Национальный исследовательский университет ИТМО
(Университет ИТМО)

Факультет систем управления и робототехники

Дисциплина: Теория оптимального управления

Отчет по лабораторной работе №4.

Вариант 11

Студенты:
Евстигнеев Д.М.
Группа: *R34423*
Преподаватель:
Парамонов А.В.

Санкт-Петербург
2022

Цель работы: построить оптимальный для заданного критерия регулятор и провести моделирование.

Исходные данные:

Вар	Объект	Критерий	Начальные условия и ограничения
11	$\begin{cases} \dot{x}_1 = 4x_2, \\ \dot{x}_2 = x_1 + u \end{cases}$	$J = \int_0^2 u^2(\tau) d\tau$	$x_1(0) = x_2(0) = 0,$ $x_1(2) = 1,$ $x_2(2) = 0$

Ход работы:

1. Для заданного объекта и критерия построим оптимальный регулятор

Гамильтониан:

$$H = \varphi_0 u^2 + \varphi \dot{x} = -u^2 + \varphi_1 \dot{x}_1 + \varphi_2 \dot{x}_2 = -u^2 + 4\varphi_1 x_2 + \varphi_2 (x_1 + u)$$

Теперь составим системы Эйлера-Лагранжа:

Eiler_L =

$$\begin{pmatrix} \phi_{\dot{1}} = -\phi_2 \\ \phi_{\dot{2}} = -4\,\phi_1 \\ \phi_2 - 2\,u = 0 \end{pmatrix}$$

Eiler_L =

$$\begin{pmatrix} x_{\dot{2}} = u + x_1 \\ x_{\dot{1}} = 4\,x_2 \\ \phi_{\dot{1}} = -\phi_2 \\ \phi_{\dot{2}} = -4\,\phi_1 \end{pmatrix}$$

```
Eiler_L =
```

$$\begin{pmatrix} x_{\dot{2}} = \dfrac{\phi_2}{2} + x_1 \\ x_{\dot{1}} = 4\,x_2 \\ \phi_{\dot{1}} = -\phi_2 \\ \phi_{\dot{2}} = -4\,\phi_1 \end{pmatrix}$$

Система в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ -4 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0.5 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \qquad \begin{cases} x_1(0) = 0 \\ x_2(0) = 0 \\ x_1(2) = 1 \\ x_2(2) = 0 \end{cases}$$

Решаем систему дифференциальных уравнений в программной среде Maple и получаем:

$$f2(t) = \Big(\Big(252\, e^{-(-3+\sqrt{6})\,t} + \big(-84\sqrt{6} - 252\big)\, e^{(3+\sqrt{6})\,t}\Big)\, e^{-(3+\sqrt{6})\,\pi} + 84\, e^{(3+\sqrt{6})\,t}\sqrt{6}\, e^{-(-3+\sqrt{6})\,\pi} + \Big(\big(84\sqrt{6} - 252\big)\, e^{(-3+\sqrt{6})\,\pi} - 84\sqrt{6}\, e^{(3+\sqrt{6})\,\pi}\Big)\, e^{-(-3+\sqrt{6})\,t} + 252\, e^{(3+\sqrt{6})\,t}\, e^{(-3+\sqrt{6})\,\pi}\Big) \Big/ \Big(\Big(-2\, e^{(-3+\sqrt{6})\,\pi} - e^{(3+\sqrt{6})\,\pi} + 3\, e^{-(-3+\sqrt{6})\,\pi}\Big)\, e^{-(3+\sqrt{6})\,\pi} + \Big(-e^{(-3+\sqrt{6})\,\pi} - 2\, e^{(3+\sqrt{6})\,\pi}\Big)\, e^{-(-3+\sqrt{6})\,\pi} + 3\, e^{(-3+\sqrt{6})\,\pi}\, e^{(3+\sqrt{6})\,\pi}\Big)$$

Зная, что $u = \frac{\varphi_2}{2}$, можем построить модель и провести моделирование:

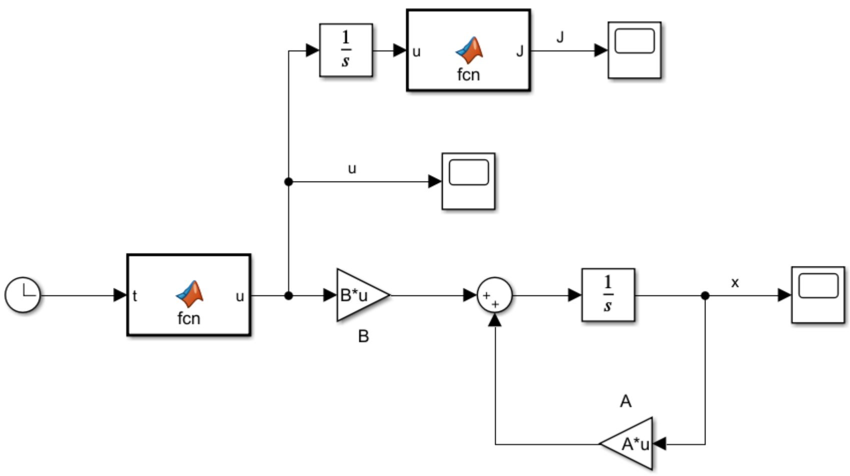

Рисунок 1 Схема моделирования

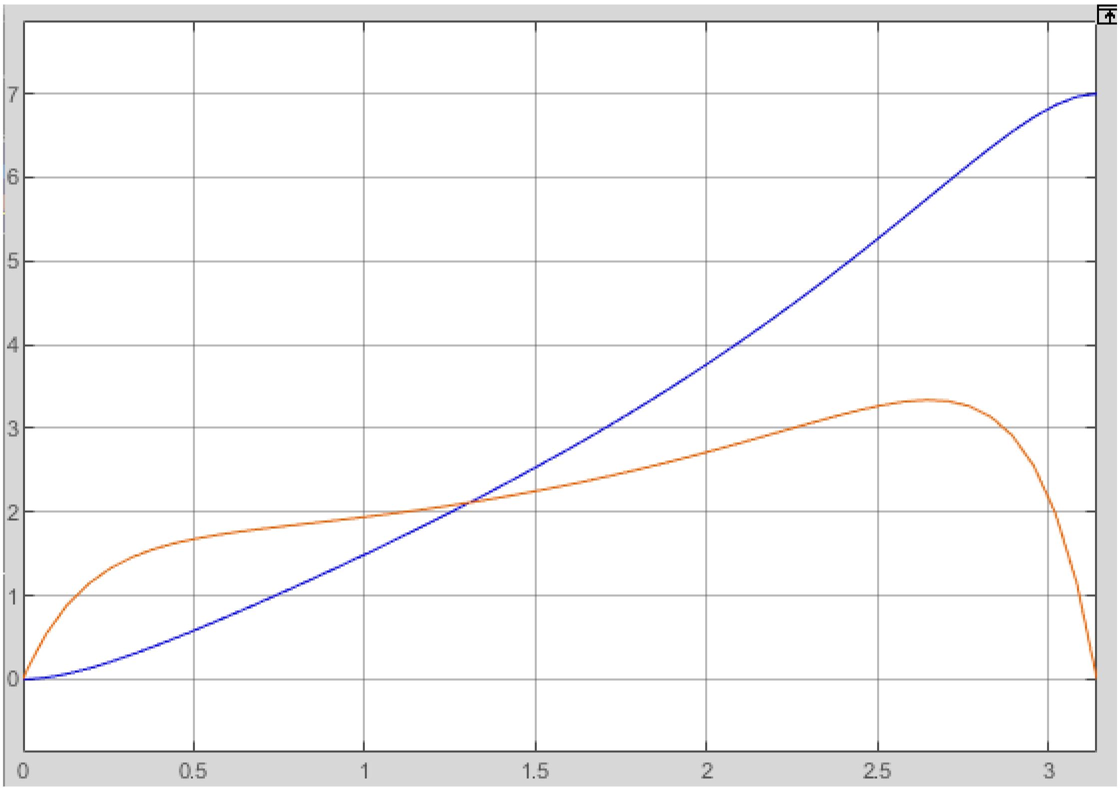

Рисунок 2 График вектора состояния

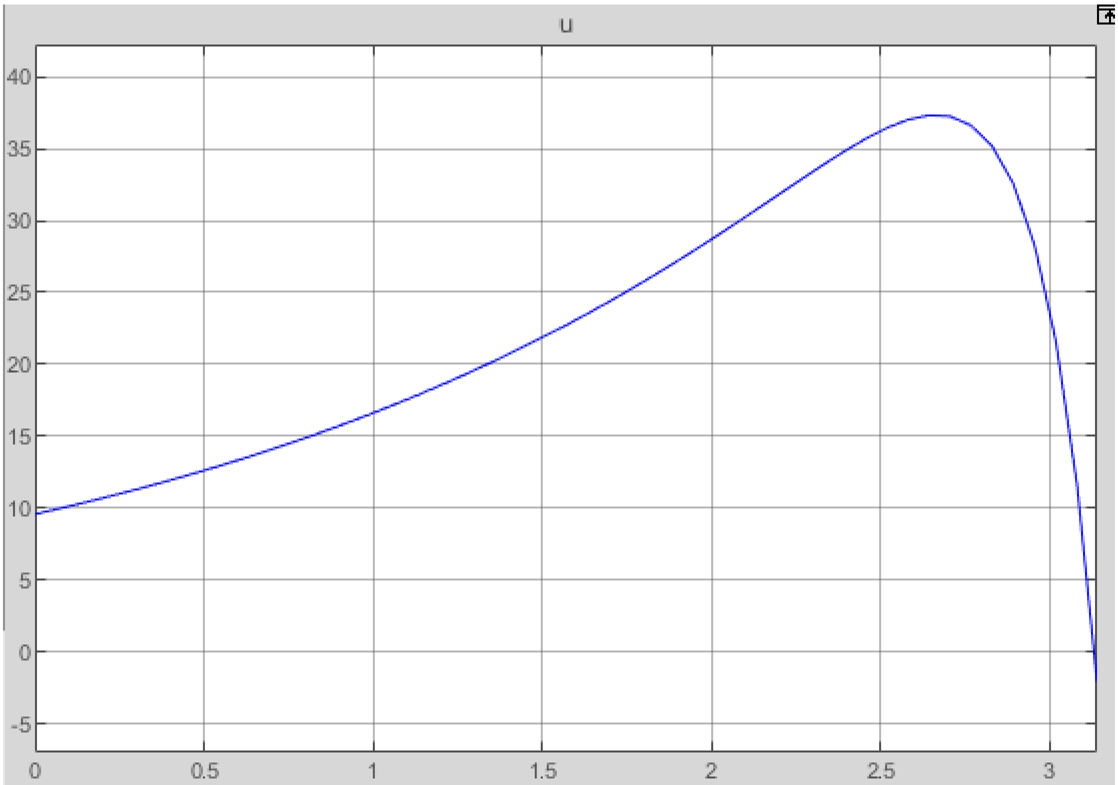

Рисунок 3 График сигнала управления

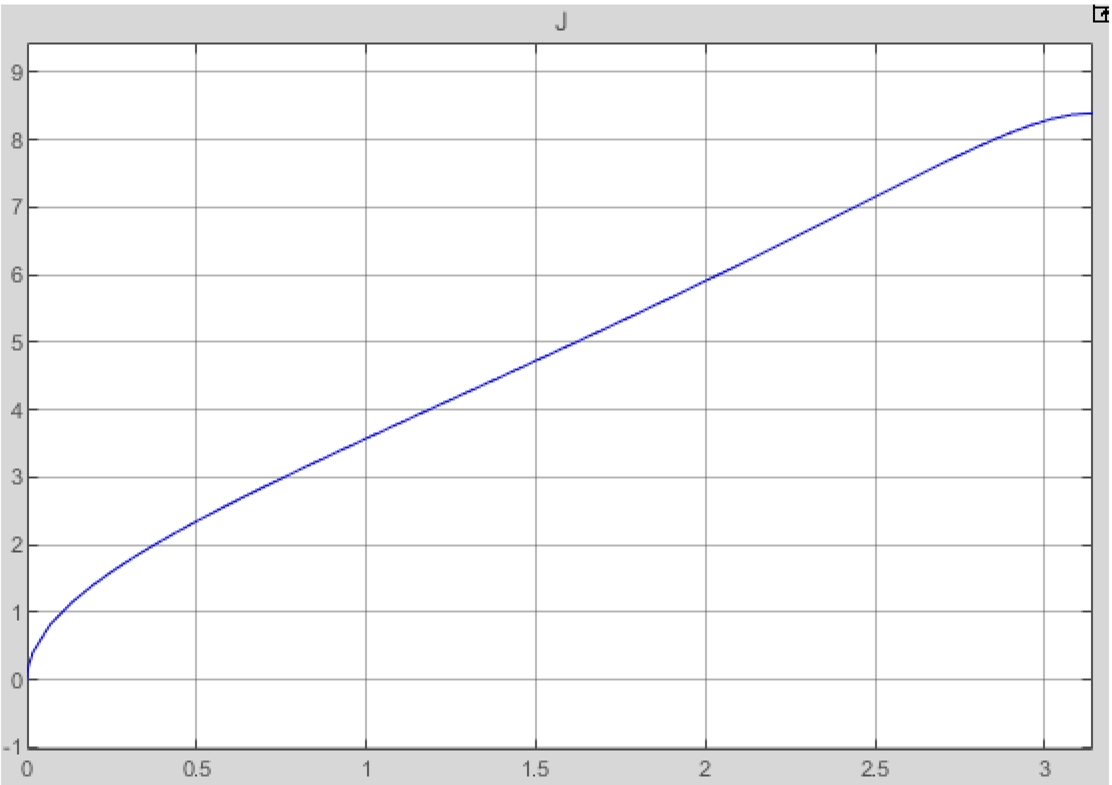

Рисунок 4 График критерия J

2. Отклоним параметры регулятора от оптимального значения и проведем моделирование.

Изначально $u = \frac{\varphi_2}{2} = 0.5\varphi_2$

Увеличим коэффициент до 0.7 и промоделируем:

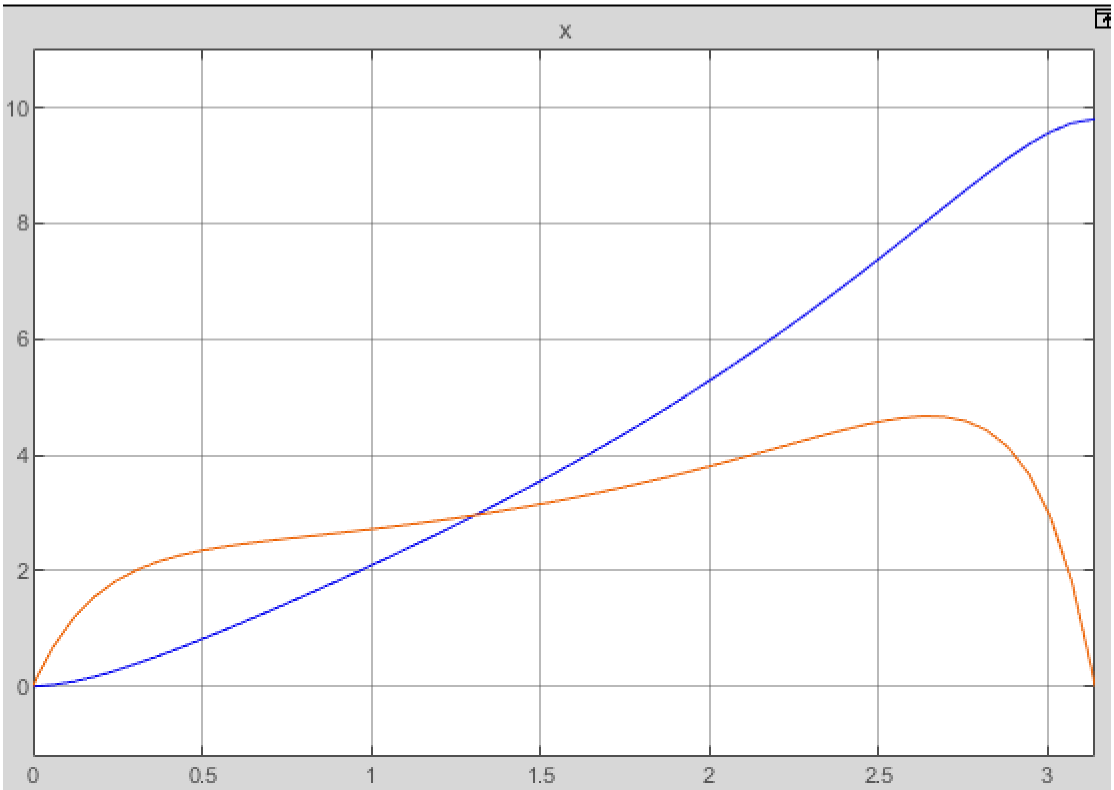

Рисунок 5 График вектора состояния

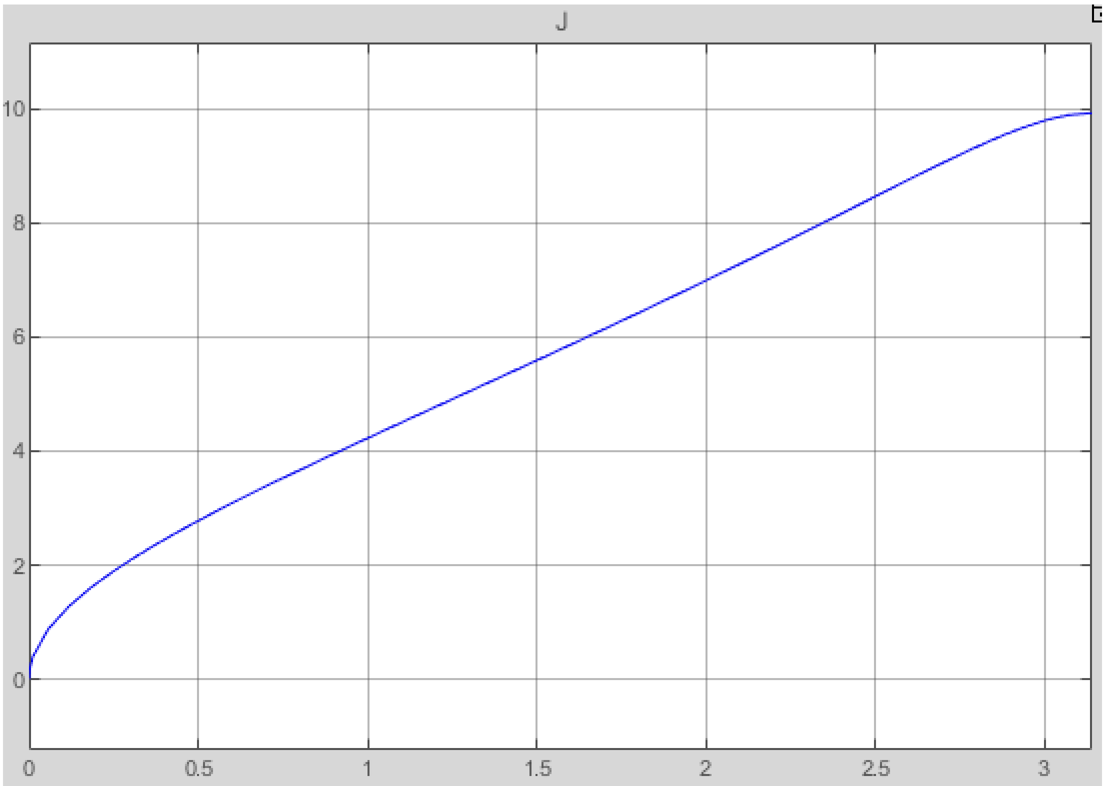

Рисунок 6 График критерия J

Как видно из графиков, при изменении параметра оптимального регулятора значение критерия увеличилось, а сам вектор состояния перестал сходится к требуемому положению

Вывод:

В данной лабораторной работе был построен оптимальный регулятор для заданного критерия путем составления Гамильтониана и системы Эйлера-Лагранжа с последующим решением системы дифференциальных уравнений. После была построена модель системы с оптимальным регулятором, который приводит вектор состояния к заданному значению за заданный промежуток времени. После попытки изменить параметр регулятора критерий возрос, а вектор состояния перестал сходиться к желаемому значению.