Национальный исследовательский университет ИТМО
(Университет ИТМО)

Факультет систем управления и робототехники

Дисциплина: Теория автоматического управления

Отчет по лабораторной работе №12.

«Синтез системы управления с помощью метода внутренней (встроенной) модели на базе режекторной фильтрации»

Вариант 6

Студенты:
Евстигнеев Д.М.
Кулижников Е.Б.
Группа: *R33423*
Преподаватель:
Парамонов А.В.

Санкт-Петербург
2022

- **Цель работы**

Освоение управления линейными объектами с помощью метода внутренней (встроенной) модели на базе режекторной фильтрации.

- **Ход работы**

Данные для 6 варианта:

№	A	B	C
6	$\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 9 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6 & 0 \end{bmatrix}$

№	$g(t)$	$f_1(t)$	$f_2(t)$
6	$3t$	5	3

№	$W(s)$	$t_п$,с	σ,%	g	f_1
6	$\frac{s-5}{s^2-5s-6}$	0,4	15	$4\sin(2t+1)$	$5\sin(2t+3)$

Исходные данные:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 9 & 0 \end{bmatrix} \; B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \; C = \begin{bmatrix} 6 & 0 \end{bmatrix}$$
$$f_2 = 0.5f_1$$

1. Управление объектом в виде модели вход-выход.

1.1. Проверка объекта управления на сократимость нулей и полюсов.

$$W(s) = \frac{s-5}{s^2-5s-6}$$

$$x(0) = 5$$

$$\lambda_1 = 6; \; \lambda_2 = -1$$

Не сокращаются

1.2. Формирование модели задающих и возмущающих воздействий в виде вход-состояние-выход:

$$\begin{cases} \dot{\xi} = \Gamma\xi, \quad \xi(0) = \xi_0 \\ f_1 = H_1\xi \\ f_2 = H_2\xi \\ g = H_g\xi \end{cases}$$

$$g(t) = z_1 = 5\sin(2t+3)$$
$$z_1' = z2 = 10\cos(2t + 3)$$
$$z_2' = -20sin(2t + 3) = -4z_1$$
$$z_1(0) = 0.71$$

$$z_2(0) = -9.9$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}, H_1 = [1\ \ 0], H_2 = [0.5\ \ 0]\,, H_g = [0\ \ 0.1]$$

1.3. Определение порядка желаемого характеристического полинома по формуле

$$\bar{\mathrm{n}} = 2\mathrm{n} + \mathrm{q} - 1 = 5$$

$$\mathrm{t}_{\text{п}} = 0{,}4 \text{ и } \sigma = 15\%, 15\% \geq \sigma > 13.5\% \longrightarrow \text{полином Баттерворта}$$

$$\omega = \frac{7.7}{0.4} = 19.25$$

$$\bar{\alpha}(\mathrm{s}) = \mathrm{s}^5 + 3.236\omega\mathrm{s}^4 + 5.236\omega^2\mathrm{s}^3 + 5.236\omega^3\mathrm{s}^2 + 3.236\omega^4\mathrm{s} + \omega^5$$

1.4. Расчет параметров передаточной функции регулятора в соответствии с соотношениями

$$\begin{cases} \bar{\alpha}(\mathrm{s}) = c(s)a(s) + d(s)b(s) \\ c(s) = \det(sI - \Gamma)\bar{c}(s) \end{cases}$$

$$W_{plant}(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}; W_{contr} = \frac{K_1 s^3 + K_2 s^2 + K_3 s + K_4}{s^3 + K_5 s^2 + s w^2 + K_5 w^2}$$

$$\frac{sys}{1+sys}\ \Big|_{s}^{collect} \rightarrow \frac{K1\cdot b1\cdot s^4 + (K1\cdot b0 + K2\cdot b1)\cdot s^3 + (K2\cdot b0 + K3\cdot b1)\cdot s^2 + (K3\cdot b0 + K4\cdot b1)\cdot s + K4\cdot b0}{s^4\cdot(K5 + a1 + K1\cdot b1) + s^5 + K4\cdot b0 + s\cdot\left(a0\cdot w^2 + K3\cdot b0 + K4\cdot b1 + K5\cdot a1\cdot w^2\right) + s^3\cdot\left(w^2 + a0 + K5\cdot a1 + K1\cdot b0 + K2\cdot b1\right) + s^2\cdot\left(K5\cdot w^2 + a1\cdot w^2 + K5\cdot a0 + K2\cdot b0 + K3\cdot b1\right) + K5\cdot a0\cdot w^2}$$

Программа для нахождения K_{1-5}

```
b0=-5; b1=1; a0=-6; a1=-5; w=19.25; w2=w^2;
syms k1 k2 k3 k4 k5;
eqn1=k5+a1+k1*b1==3.236*w;
eqn2=w2+a0+k5*a1+k1*b0+k2*b1==5.236*w2;
eqn3=k5*w2+a1*w2+k5*a0+k2*b0+k3*b1==5.236*w^3;
eqn4=a0*w2+k3*b0+k4*b1+k5*a1*w2==3.236*w^4;
eqn5=k5*a0*w2+k4*b0==w^5;
sol=solve([eqn1;eqn2;eqn3;eqn4;eqn5],[k1, k2, k3, k4, k5]);
K1=double(sol.k1);
K2=double(sol.k2);
K3=double(sol.k3);
K4=double(sol.k4);
K5=double(sol.k5);
```

K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
2635.507	1912.168	985038.558	613352.127	-2568.214

1.5. Проверочный расчет характеристического полинома замкнутой системы.

```
syms s;

ai_s=s^5+3.236*w*s^4+5.236*w^2*s^3+5.236*w^3*s^2+3.236*w^4*s+w^5==0;
proof_eqn=s^5+(K5+a1+K1*b1)*s^4+(w2+a0+K5*a1+K1*b0+K2*b1)*s^3+(K5*w2+a1*w2+K5*a0+K2*b0+K
3*b1)*s^2+(a0*w2+K3*b0+K4*b1+K5*a1*w2)*s+(K5*a0*w2+K4*b0)==0;
proof1=double(solve(ai_s));
proof2=double(solve(proof_eqn));
```

```
proof1 =

 -19.2500 + 0.0000i
  -5.9490 -18.3077i
  -5.9490 +18.3077i
 -15.5725 -11.3163i
 -15.5725 +11.3163i

>> proof2

proof2 =

 -15.5725 -11.3163i
 -15.5725 +11.3163i
  -5.9490 -18.3077i
  -5.9490 +18.3077i
 -19.2500 + 0.0000i
```

Корни совпадают, если учитывать неточность расчёта систем пятого порядка.

1.6. Моделирование системы управления

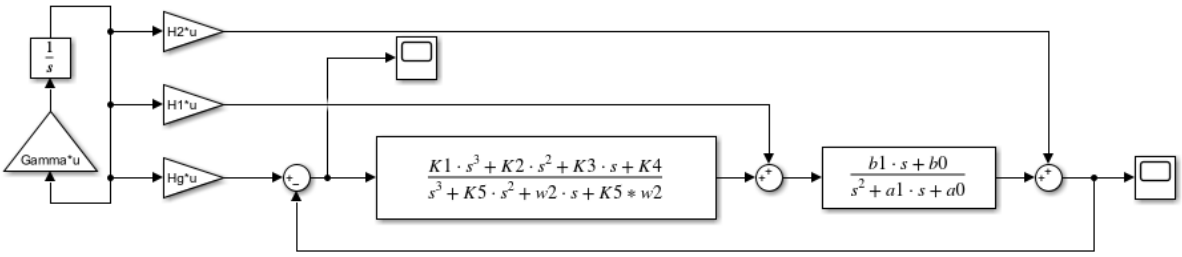

Рис.1 Модель симуляции

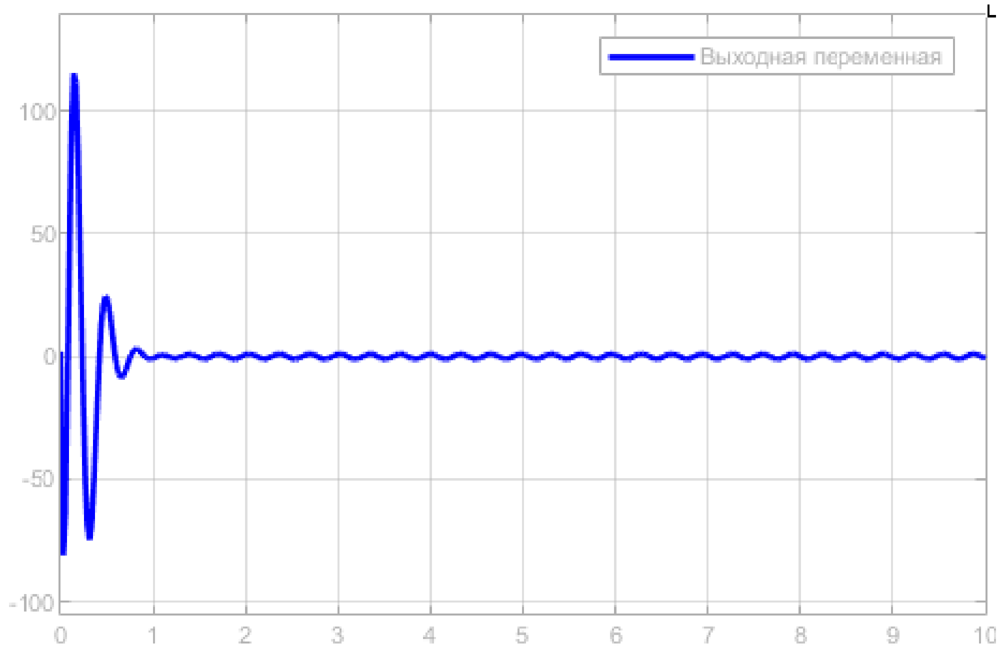

Рис.2 Выходная переменная

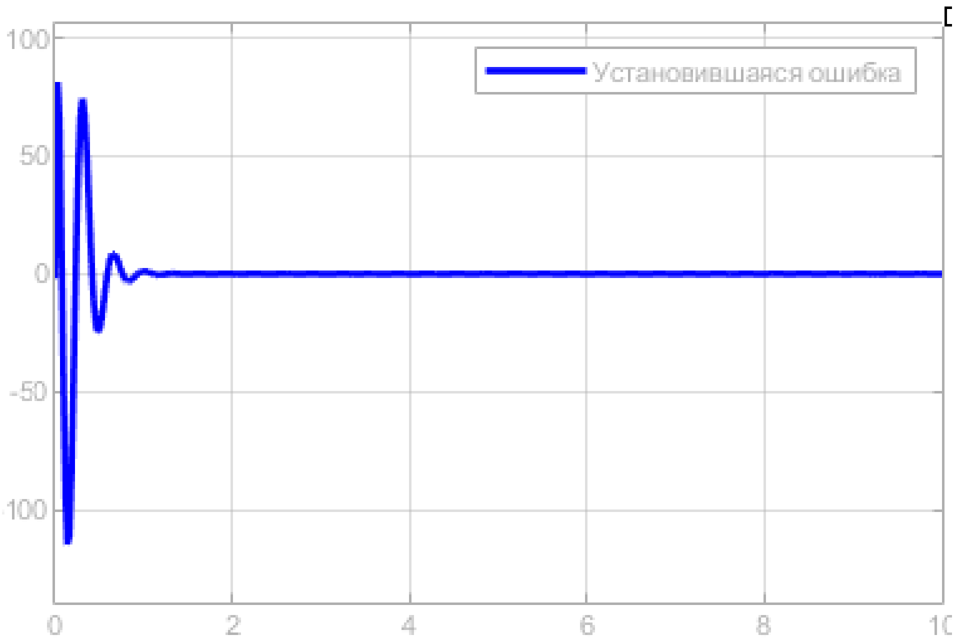

Рис. 3 Установившаяся ошибка

$$\lim_{t\to\infty}\big(g(t)-y(t)\big)=0 \text{ выполняется}$$

2. Управление объектом в виде модели вход-состояние-выход (астатический регулятор).

2.1. Проверка объекта управления на свойства полной управляемости и наблюдаемости

```
Upr =

     3     1
     9     2

>> rank(Upr)

ans =

     2
```

```
Nabl =

     6     0
    -6    12

>> rank(Nabl)

ans =

     2
```

Ранг матриц наблюдаемости и управляемости отличен от нуля, значит система полностью наблюдаема и управляема

2.2.Формирование внешних воздействий

$$\begin{cases}\dot{\xi}_g = \Gamma_g\xi_f \\ f = H_g\xi_f\end{cases}, \xi_g(0) = \xi_{g0}$$

$g(t) = z_1 = 3t$

$z_1' = z_2 = 3$

$z_2' = 0 * z_1$

$z_1(0) = 0; z_2(0) = 3$

$\Gamma = \begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix}, H_g = [1\ \ 0] \rightarrow \text{возмущение воздействия} = \text{начальные усл. инт.} \begin{bmatrix}5\\ 3\end{bmatrix}$

2.3. Построение встроенной модели вида

$$\begin{cases} e'_\xi = \Gamma e_\xi + G\epsilon \\ x' = Ax + Bu + B_f f_1 \end{cases}, \text{где } \Gamma = 0$$

Матрица G определяется из условия полной управляемости пары (Γ, G), тогда $\Gamma = 0, G = 1$

$$\begin{cases} e'_\xi = G \\ x' = Ax + Bu + B_f f_1 \end{cases}$$

2.4 Конструирование эталонной модели на основе требуемых показателей

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}\bar{\xi} = \bar{\Gamma}\bar{\xi} \\ \bar{v} = \bar{H}\bar{\xi} \end{cases}, \qquad \text{где } \bar{\Gamma} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -\omega^3 \\ 1 & 0 & -3\omega^2 \\ 0 & 1 & -3\omega \end{bmatrix}, \omega = \frac{6.3}{0,4} = 15.75, \qquad H = [0 \quad 0 \quad 1]$$

2.5 Нахождение матрицы $\bar{M}$ и расширенной матрицы линейных стационарных обратных связей $\bar{K}$

$$K\xi = 964.93, Kx = [305.41 \ -129.5820]$$

```
M_bar =

    0.0000   -0.0002   -0.0002
   -0.0002   -0.0001   -0.0032
   -0.0002   -0.0017   -0.0010

>> K_bar

K_bar =

  964.9336  305.4141 -129.5820
```

2.6. Вычисление матрицы замкнутой системы с последующим вычислением корней её характеристического полинома и сравнение их с корнями требуемого характеристического полинома

```
syms s;
proof1=double(solve(s^3+3*w*s^2+3*w^2*s+w^3==0));
F_bar=A_bar-B_bar.*K_bar;
proof2=eig(F_bar);
```

```
proof1 =

  -15.7500
  -15.7500
  -15.7500

>> proof2

proof2 =

 -15.7518 + 0.6436i
 -15.7518 - 0.6436i
 -15.7498 + 0.0000i
```

2.7. Моделирование системы управления

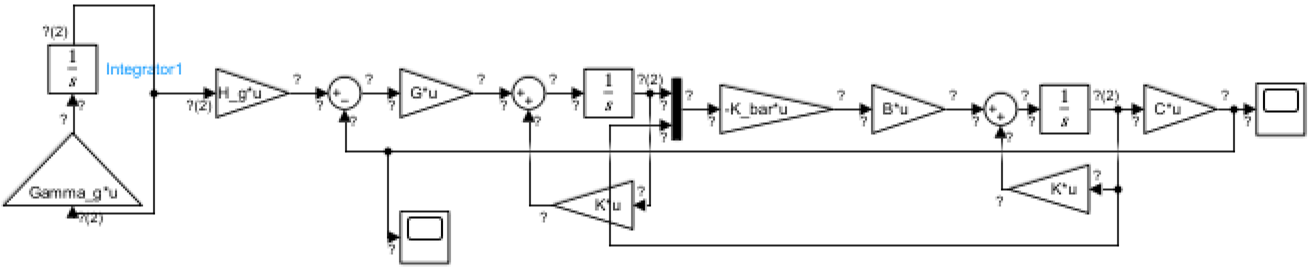

Рис.4 Модель симуляции

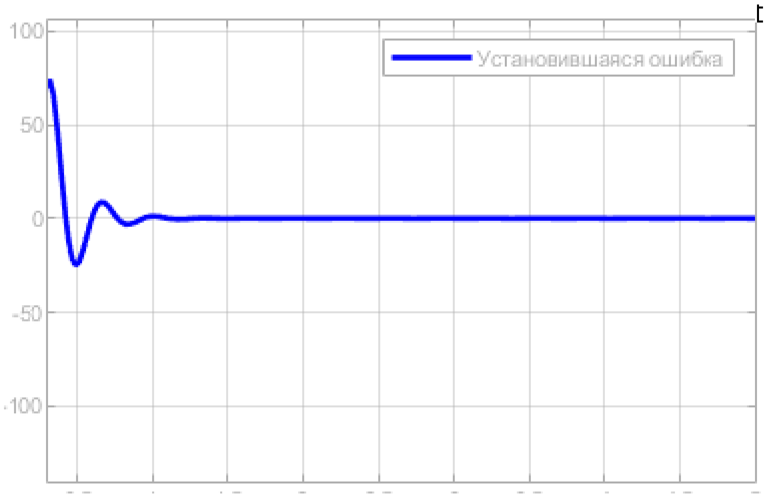

Рис. 5 Установившаяся ошибка

$$\lim_{t\to\infty}\left(g(t)-y(t)\right)=const \text{ выполняется}$$

3. Управление объектом в виде модели вход-состояние-выход (метод встроенной модели).

3.1. Формирование моделей внешних воздействий в виде вход-состояние-выход:

$$\begin{cases} \dot{\xi} = \Gamma\xi, \quad \xi(0) = \xi_0 \\ f_1 = \mathrm{H}_1\xi \\ f_2 = \mathrm{H}_2\xi \\ g = \mathrm{H}_g\xi \end{cases}$$

$$g(t) = z_1 = 5\sin(2t+3)$$
$$z_1' = z2 = 10\cos(2t + 3)$$
$$z_2' = -20 sin(2t + 3) = -4z_1$$
$$z_1(0) = 0.71$$
$$z_2(0) = -9.9$$
$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}, H_1 = [1 \;\; 0], H_2 = [0.5 \;\; 0], H_g = [0 \;\; 0.1]$$

3.2. Построение встроенной модели вида

$$\begin{cases} e'_\xi = \Gamma e_\xi + G\epsilon \\ x' = Ax + Bu + B_f f_1 \end{cases}, \text{где } \Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}; G = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

3.3. Конструирование эталонной модели на основе требуемых показателей качества:

$$\begin{cases} \bar{\xi} = \bar{\Gamma}\bar{\xi} \\ \bar{v} = \bar{H}\bar{\xi}' \end{cases} \quad \text{где } \bar{\Gamma} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -w^4 \\ 1 & 0 & 0 & -4w^3 \\ 0 & 1 & 0 & -6w^2 \\ 0 & 0 & 1 & -4w \end{bmatrix}, \omega = \frac{7.7}{0.4} = 19.25, \quad H = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]$$

3.4 Нахождение матрицы $\bar{M}$ и расширенной матрицы линейных стационарных обратных связей $\bar{K}$

```
M_bar =

   1.0e-03 *

   -0.0058    0.0213    0.0695    0.4865
   -0.0104    0.0551   -0.0709    0.2794
   -0.0053   -0.0024   -0.0929    0.0497
   -0.0038   -0.0477   -0.0216   -0.8361

>> K_bar

K_bar =

   1.0e+03 *

   -0.9408    1.0703   -1.7308    0.9034
```

3.5. Вычисление матрицы замкнутой системы с последующим вычислением корней её характеристического полинома и сравнение их с корнями требуемого характеристического полинома

```
syms s;
proof1=double(solve(s^4+4*w*s^3+6*w^2*s^2+4*w^3*s+w^4==0));
F_bar=A_bar-B_bar.*K_bar;
proof2=eig(F_bar);
```

```
>> proof1

proof1 =

  -19.2500
  -19.2500
  -19.2500
  -19.2500

>> proof2

proof2 =

 -19.2674 + 0.0174i
 -19.2674 - 0.0174i
 -19.2326 + 0.0174i
 -19.2326 - 0.0174i
```

3.6. Моделирование системы управления

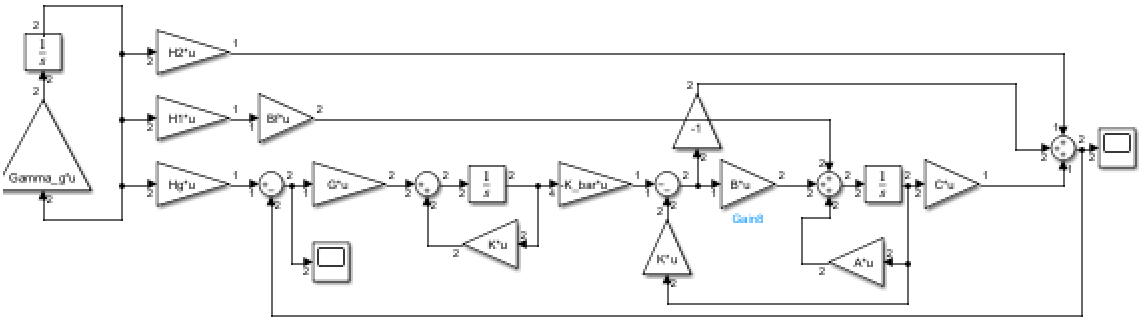

Рис.6 Модель симуляции

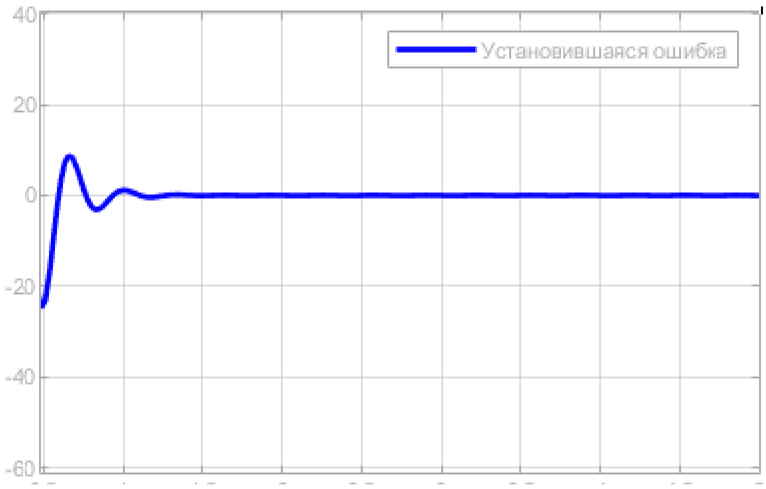

Рис.7 Установившаяся ошибка

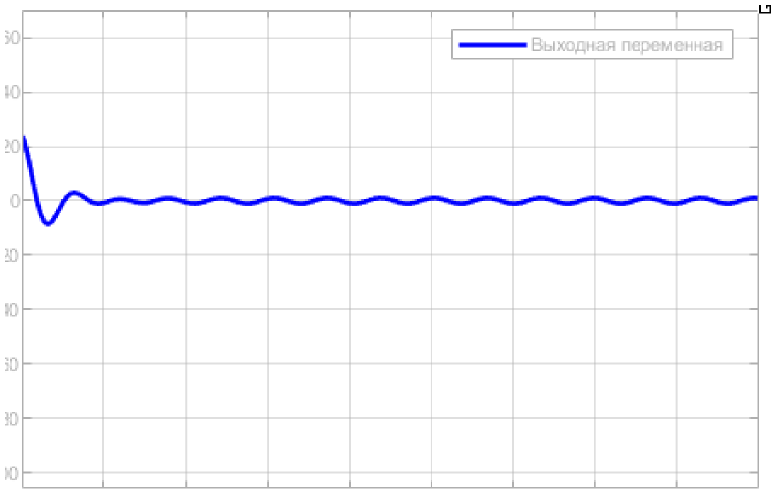

Рис.8 Выходная переменная

$$\lim_{t\to\infty}\big(g(t)-y(t)\big)=0 \text{ выполняется}$$

Вывод: в итоге проделанной работы мы освоили управления линейными объектами с помощью метода внутренней (встроенной) модели на базе режекторной фильтрации