begin{bmatrix} 4 \sin(7t - 2) \\ 6 \sin(7t - 2) \end{bmatrix}; f_1(t) = \begin{bmatrix} 9 \sin(4t + 3) \\ \sin(4t + 3) \end{bmatrix}; f_2(t) = \begin{bmatrix} \sin(5t + 7) \\ 3 \sin(5t + 7) \end{bmatrix};$$

$$1 < |Re \lambda_i^*| < 4$$

$$0 \leq |Im \lambda_i^*| < 3$$

1. Проверка объекта управления на свойство полной управляемости по состоянию и по выходу и наблюдаемости относительно регулируемых и выходных переменных.

Управляемость по состоянию:

$$\tilde{B} = (B|AB|A^2B|\dots|A^{n-1}B)$$

```
B_upr_sost =
    -3     2     1     1
     1     1    -9    11

>> rank(B_upr_sost)

ans =

     2
```

Управляемость по выходу находится также, но с матрицами F и E:

```
F_upr =
```

```
2    0   -8    4
0   -2   -2    0
```

```
ans =
```

```
2
```

Наблюдаемость относительно регулируемых переменных:

$$\tilde{C} = (C|CA|CA^2|\dots|CA^{n-1})^T$$

```
Nabl =
```

```
-1    0    0   -1
3     1    4    6
```

```
ans =
```

```
2
```

Наблюдаемость относительно выходных переменных:

```
Nabl_y =
```

```
-1    0    0   -1
3     1    4    6
```

```
ans =
```

```
2
```

Вывод: из полученных данных мы можем понять, что система полностью управляема и по состоянию, и по выходу, полностью наблюдаема по регулируемым и выходным переменным

2. Проверка на вырожденность передаточных матриц от управляющих воздействий к регулируемым и выходным переменным.

Условия существования единственного невырожденного решения уравнения Сильвестра:

$$M\Gamma - AM = BH$$

1. Пара (A, B) полностью управляема.
2. Пара (Γ, H) полностью наблюдаема.
3. Спектры матриц Γ, A не пересекаются.
4. Ранг матрицы BH единичный.
5. Произведение матриц BH декомпозируемо на произведение векторов $BH = bh$, для которых выполняются условия полной управляемости пары (A, b) и полной наблюдаемости пары (Γ, h) .

$$W_{11}(s) = C_1 * (sI - A)^{-1}B_1 + D_{11}$$

```
Ws(1, 1)

val =
1/(- s^2 + 3*s + 4) - (3*(s - 3))/(- s^2 + 3*s + 4) - 4
```

$$W_{12}(s) = C_1 * (sI - A)^{-1}B_2 + D_{12}$$

```
Ws(1, 2)

val =
1/(- s^2 + 3*s + 4) + (2*(s - 3))/(- s^2 + 3*s + 4)
```

$$W_{21}(s) = C_2 * (sI - A)^{-1}B_1 + D_{21}$$

```
Ws(2, 1)

val =
9/(- s^2 + 3*s + 4) - s/(- s^2 + 3*s + 4) + (9*(s - 3))/(- s^2 + 3*s + 4)
```

$$W_{22}(s) = C_2 * (sI - A)^{-1}B_2 + D_{22}$$

```
Ws(2, 2)

val =
1 - 11/(- s^2 + 3*s + 4) - (6*(s - 3))/(- s^2 + 3*s + 4) - s/(- s^2 + 3*s + 4)
```

$$W(s) = \begin{bmatrix} \frac{1 - 3(s - 3)}{-s^2 + 3s + 4} - 4 & \frac{1 + 2(s - 3)}{-s^2 + 3s + 4} \\ \frac{9 - s + 9(s - 3)}{-s^2 + 3s + 4} & 1 - \frac{11 - 6(s - 3) - s}{-s^2 + 3s + 4} \end{bmatrix}$$

Определитель матрицы ПМ от управляющих воздействий к регулируемым переменным:

`vir =`

$$(4*s^2 + 13*s - 39)/(-s^2 + 3*s + 4)$$

Вывод: передаточная матрица от управляющих воздействий к регулируемым переменным не вырождена

3. Определение математической модели возмущающего воздействия.

Для начала определим модель возмущающего воздействия по входу:

$$\begin{cases} \dot{\xi}_{f1} = \Gamma_{f1} \xi_{f1}, \xi_{f1}(0) = \xi_{f10} \\ f_1 = H_{f1} \xi_{f1} \end{cases}$$

$$f_1(t) = \begin{bmatrix} 9 \sin(4t + 3) \\ \sin(4t + 3) \end{bmatrix}$$

$$z_1 = \sin(4t + 3); \quad z_1(0) = 0.1411$$

$$z'_1 = z_2 = 4 \cos(4t + 3); \quad z_2(0) = -3.9600$$

$$z'_2 = -16 \sin(4t + 3) = -16z_1$$

$$\Gamma_{f1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -16 & 0 \end{bmatrix}; \quad H_{f1} = \begin{bmatrix} 9 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix};$$

Далее модель для выхода:

$$\begin{cases} \dot{\xi}_{f2} = \Gamma_{f2} \xi_{f2}, \xi_{f2}(0) = \xi_{f20} \\ f_2 = H_{f2} \xi_{f2} \end{cases}$$

$$f_2(t) = \begin{bmatrix} \sin(5t + 7) \\ 3 \sin(5t + 7) \end{bmatrix}$$

$$z_1 = \sin(5t + 7); \quad z_1(0) = 0.657$$

$$z'_1 = z_2 = 5 \cos(5t + 7); \quad z_2(0) = 3.7695$$

$$z'_2 = -25 \sin(5t + 7) = -25z_1$$

$$\Gamma_{f2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -25 & 0 \end{bmatrix}; \quad H_{f2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 0 \end{bmatrix};$$

Также найдем модель входного воздействия:

$$\begin{cases} \dot{\xi}_g = \Gamma_g \xi_g, \xi_g(0) = \xi_{g0} \\ g = H_g \xi_g \end{cases}$$

$$g(t) = \begin{bmatrix} 4 \sin(7t - 2) \\ 6 \sin(7t - 2) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
z_1 &= \sin(7t - 2); \quad z_1(0) = -0.9093 \\
z_1' &= z_2 = 7 \cos(7t - 2); \quad z_2(0) = -2.9130 \\
z_2' &= -49 \sin(7t - 2) = -49z_1 \\
\Gamma_g &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -49 & 0 \end{bmatrix}; \quad H_g = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 6 & 0 \end{bmatrix};
\end{aligned}$$

Вывод: получены модели возмущающего воздействия для входного и выходного сигнала и модель входного воздействия

4. Определение математической модели задающего воздействия.

$$\begin{cases} \dot{\xi} = \Gamma \xi, & \xi(0) = \xi_0 \\ f_1 = H_1 \xi \\ f_2 = H_2 \xi \\ g = H_g \xi \end{cases}$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad H_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$H_g = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 \end{bmatrix};$$

Gamma =	z_0 =
0	0.1411
-16	-3.9600
0	0.6570
0	0.6570
0	-0.9093
0	-2.9130

5. Формирование модели ошибок.

$$\begin{cases} e = x - M\xi' \\ \varepsilon = g - y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} e' = Ax + Bu + B_f f_1 - M\Gamma\xi \\ \varepsilon = g - Cx - Du \end{cases}$$

$$\begin{cases} e' = (A - BK)e + B\bar{u} + B_f H_1 \xi + (A - BK)M\xi - M\Gamma\xi \\ \varepsilon = (C - DK)e - D\bar{u} - (C - DK)M\xi + H_g \xi \end{cases}$$

6. Формирование требуемых компонентов системы управления (наблюдатели, встроенные модели).

Модель расширенной системы с внутренней моделью:
$$\begin{cases} x_f' = \bar{A}x_f + \bar{B}u \\ z - g = \bar{E}x_f + Fu \end{cases}$$

Наблюдатель расширенной размерности:

$$\hat{x}_f' = (\bar{A} - \bar{L}\bar{E})\hat{x}_f + \bar{L}(z - g) + (\bar{B} - \bar{L}F)u$$

Ошибка наблюдения: $\dot{\tilde{x}}_f = x\dot{f} - \hat{x}'_f \rightarrow \dot{\tilde{x}}_f = (\bar{A} - \bar{L}\bar{E})\tilde{x}_f$

7. Формирование эталонной модели на основе требуемых показателей качества.

$$1 < |Re\lambda_i^*| < 4$$

$$0 \leq |Im\lambda_i^*| < 3$$

$$\lambda_i^* = -3$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}; H_g = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

ans =

Проверим ранг: 2

Вывод: пара (Г, Н) полностью наблюдаема

8. Расчёт параметров всех необходимых компонентов замкнутой системы (наблюдатели, стабилизирующая, следящая и компенсирующая компоненты).

Модель ошибок управления:

$$\begin{cases} \dot{e} = (A - BK)e + B\bar{u} + (A - BK)M\xi + B_f H_1 \xi - M\Gamma \xi \\ \varepsilon = (C - DK)e - D\bar{u} - (C - DK)M\xi + H_g \xi \end{cases}$$

Матричные уравнения Франкиса-Дэвисона:

$$\begin{cases} BL = M\Gamma - (A - BK)M - B_f H_1 \\ DL = H_g - (C - DK)M \end{cases}$$

Закон управления:

$$u = \bar{f}\xi - K\hat{x}$$

Для начала найдем матрицу линейных стационарных обратных связей К

$$\begin{cases} BH = M\Gamma - AM \\ K = -HM^{-1} \end{cases}$$

```
>> M=sylvester(-A,G,B*H)
```

M =

$$\begin{bmatrix} 0.5714 & 0.2959 \\ -0.7143 & -0.3163 \end{bmatrix}$$

```
>> K=-H*inv(M)
```

K =

$$\begin{bmatrix} 10.3333 & 9.6667 \\ 10.3333 & 9.6667 \end{bmatrix}$$

Далее рассчитаем следящую и компенсирующую компоненту по модели ошибки управления с помощью уравнения Франкиса-Дэвисона

$$\begin{cases} e' = (A - BK)e + B\bar{u} + B_f H_1 \xi + (A - BK)M\xi - M\Gamma\xi \\ \varepsilon = (C - DK)e - D\bar{u} - (C - DK)M\xi + H_g \xi \end{cases}$$

$$\begin{cases} BL = M\Gamma - (A - BK)M - B_f H_1 \\ DL = H_g - (C - DK)M \end{cases}$$

$L_g =$

```
-5.1354    -0.6920         0         0     6.8659    -2.9620
 1.0769     3.4873         0         0    11.1406    -2.3256
```

Модель расширенной системы с внутренней моделью: $\begin{cases} x_f' = \bar{A}x_f + \bar{B}u \\ z - g = \bar{E}x_f + Fu \end{cases}$

```
>> A_=[Gamma zeros(6,2);B_f*H1 A]
```

$A_ =$

```
  0    1    0    0    0    0    0    0
-16    0    0    0    0    0    0    0
  0    0    0    1    0    0    0    0
  0    0   -25    0    0    0    0    0
  0    0    0    0    0    1    0    0
  0    0    0    0   -49    0    0    0
 -7    0    0    0    0    0    0    1
 10    0    0    0    0    0    4    3
```

```
>> B_=[zeros(6,2);B]
```

$B_ =$

```
  0    0
  0    0
  0    0
  0    0
  0    0
  0    0
 -3    2
  1    1
```

```
>> E_=[H2-Hg E]
```

$E_ =$

```
  0    0    1    0   -4    0   -4    2
  0    0    3    0   -6    0    1    0
```

Наблюдатель расширенной размерности:

$$\hat{x}_f' = (\bar{A} - \bar{L}\bar{E})\hat{x}_f + \bar{L}(z - g) + (\bar{B} - \bar{L}F)u$$

Ошибка наблюдения: $\tilde{x}_f = x_f - \hat{x}_f \rightarrow \dot{\tilde{x}}_f = (\bar{A} - \bar{L}\bar{E})\tilde{x}_f$

Gn_ =

-3	1	0	0	0	0	0	0
0	-3	1	0	0	0	0	0
0	0	-3	1	0	0	0	0
0	0	0	-3	1	0	0	0
0	0	0	0	-3	1	0	0
0	0	0	0	0	-3	1	0
0	0	0	0	0	0	-3	1

Hn_ =

1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0

>> obsv(Gn_,Hn_)

ans =

Columns 1 through 6

1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0
-3	1	0	0	0	0
-3	1	0	0	0	0
9	-6	1	0	0	0
9	-6	1	0	0	0
-27	27	-9	1	0	0
-27	27	-9	1	0	0
81	-108	54	-12	1	0
81	-108	54	-12	1	0
-243	405	-270	90	-15	1
-243	405	-270	90	-15	1
729	-1458	1215	-540	135	-18
729	-1458	1215	-540	135	-18
-2187	5103	-5103	2835	-945	189
-2187	5103	-5103	2835	-945	189

Columns 7 through 8

0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
1	0
1	0
-21	1
-21	1

```
>> rank(ans)
```

```
ans =
```

```
8
```

Вывод: пара $(\overline{G_n}, \overline{H_n})$ полностью наблюдаема

Уравнение для нахождения матрицы входа наблюдателя \overline{L} :

```
>> M_=sylvester(-transpose(A_),Gn_,transpose(E_)*Hn_)
```

```
M_ =
```

```

2.3314    0.9297    0.3185    0.1340    0.0669    0.0344    0.0175    0.0088
-0.7771   -0.5690   -0.2958   -0.1433   -0.0701   -0.0348   -0.0174   -0.0087
-0.3529    0.0554    0.0202    0.0019   -0.0003   -0.0001   -0.0000    0.0000
0.1176    0.0208    0.0002   -0.0006   -0.0001   -0.0000    0.0000    0.0000
0.5172   -0.1189   -0.0212   -0.0001    0.0004    0.0000   -0.0000   -0.0000
-0.1724   -0.0178    0.0011    0.0004    0.0000   -0.0000   -0.0000   -0.0000
1.8571    0.9796    0.4971    0.2496    0.1249    0.0625    0.0312    0.0156
-0.6429   -0.2704   -0.1279   -0.0629   -0.0313   -0.0156   -0.0078   -0.0039
```

```
L_ =
```

```

-1.3681   -1.3681
2.2987    2.2987
9.4375    9.4375
4.1781    4.1781
1.6368    1.6368
-22.2914  -22.2914
4.4032    4.4032
9.4140    9.4140
```

Закон управления:

$$u = L\tilde{\xi} + K\hat{x}$$

$$u = KL\hat{x}f$$

$$\text{Где } \widehat{x_f} = \begin{bmatrix} \hat{\xi} \\ \hat{x} \end{bmatrix}, K_L = [L \quad K]$$

9. Вычисление матрицы замкнутой системы с последующим вычислением корней её характеристического полинома и сравнение их с желаемыми параметрами замкнутой системы.

```
>> eig(A-B*K)
```

```
ans =
```

```
-3.0000
```

```
-3.0000
```

```
>> eig(Gn_)
```

```
ans =
```

```
-3
```

```
-3
```

Вывод: корни характеристического полинома замкнутой системы совпали с желаемыми корнями замкнутой системы

10. Компьютерное моделирование САУ.

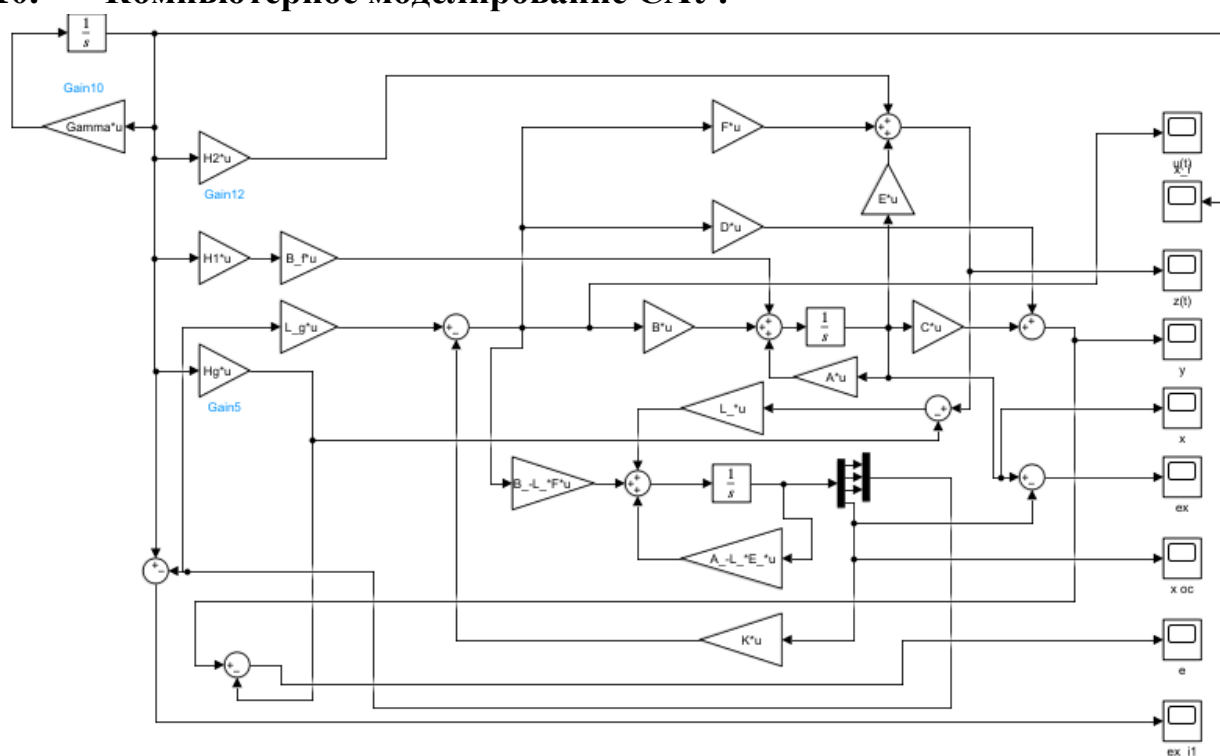


Рис.1 Модель симуляции

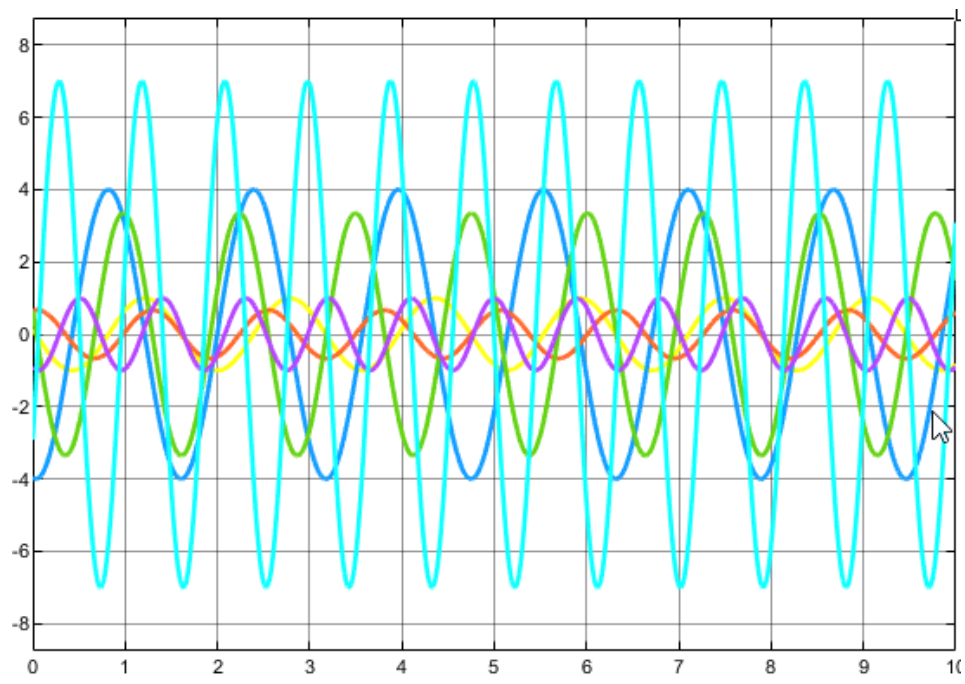


Рис.2 Состояние генератора

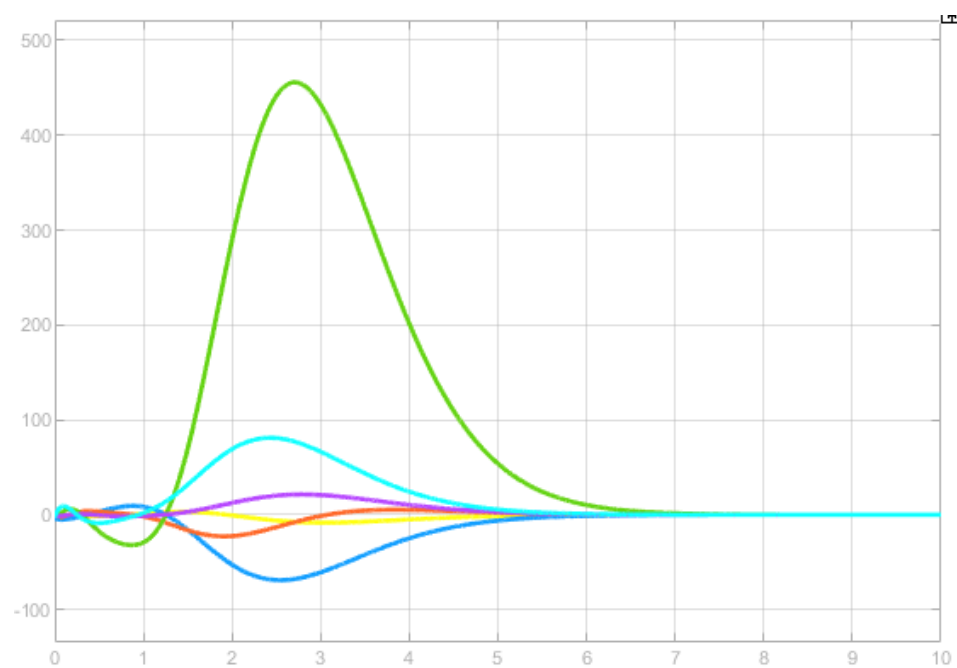


Рис.3 График вектора невязки состояния генератора и состояния его наблюдателя

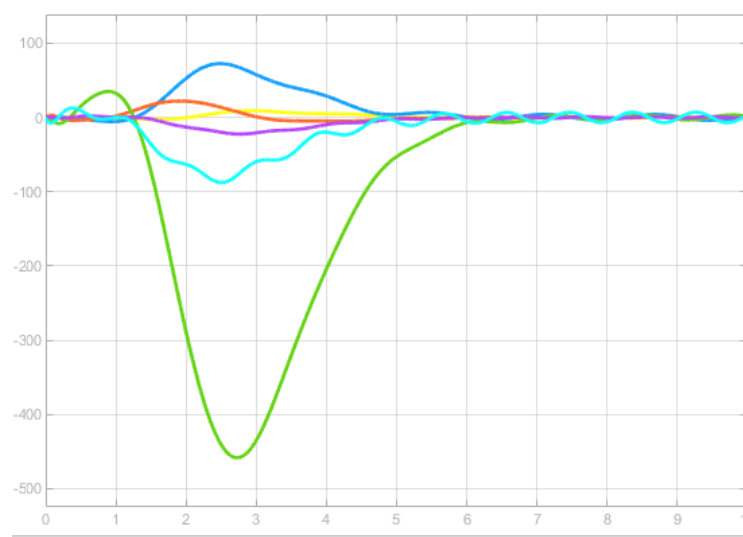


Рис 4. График вектора невязки состояния генератора и состояния его наблюдателя

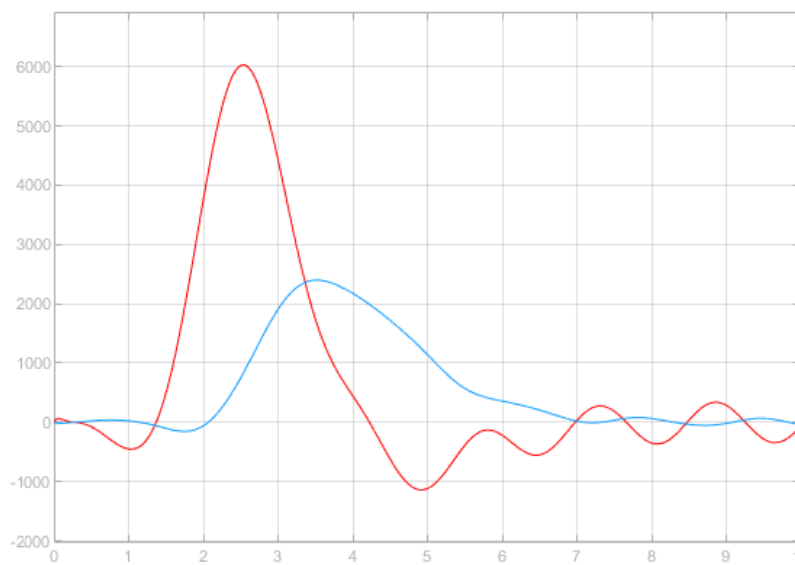


Рис.5 График выходных переменных системы

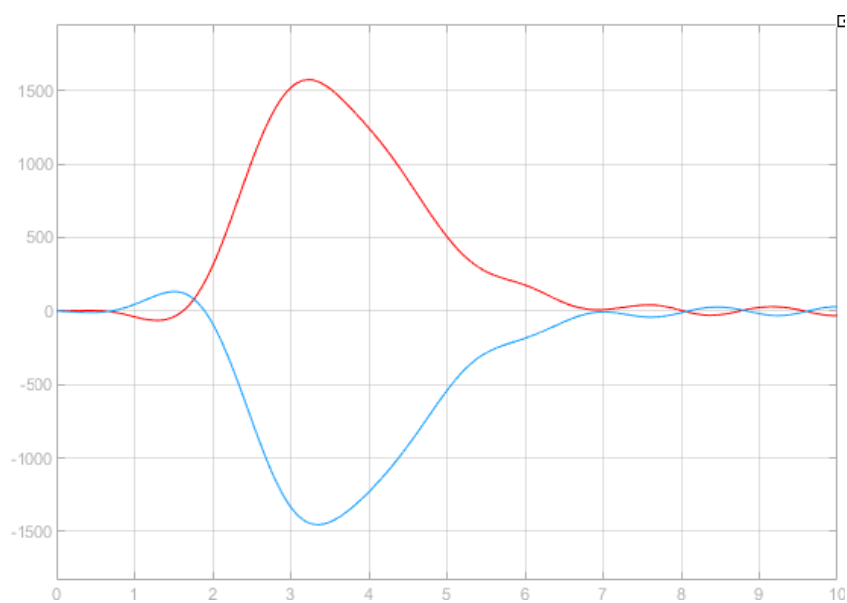


Рис.6 График переменных состояния объекта управления

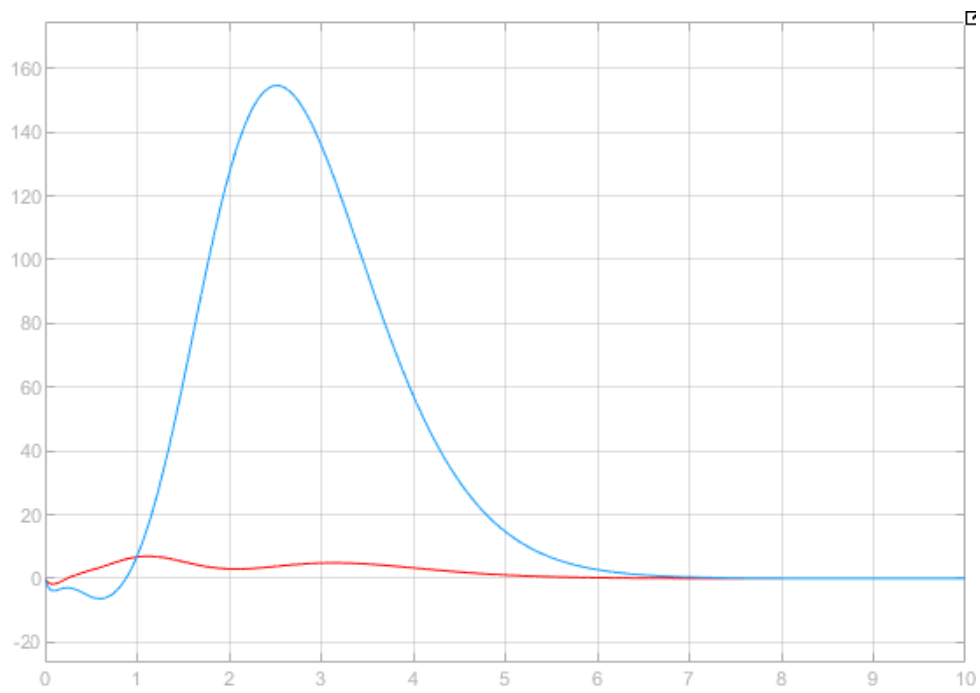


Рис.7 График вектора невязки переменных состояния объекта и состояния наблюдателя

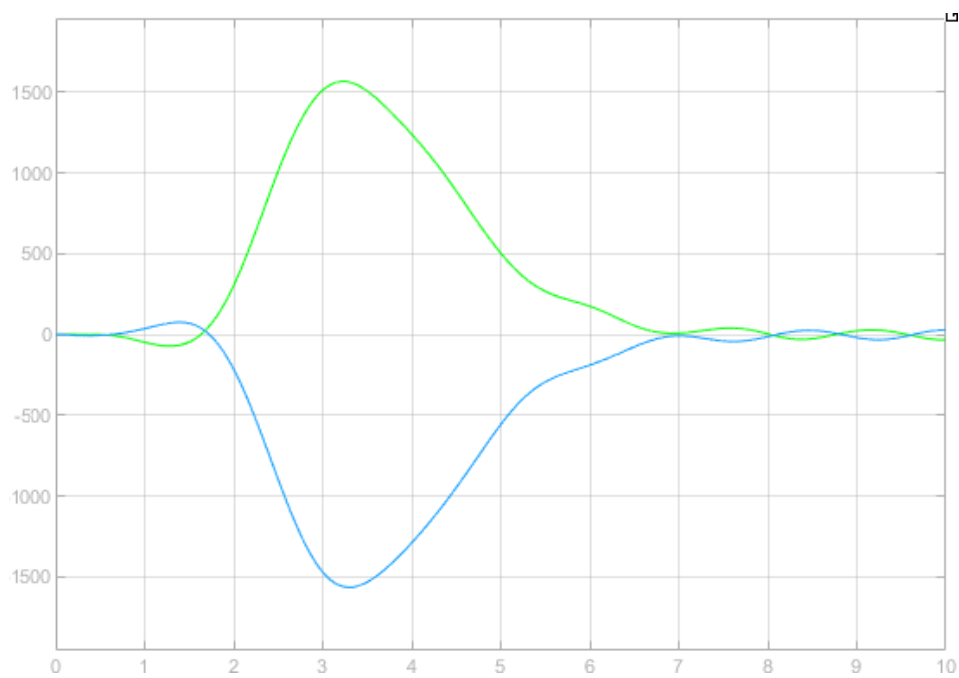


Рис.8 График переменных состояния наблюдателя за переменными состояния объекта

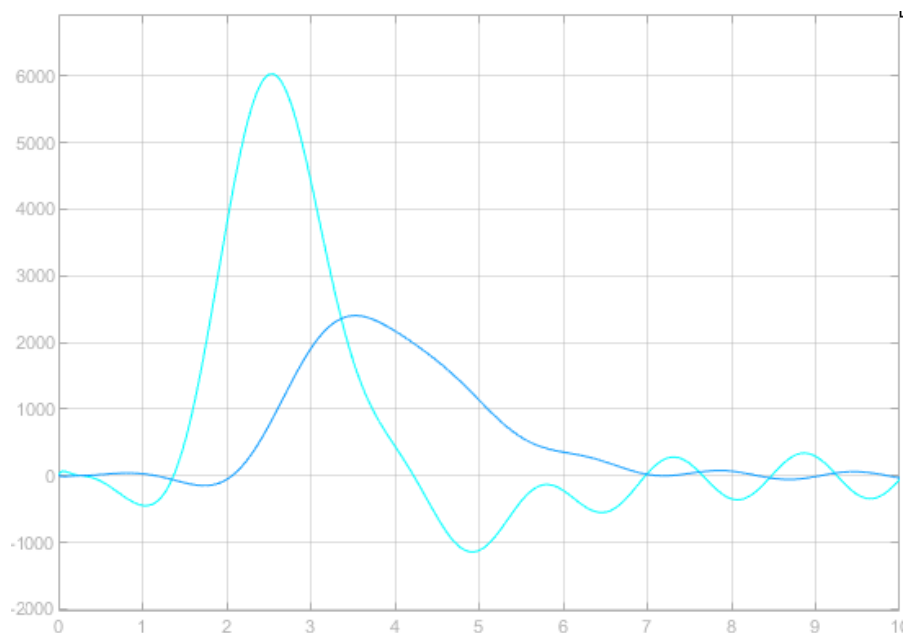


Рис 9. График регулируемых переменных системы

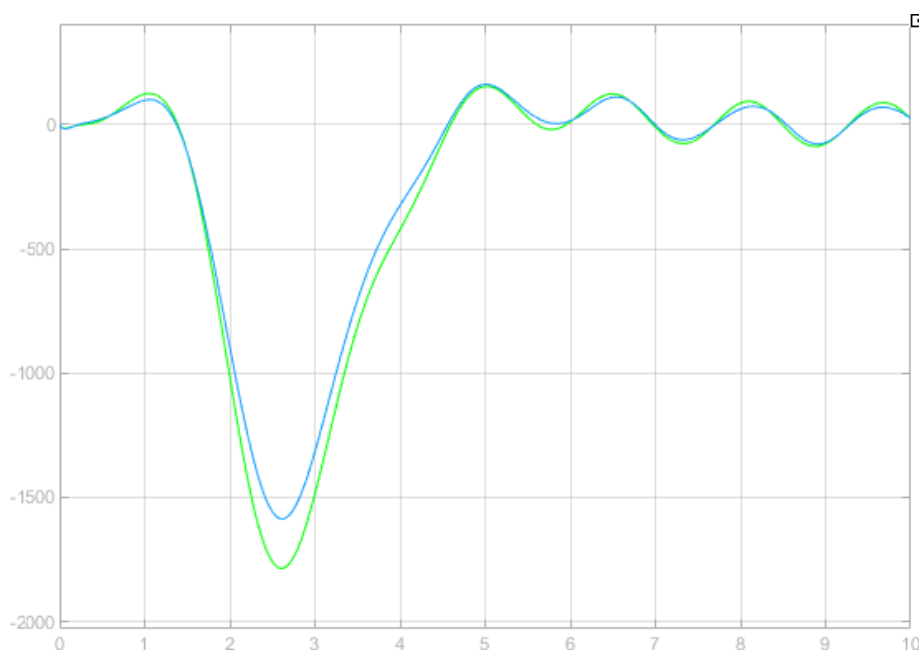


Рис 10. График управляющих воздействий системы

Вывод: в итоге выполнения курсового проекта был произведен синтез следящего управления в условиях внешних возмущений многоканальной системы. Синтезирован регулятор, обеспечивающий в замкнутой системе заданный набор показателей качества и выполнение целевого условия