CHƯƠNG 1: PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Bài 1: Phương trình quy về phương trình bậc nhất một ẩn

1. Phương trình tích

Muốn giải phương trình $(a_1x+b_1)(a_2x+b_2)=0$, ta giải phương trình $a_1x+b_1=0$ và $a_2x+b_2=0$, sau đó lấy tất cả các nghiệm của chúng.

Ví dụ: Giải phương trình $(x+1)(2x-3)=0$

Hướng dẫn giải

$(x+1)(2x-3)=0$

$x+1=0$ hoặc $2x-3=0$

$x=-1$ hoặc $x=\dfrac{3}{2}$

Vậy phương trình có 2 nghiệm $x=-1$ và $x=\dfrac{3}{2}$

2. Phương trình chứa ẩn ở mẫu quy về bậc nhất

Muốn giải phương trình chứa ẩn ở mẫu quy về bậc nhất, ta thực hiện các bước sau:

B1: Tìm điều kiện xác định

B2: Quy đồng mẫu thức 2 vế để khử mẫu

B3: Giải phương trình

B4: Tìm giá trị thoả mãn điều kiện xác định, kết luận nghiệm

Ví dụ: Giải phương trình $\dfrac{x+3}{x-3}+\dfrac{x-2}{x}=2$

Điều kiện xác định $x\neq 3$ và $x\neq 0$

$\dfrac{x+3}{x-3}+\dfrac{x-2}{x}=2$

$\dfrac{x(x+3)}{x(x-3)}+\dfrac{(x-3)(x-2)}{x(x-3)}=\dfrac{2x(x-3)}{x(x-3)}$

$x^2+3x+x^2-5x+6=2x^2-6x$

$-2x+6=-6x$

$-2x+6x=-6$

$4x=-6$

$x=\dfrac{-3}{2}$ (thoả mãn điều kiện xác định)

Vậy phương trình có một nghiệm $x = \frac{-3}{2}$

1.1. Giải các phương trình

1) $x(x+1)=0$

2) $5x(2x-3)=0$

3) $-2x\left(\frac{2}{3}x-2\right)=0$

4) $(x-1)(x+2)=0$

5) $(2x+5)(3x-1)=0$

6) $\left(\frac{2}{3}x-1\right)\left(\frac{1}{2}x+3\right)=0$

7) $3x(x-4)+7(x-4)=0$

8) $5x(x+6)-2x-12=0$

9) $x^2-x-(5x-5)=0$

10) $(3x-2)^2-(x+6)^2=0$

11) $x^2-2x+1=0$

12) $x^3+6x^2+9x=0$

1.2. Giải các phương trình

1) $\frac{x+5}{x-3}+2=\frac{2}{x-3}$

2) $\frac{3x+5}{x+1}+\frac{2}{x}=3$

3) $\frac{x+3}{x-2}+\frac{x+2}{x-3}=2$

4) $\frac{x+2}{x-2}-\frac{x-2}{x+2}=\frac{16}{x^2-4}$

5) $\frac{x+5}{x-3}-1=\frac{5}{x+3}$

6) $\frac{5x+2}{x+1}+\frac{3}{x}=5$

7) $\frac{x+1}{x-3}+\frac{x+3}{x-1}=2$

8) $\frac{x+4}{x-4}-\frac{x-4}{x+4}=\frac{64}{x^2-16}$

9) $\frac{5}{x}+\frac{2x-1}{x-3}=7$

Bài 2: Phương trình bậc nhất 2 ẩn và Hệ phương trình bậc nhất 2 ẩn

1. Phương trình bậc nhất 2 ẩn

Phương trình bậc nhất 2 ẩn là phương trình có dạng: $ax + by = c$ với a, b, c là các số đã biết (gọi là hệ số) và a, b không đồng thời bằng 0.

Nếu giá trị của vế trái tại $x = x_0$, $y = y_0$ bằng vế phải thì cặp $(x_0; y_0)$ gọi là một nghiệm của phương trình. Giải phương trình là tìm tất cả các nghiệm của nó.

Ví dụ: $2x - 3y = -1$ có một nghiệm là $(1;1)$

2. Hệ phương trình bậc nhất 2 ẩn

Hệ phương trình bậc nhất 2 ẩn có dạng: $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$

Trong đó $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ được gọi là các hệ số và a_1, b_1 không đồng thời bằng 0; a_2, b_2 không đồng thời bằng 0.

Nếu $(x_0; y_0)$ là nghiệm chung của cả hai phương trình thì chúng cũng được gọi là một nghiệm của hệ phương trình trên.

Giải hệ phương trình là tìm tất cả các nghiệm của hệ phương trình.

Ví dụ: $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x - 3y = -1 \end{cases}$ có một nghiệm là $(1;1)$

2.1. Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế

Bước 1: Từ một phương trình của hệ, ta biểu diễn ẩn này theo ẩn kia, rồi thế vào phương trình còn lại để nhận được một phương trình một ẩn.

Bước 2: Giải phương trình một ẩn đó rồi suy ra nghiệm của hệ.

Ví dụ: Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x + y = 3 \\ -2x - 3y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3 - 3x \\ -2x - 3y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3 - 3x \\ -2x - 3(3 - 3x) = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3 - 3x \\ 7x = 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là (2; -3)

2.2. Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số

Bước 1: Nhân 2 vế của mỗi phương trình với một số thích hợp (nếu cần) sao cho các hệ số của một ẩn nào đó bằng nhau hoặc đối nhau.

Bước 2: Cộng hay trừ từng vế hai phương trình để được phương trình một ẩn và giải phương trình đó.

Bước 3: Thế giá trị của ẩn tìm được ở Bước 2 vào một trong 2 phương trình của hệ để tìm giá trị của ẩn còn lại. Kết luận nghiệm của hệ.

Ví dụ: Giải hệ phương trình $\begin{cases} 5x-2y=3 \\ -x+y=3 \end{cases}$

$$\begin{cases} 5x-2y=3 \\ -x+y=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x-2y=3 \\ -2x+2y=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x-2y=3 \\ -2x+2y=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x+y=3 \\ 3x=9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3 \\ y=6 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất (3; 6)

Bài tập:

2.1. Giải các hệ phương trình sau bằng cả 2 phương pháp

1) $\begin{cases} 2x+y=1 \\ 4x+2y=2 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x-2y=4 \\ 2x-4y=1 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x+2y=-2 \\ 5x-4y=11 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2x-y=-5 \\ -2x+y=11 \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 3x+y=2 \\ 6x+2y=4 \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 2x-3y=-5 \\ x+3y=11 \end{cases}$

7) $\begin{cases} 3x+2y=7 \\ 2x+3y=3 \end{cases}$ 8) $\begin{cases} 2x-5y=-14 \\ 2x+3y=2 \end{cases}$ 9) $\begin{cases} 4x+5y=15 \\ 6x-4y=11 \end{cases}$

10) $\begin{cases} 3x+y=3 \\ 2x-y=7 \end{cases}$ 11) $\begin{cases} x-y=3 \\ 3x-4y=2 \end{cases}$ 12) $\begin{cases} 4x+5y=-2 \\ 2x-y=-8 \end{cases}$

13) $\begin{cases} 3x+y=3 \\ -3y=5 \end{cases}$ 14) $\begin{cases} 4x+y=2 \\ \frac{4}{3}x+\frac{1}{3}y=1 \end{cases}$ 15) $\begin{cases} x-y\sqrt{2}=0 \\ 2x+y\sqrt{2}=3 \end{cases}$

16) $\begin{cases} 5x\sqrt{3} + y = 2\sqrt{2} \\ x\sqrt{6} - y\sqrt{2} = 2 \end{cases}$ 17) $\begin{cases} 2(x+y) + 3(x-y) = 4 \\ (x+y) + 2(x-y) = 5 \end{cases}$

CHƯƠNG 2: BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

Bài 1: Bất Đẳng Thức

1. Khái niệm bất đẳng thức

Hệ thức dạng a > b (hay a < b, a ≥ b, a ≤ b) được gọi là **bất đẳng thức** và a được gọi là vế trái, b được gọi là vế phải của bất đẳng thức.

Ví dụ: x > 1; x + 1 ≤ 3; a < b + 2

2. Tính chất của bất đẳng thức

2.1. Tính chất bắc cầu

Cho ba số a, b, c. Nếu a > b và b > c thì a > c (tính chất bắc cầu)

Ví dụ: x > 3,4 và y < 3,4 suy ra x > y theo tính chất bắc cầu

2.2. Tính chất liên hệ giữa thứ tự và phép cộng

Cho ba số a, b và c. Nếu a > b thì a + c > b + c (đúng với mọi dấu bất đẳng thức khác)

Ví dụ: Cho hai số a và b thoả mãn a < b. Chứng tỏ a + 3 < b + 5.

Cộng 3 vào hai vế bất đẳng thức trên, ta được: a + 3 < b + 3 (1)

Cộng b vào hai vế của bất đẳng thức 3 < 5, ta được: b + 3 < b + 5 (2)

Từ (1) và (2), suy ra: a + 3 < b + 5 (tính chất bắc cầu)

2.3. Tính chất liên hệ giữa thứ tự và phép nhân

Cho ba số a, b, c và a > b.

- Nếu c > 0 thì a.c > b.c

- Nếu c < 0 thì a.c < b.c

(Đúng với mọi dấu bất đẳng thức khác)

Ví dụ: Không thực hiện phép tính, hãy so sánh: 1962.12 và 1963.12

Ta có 1962 < 1963. Nhân hai vế bất đẳng thức với 12, ta được: 1962.12 < 1963.12

Bài tập

Bài 1: Viết các bất đẳng thức sau bằng ký hiệu

1) m lớn hơn 8 2) n nhỏ hơn 21
3) x nhỏ hơn hoặc bằng 4 4) 2x + 1 lớn hơn hoặc bằng y + 5

Bài 2: Hãy cho biết các bất đẳng thức được tạo thành khi:

1) Cộng 2 vế của bất đẳng thức m > 5 với - 4

2) Cộng 2 vế của bất đẳng thức $x^2 \geq y+1$ với 9

3) Nhân 2 vế của bất đẳng thức x > 1 với 3, sau đó tiếp tục cộng 2 vế với 2

4) Cộng 2 vế của bất đẳng thức $2m \leq -1$ với -1, sau đó nhân với -3

Bài 3: So sánh 2 số x và y trong các trường hợp sau:

1) $x + 5 > y + 5$
2) $-11x \leq -11y$
3) $3x - 5 < 3y - 5$
4) $-7x + 1 > -7y + 1$

Bài 4: Chứng minh các bất đẳng thức sau:

1) $2x^2 + 3 > 3$
2) $5a^2 > 4b^2$ nếu $a^2 > b^2 > 0$
3) $m \geq n$ nếu $-10m \leq -10n$
4) $-4x^2 - y^2 \leq 0$