Национальный исследовательский университет ИТМО
(Университет ИТМО)

Факультет систем управления и робототехники

Дисциплина: Нелинейные системы управления

Отчет по выполнению задания №6.

Студент:
Евстигнеев Д.М.
Группа: *R34423*
Преподаватель:
Зименко К.А.

Санкт-Петербург
2022

1. **Задача:**

Синтезировать стабилизирующий регулятор на основе метода бэкстеппинга и используялинеаризацию обратной связи.

2. **Выполнение:**

1) Рассмотрим систему и, используя бэкстепинг, синтезируем линейный регулятор с обратной связью по состоянию, чтобы глобально стабилизировать начало координат:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_2 - 1.5x_1^2 - 0.5x_1^3 \\ \dot{x}_2 = u \end{cases}$$

Пусть

$$x_2 = \phi(x_1) = kx_1$$

$$\dot{x}_1 = -kx_1 - 1.5x_1^2 - 0.5x_1^3$$

$$V(x_1) = \frac{1}{2}x_1^2$$

$$\dot{V} = x_1(-kx_1 - 1.5x_1^2 - 0.5x_1^3)$$

$$\dot{V} = -x_1^2(k + 1.5x_1 + 0.5x_1^2)$$

$k + 0.5\,x^2 + 1.5\,x + 0 > 0$

Solutions

$k > \frac{9}{8}$

Получается, что функция Ляпунова будет отрицательна при $k > \frac{9}{8}$ (исключение – точка начала координат)

Пусть

$$z = x_2 - \phi(x_1) = x_2 - kx_1,$$

$$\dot{x}_1 = -kx_1 - 1.5x_1^2 - 0.5x_1^3 - z$$

$$\dot{\phi}(x_1) = \frac{\partial\phi(x_1)}{\partial x_1} * \dot{x_1} \longrightarrow$$

$$k * (-x_2 - 1.5x_1^2 - 0.5x_1^3)$$

$$\downarrow$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -kx_1 - 1.5x_1^2 - 0.5x_1^3 - z \\ \dot{z} = u + k(kx_1 + 1.5x_1^2 + 0.5x_1^3 + z) \end{cases}$$

Функция Ляпунова будет:

$$V_c(\eta,\xi) = V(x_1) + \frac{1}{2}z^2 = \frac{1}{2}x_1^2 + \frac{1}{2}z^2$$

$$\dot{V}_c = x_1 x_1 + z\dot{z}$$
$$= -x_1^2(k + 1.5x_1 + 0.5x_1^2) + z(u - x_1 + k(kx_1 + 1.5x_1^2 + 0.5x_1^3 + z))$$

$$(x_2 - kx_1)\big(u - x_1 + k(kx_1 + 1.5x_1^2 + 0.5x_1^3 + z)\big) < 0$$

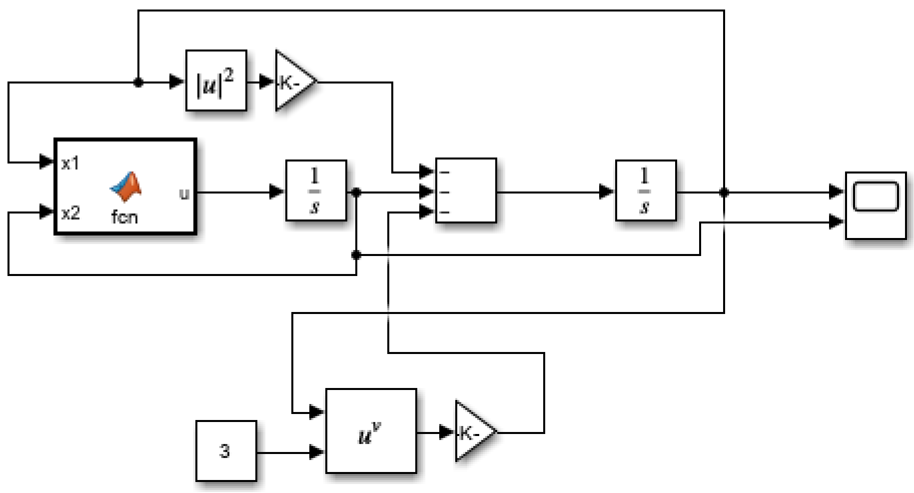
$$(x_2 - kx_1)(u - x_1 + k(1.5x_1^2 + 0.5x_1^3) + kx_2) < 0$$

$$u = (-k-1)x_2 + (k-1)x_1 + \gamma\big((-k-1)x_2 + (k-1)x_1\big)$$

$$u = (1+\gamma)(-k-1)x_2 + (1+\gamma)(k-1)x_1$$

$$\gamma > 1$$

$$x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$




```
function u = fcn(x1,x2)

k = 2;
gamma =1;
u=(gamma+1)*(-k-1)*x2+(gamma+1)*(k-1)*x1;
```

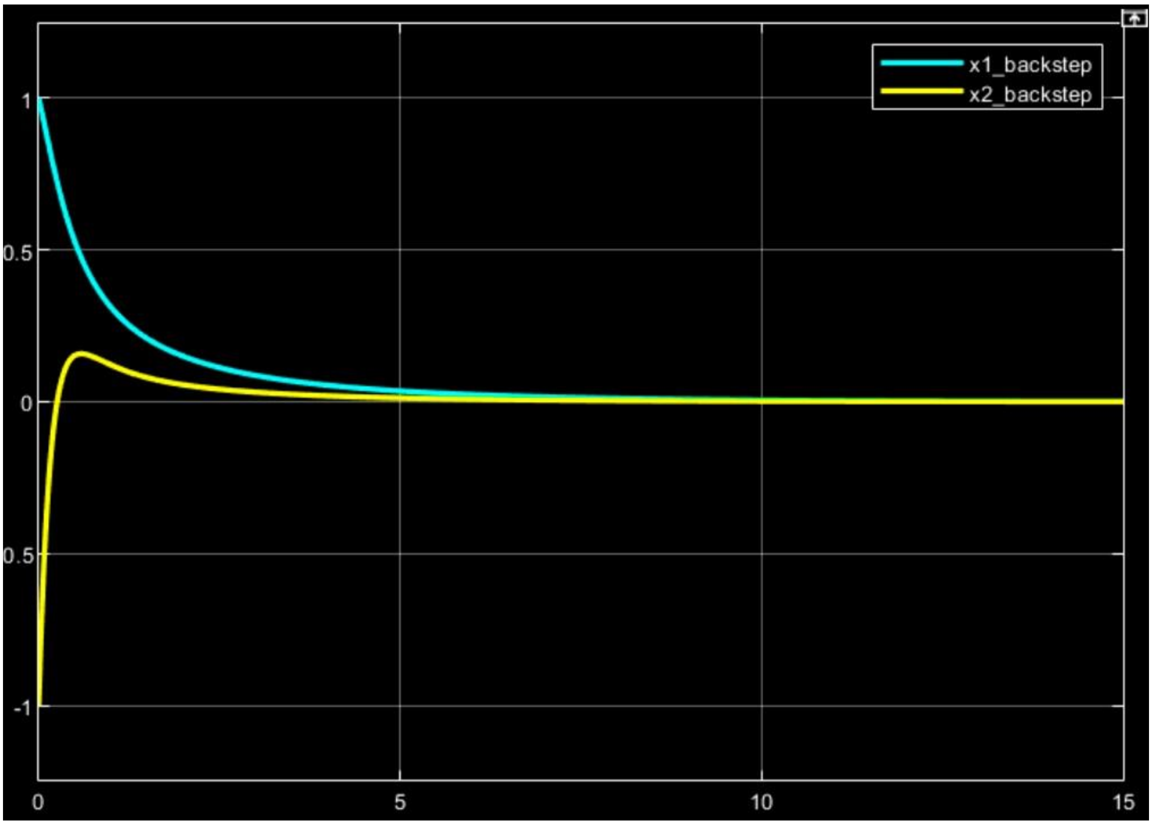


Рис. 1 - График вектора состояния

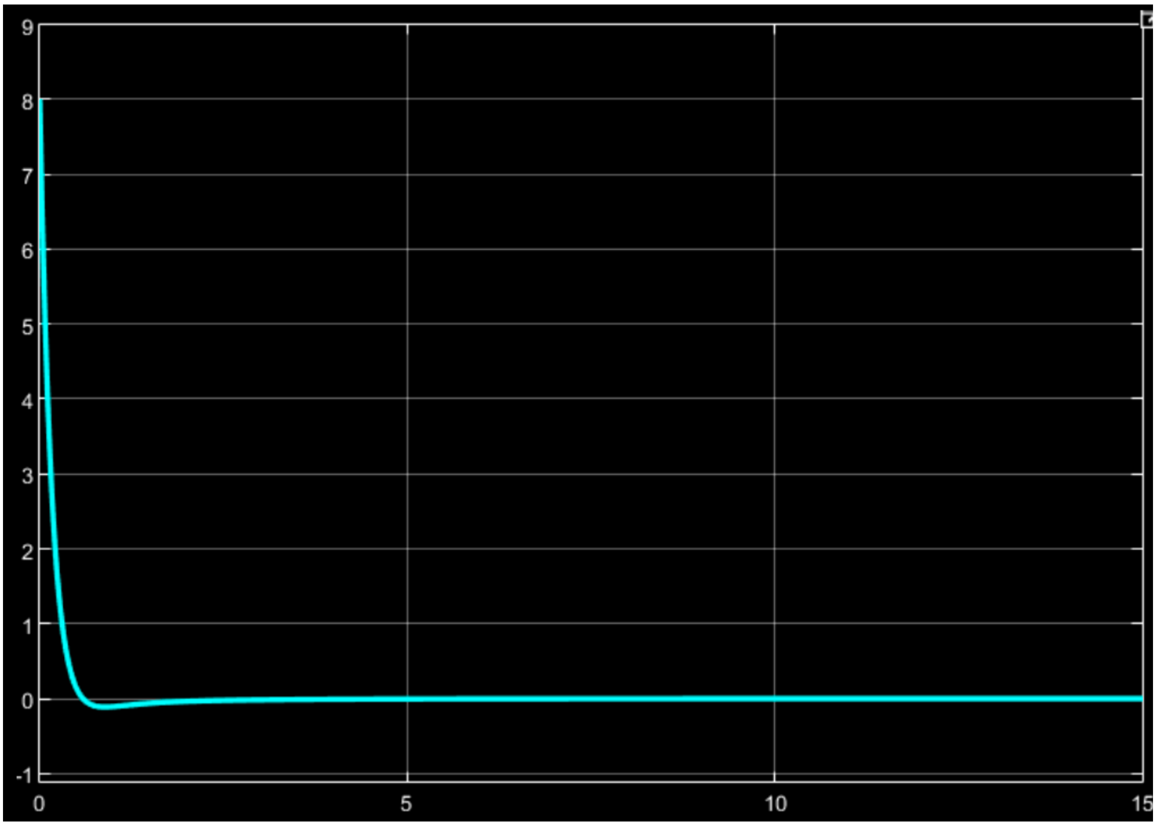


Рис. 2 - График сигнала управления

2) Рассмотрим систему и синтезируем глобальный стабилизирующий регулятор с обратной связью по состоянию, используя линеаризацию обратной связи:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_2 - 1.5x_1^2 - 0.5x_1^3 \\ \dot{x}_2 = u \end{cases}$$

$$\begin{cases} z_1 = x_1 \\ z_2 = -x_2 - 1.5x_1^2 - 0.5x_1^3 = \dot{x}_1 \end{cases} \to \begin{cases} \dot{z}_1 = \dot{x}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = -u - 3x_1\dot{x}_1 - 1.5x_1^2\dot{x}_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = -u - (3x_1 + 1.5x_1^2)(-x_2 - 1.5x_1^2 - 0.5x_1^3) \end{cases}$$

Выделим сигнал управления u:

$$u = -(-x_2 - 1.5x_1^2 - 0.5x_1^3)(3x_1 + 1.5x_1^2) + v$$

Тогда:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = v \end{cases}$$

$$v = k_1 z_1 + k_2 z_2$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Выберем k_1 и k_2 такими, чтобы матрица $A - BK$ была Гурвицевой

Пусть $k_1 = k_2 = 1$, тогда собственные числа матрицы замкнутой системы $A - BK$ будут равны:

$$\lambda_{1,2} = -0.5 \pm 0.866i$$

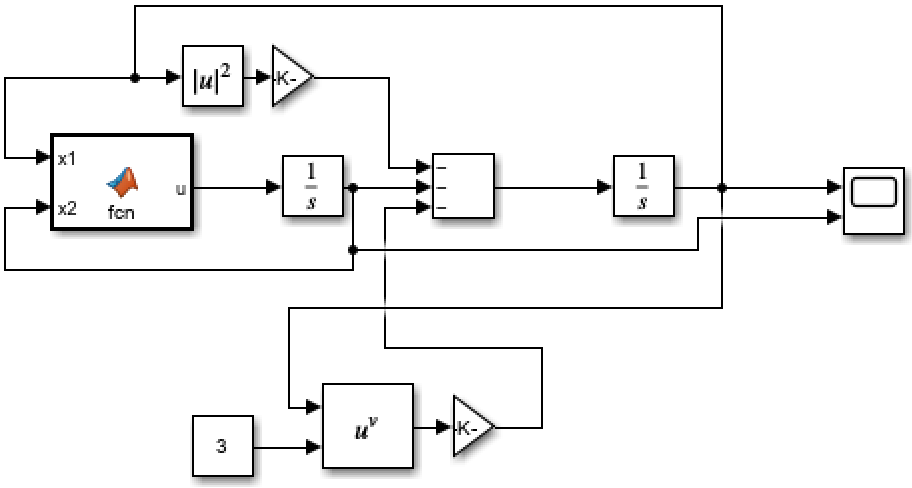
Проверка данных в среде MatLab подтвердила

```
>> eig(A-B*K)

ans =

  -0.5000 + 0.8660i
  -0.5000 - 0.8660i
```

$$u = -(-x_2 - 1.5x_1^2 - 0.5x_1^3)(3x_1 + 1.5x_1^2) + k_1 z_1 + k_2 z_2$$

$$u = -(-x_2 - 1.5x_1^2 - 0.5x_1^3)(3x_1 + 1.5x_1^2) + x_1 + (-x_2 - 1.5x_1^2 - 0.5x_1^3)$$

$$u = (3x_1 + 1.5x_1^2 - 1)(x_2 + 1.5x_1^2 + 0.5x_1^3) + x_1$$




```
function u = fcn(x1,x2)

u=(3*x1+1.5*x1^2-1)*(x2+1.5*x1^2+0.5*x1^3)+x1;
```

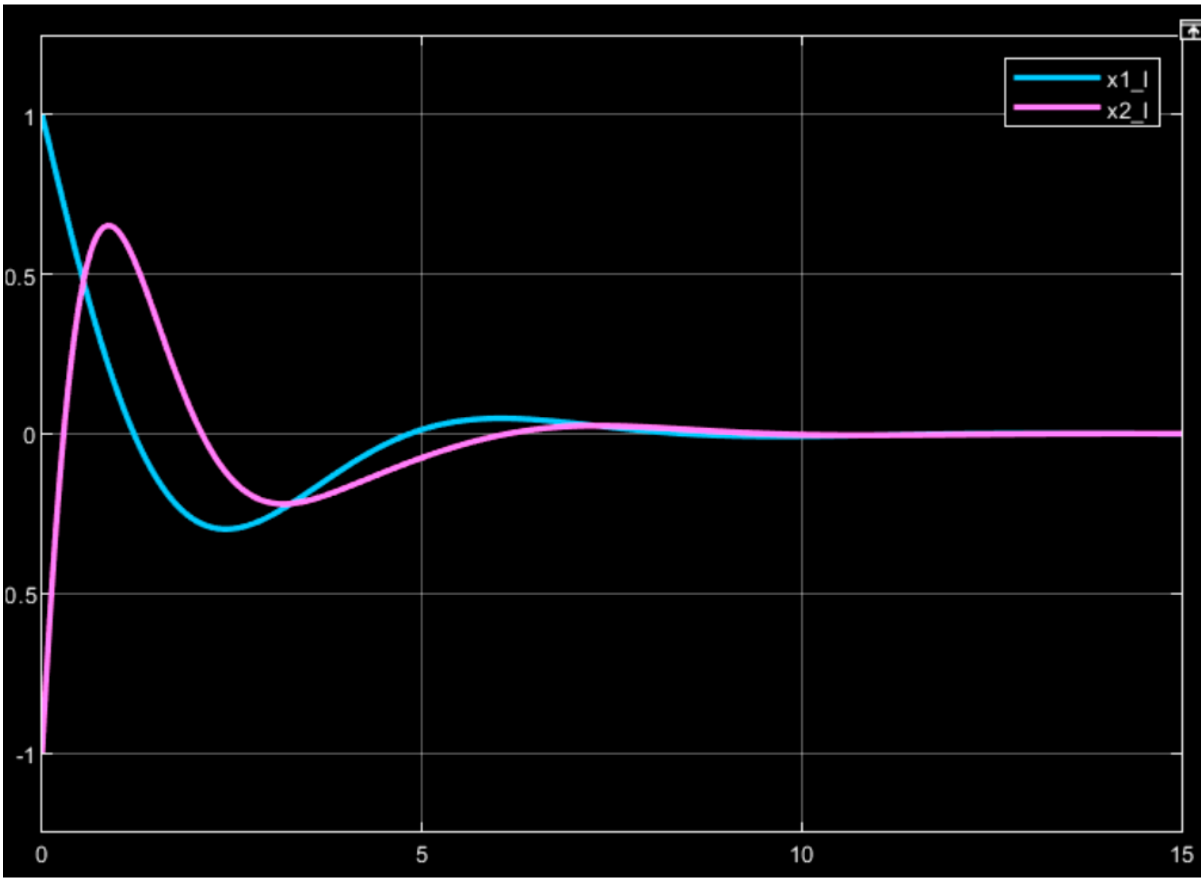


Рис. 3 - График вектора состояния

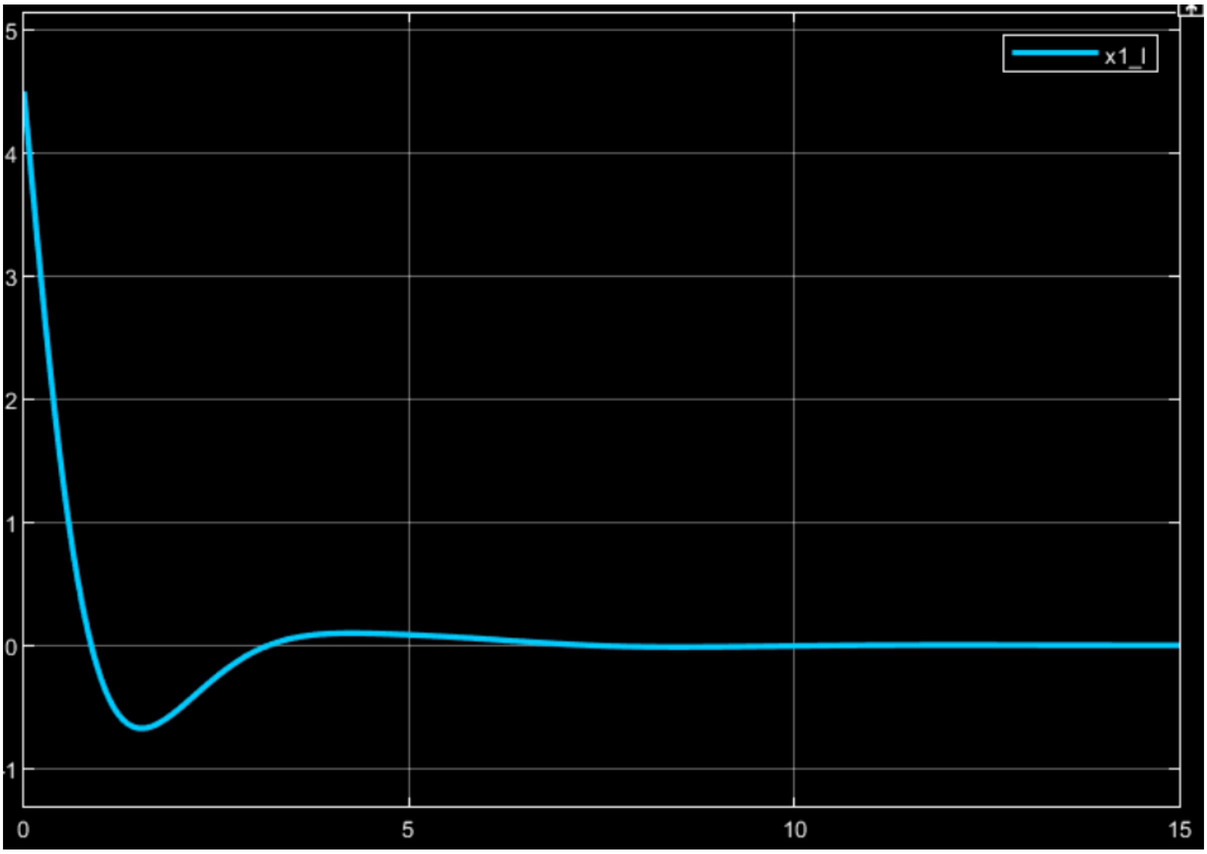


Рис. 4 - График сигнала управления

Сравним:

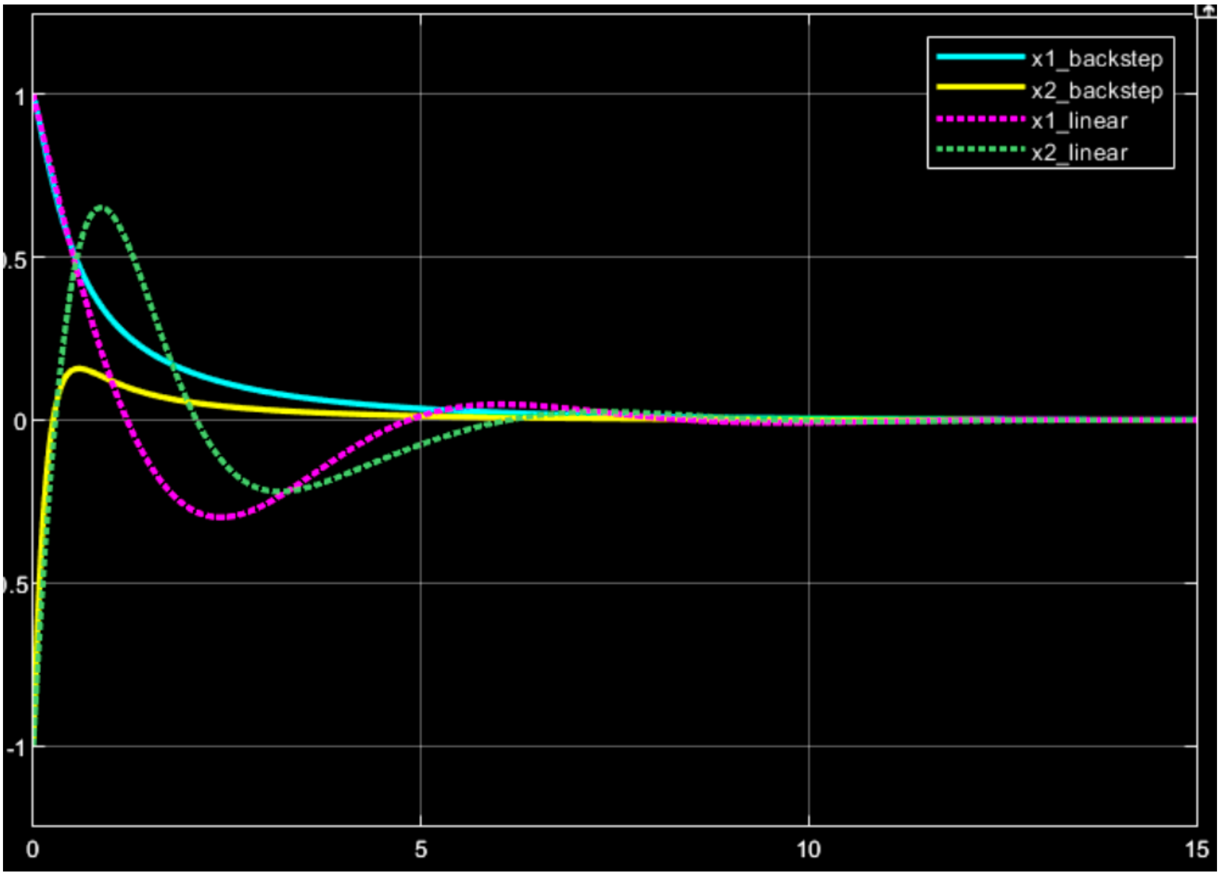


Рис. 5 - График векторов состояния

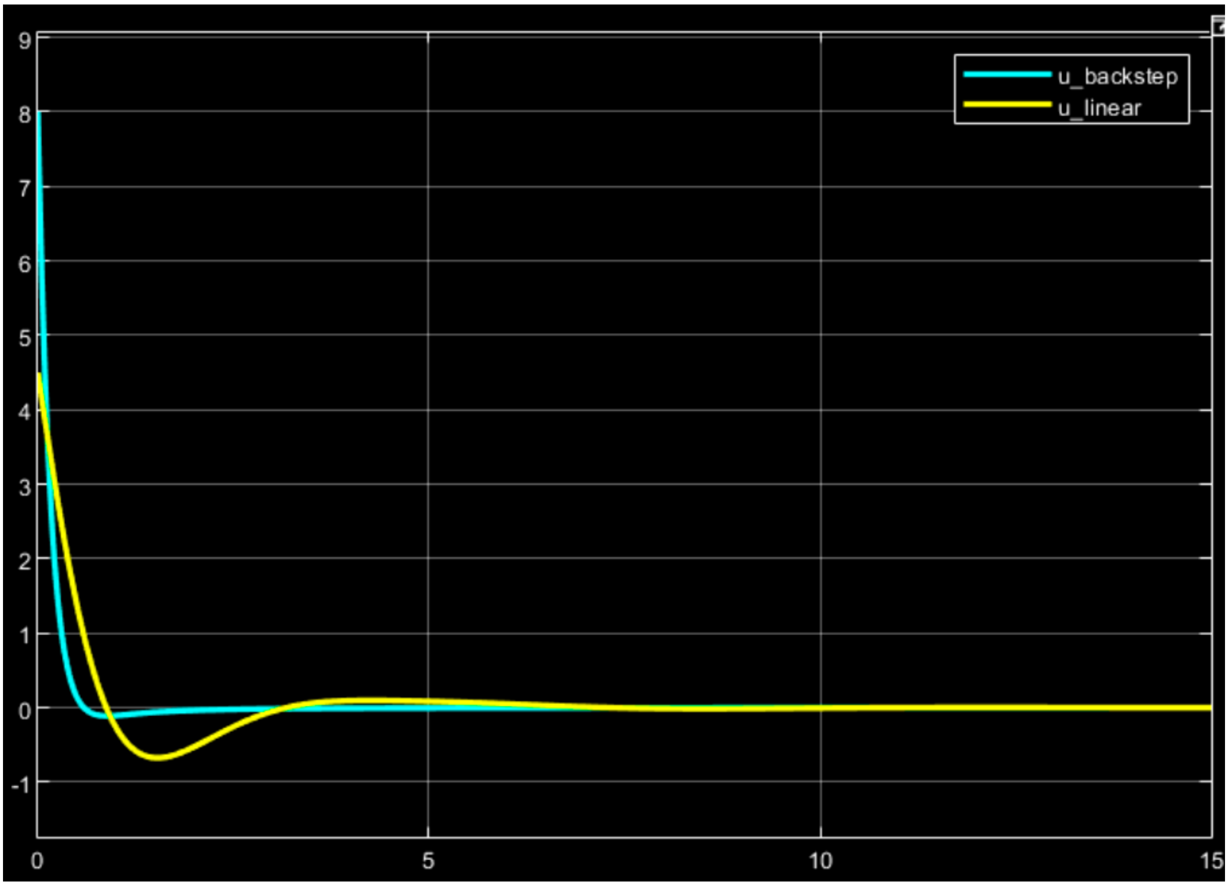


Рис. 6 - График сигналов управления

Вывод:

В данной лабораторной работе были созданы два стабилизирующих регулятора для одной системы: один использует линейную обратную связь и метод бэкстеппинга, а другой - глобальную стабилизацию с использованием метода линеаризации обратной связи. Были созданы модели системы, которые позволили построить графики вектора состояния и сигналов управления. По этим графикам можно сделать вывод, что регулятор, созданный с использованием метода бэкстеппинга, имеет лучшие динамические характеристики.