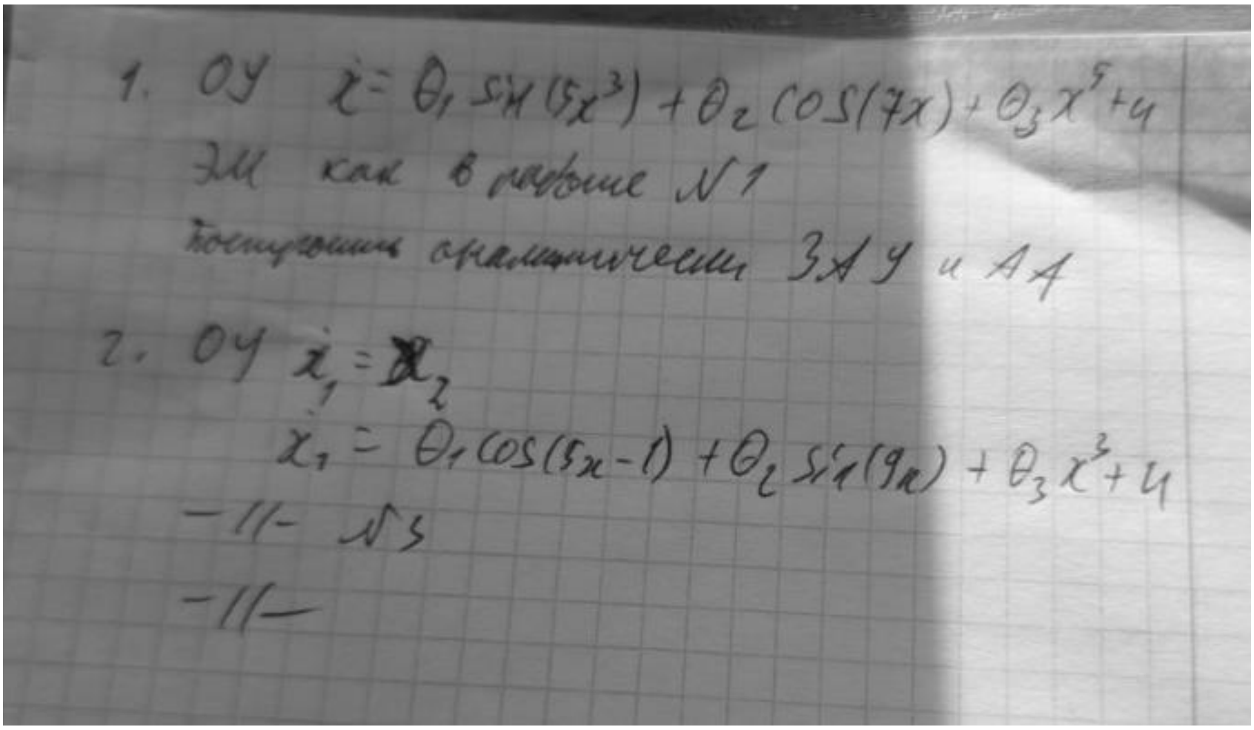
1. ОУ $\dot{x} = \theta_1 \sin(5x^3) + \theta_2 \cos(7x) + \theta_3 x^5 + u$
ЭМ как в работе №1
Построить аналитически ЗАУ и АА
2. ОУ $\dot{x}_1 = x_2$
$\dot{x}_1 = \theta_1 \cos(5x-1) + \theta_2 \sin(9x) + \theta_3 x^3 + u$
—//— №3
—//—

1 Задача:

$$\dot{x} = \theta_1 \sin(5x^3) + \theta_2\, cos(\,7x) + \theta_3\, cos(\,x^5) + u$$

Целевое равенство: $\lim\limits_{t\to\infty}\left(x_m(t) - x(t)\right) = \lim\limits_{t\to\infty}\varepsilon(t) = 0$,

где $\varepsilon = x_m - x$ — ошибка управления, x_m — эталонный сигнал, являющийся выходом динамической модели

$\dot{x}_m = -\lambda x_m + \lambda g,$

где g — сигнал задания, $\lambda > 0$ — параметр, задающий время переходного процесса.

Выполнение:

Производная ошибки управления:

$$\varepsilon' = x'_m - x' = -\lambda x_m + \lambda g - (\theta_1 \sin(5x^3) + \theta_2\, cos(\,7x) + \theta_3\, cos(\,x^5) + u)$$

Равенство динамики ошибки, экспоненциально стремится к нулю

$$\varepsilon' = -\lambda\varepsilon = -\lambda x_m + \lambda x$$

Закон управления:

$$-\lambda x_m + \lambda x = -\lambda x_m + \lambda g - (\theta_1 \sin(5x^3) + \theta_2\, cos(\,7x) + \theta_3\, cos(\,x^5) + u)$$

$$u = \lambda g - \lambda x - (\theta_1 \sin(5x^3) + \theta_2\, cos(\,7x) + \theta_3\, cos(\,x^5))$$

Закон управления нереализуем, оценка параметров:

$$u = \lambda g - \lambda x - \hat{\theta}_1 \sin(5x^3) - \hat{\theta}_2\, cos(\,7x) - \hat{\theta}_3\, cos(\,x^5)$$

$$\hat{\theta}$$

Объект с новым управлением:

$$\dot{x} = \theta_1 \sin(5x^3) + \theta_2\, cos(\,7x) + \theta_3\, cos(\,x^5) + \lambda g - \lambda x - \hat{\theta}_1 \sin(5x^3) - \hat{\theta}_2\, cos(\,7x) - \hat{\theta}_3\, cos(\,x^5)$$

$$\dot{x} = \tilde{\theta}_1 \sin(5x^3) + \tilde{\theta}_2\, cos(\,7x) + \tilde{\theta}_3\, cos(\,x^5) + \lambda g - \lambda x$$

С помощью метода функций Ляпунова получим желаемую функцию, взяв производную:

$$V = \frac{1}{2}\varepsilon^2 + \frac{1}{2\gamma}\left(\tilde{\theta}^2{}_1 + \widetilde{\theta^2}_2 + \widetilde{\theta^2}_3\right), \gamma > 0$$

$$V' = \varepsilon\varepsilon' + \frac{1}{2\gamma}\left(\widetilde{\theta_1'}\widetilde{\theta_1} + \widetilde{\theta_2}\widetilde{\theta'}_2 + \widetilde{\theta_3}\widetilde{\theta'}_3\right) =$$

$$= \varepsilon(-\lambda\varepsilon - \tilde{\theta}_1 \sin(5x^3) + \tilde{\theta}_2\, cos(\,7x) + \tilde{\theta}_3\, cos(\,x^5) - \tilde{\theta}_3) + \frac{1}{\gamma}(-\widetilde{\theta_1}\widehat{\theta_1'} - \widetilde{\theta_2}\widehat{\theta_2'} - \widetilde{\theta_3}\widehat{\theta_3'})$$

В итоге мы должны подобрать такие значения динамики оценки параметров, чтобы от функции Ляпунова осталось лишь слагаемое $-\lambda\varepsilon^2 < 0$.

Тогда система алгоритма адаптации примет вид:

$$\begin{cases} \widehat{\theta_1'} = -\,\gamma\, sin(5x^3) \\ \widehat{\theta_2'} = -\,\gamma\, \cos(7x) \\ \widehat{\theta_3'} = -\gamma\, cos(\,x^5) \end{cases}$$

2 Задача:

$$\dot{x}_1 = x_2,$$
$$\dot{x}_2 = \theta_1\, cos(\,5x - 1) + \theta_2 \sin\,(9x) + \theta_3 x^3 + u$$

Цель: $\lim\limits_{t\to\infty}\|e(t)\| = 0$,

где $e = x_M - x$ — вектор ошибки управления, $x_M \in R^n$ — вектор, генерируемый эталонной моделью

$$\dot{x}_M = A_M x_M + b_M g\ ,$$

с задающим воздействием $g(t)$.

Выполнение:

$$e_1' = x_{1m} - x_1' = x_{2m} - x^2 = e_2,$$

$$e_2' = x'_{2m} - x'_2 == -a_0 x_{1m} - a_1 x_{2m} + b_{0m} g -$$
$$- [\theta_1 \,cos(\,5x - 1) + \theta_2 \sin{(9x)} + \theta_3 x^3 + u]$$

Зададимся равенством динамики ошибки в таком виде:

$$e'_2 = -a_{0m} e_1 - a_{1m} e_2 = -a_{0m}(x_{1m} - x_1) - a_{1m}(x_{2m} - x_2)$$

Теперь получим искомый закон управления, подставив равенство в систему выше:

$$-a_{0m}(\boldsymbol{x_{1m}} - x_1) - a_{1m}(\boldsymbol{x_{2m}} - x_2) = -\boldsymbol{a_0 x_{1m}} - \boldsymbol{a_1 x_{2m}} + b_{0m} g - [\theta_1 \,cos(\,5x - 1) + \theta_2 \sin{(9x)} + \theta_3 x^3 + u]$$

$$u = -a_{0m}(\boldsymbol{x_{1m}} - x_1) - a_{1m}(\boldsymbol{x_{2m}} - x_2) = -\boldsymbol{a_0 x_{1m}} - \boldsymbol{a_1 x_{2m}} + b_{0m} g + \theta_1 \,cos(\,5x - 1) + \theta_2 \sin{(9x)} + \theta_3 x^3$$

Так как закон управления нереализуем, сразу введём оценку параметра:

$$u = -a_{0m} x_1 - a_{m1} x_2 + b_{om} g + \hat{\theta}_1 \,cos(\,5x - 1) + \hat{\theta}_2 \sin{(9x)} + \hat{\theta}_3 x^3$$

Получившийся закон управления вставим в ОУ и сразу с условием, что

$$\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta},$$

$$\begin{cases} x_1' = x_2, \\ \dot{x}_2 = \theta_1 \,cos(\,5x - 1) + \theta_2 \sin{(9x)} + \theta_3 x^3 - a_{0m} x_1 - a_{m1} x_2 + b_{om} g + \hat{\theta}_1 \,cos(\,5x - 1) + \hat{\theta}_2 \sin{(9x)} + \hat{\theta}_3 x^3 \end{cases}$$

$$\dot{x}_2 = -a_{0m} x_1 - a_{m1} x_2 + b_{om} g + \tilde{\theta}_1 \,cos(\,5x - 1) + \tilde{\theta}_2 \sin{(9x)} + \tilde{\theta}_3 x^3$$

Воспользуемся методом функции Ляпунова и получим модель ошибок:

$$\dot{e} = A_M e + b\tilde{\theta}^T x,$$

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_{mo} & -a_{m1} \end{bmatrix}, b = \begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix}, X = \begin{bmatrix} -\,cos(\,5x - 1) \\ -\sin{(9x)} \\ -x^3 \end{bmatrix}$$

Тогда подберем многомерную функцию Ляпунова с положительно определенной матрицей P:

$$\mathrm{V} = \frac{1}{2} e^T P e - \frac{1}{2\gamma} \tilde{\theta}^T \tilde{\theta}$$

Тогда производная примет вид:

$$V' = -\frac{1}{2}e^T Qe + \tilde{\theta}^T X b^T Pe + \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}^T \tilde{\theta}' = e^T Qe + \tilde{\theta}^T X b^T Pe - \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}^T \hat{\theta}'$$

Тогда выбирая алгоритм адаптации таким образом:

$$\dot{\hat{\theta}} = \gamma x b^T Pe, \qquad \hat{\theta}(0) = 0$$

Производная функция Ляпунова будет удовлетворять нужному неравенству:

$$\dot{V} = -\frac{1}{2}e^T Qe \le 0,$$