

Лабораторная работа №2 по курсу «Алгоритмика»

Тема: Паросочетания в плоских графах

Задача о трёх медведях

В лесу живут три медведя и три медведицы в разных (естественно) берлогах. Лесное брачное бюро хочет составить из них три пары так, чтобы маршруты, связывающие пары, не пересекались, поскольку медведи ревнивы и агрессивны. Бюро собирается масштабировать свой бизнес, поэтому решение нужно обобщить на 33 пары, 333 пары, 3333 пары. Нужен хороший алгоритм.

Формальная постановка задачи. На плоскости заданы два множества точек: B (черные) и W (белые) по n точек в каждом. Никакие три точки не лежат на одной прямой.

Правильным паросочетанием называется множество из n пар (b, w) , $b \in B$, $w \in W$ такое, что отрезки прямых, соответствующие этим парам, не пересекаются.

1) Доказать, что всегда существует прямая, проходящая через черную и белую точки, для которой количество черных точек, попавших в одну из полуплоскостей относительно этой прямой, равно количеству белых точек в этой же полуплоскости. Опишите, как найти эту прямую за время $O(n \log n)$.

2) Разработать алгоритм, позволяющий в течение времени $O(n^2 \log n)$ построить правильное паросочетание. Необязательный критерий – предпочтительным является решение, минимизирующее среднюю длину пути между точками в парах.

3) Разработать и реализовать программу вычисления и визуализации правильного паросочетания для заданных множеств черных и белых точек.

Программа должна обеспечить:

- ввод заданного массива точек, входящих в множества B и W ;
- вывод картины паросочетания;
- подсчет и вывод средней длины пути между белыми и черными точками в парах;
- оценку реального времени работы программы по каждому эксперименту.

Исходные данные задаются в текстовом файле. Первая запись – число точек, далее в каждой записи одна точка: номер точки, координаты и цвет – черный 1, белый – 0.

Пример исходных данных:

```
6
0 335 277 1
1 344 150 1
2 635 73 1
3 510 249 0
4 275 226 0
5 483 106 0
```

Выходные данные должны быть представлены также в текстовом файле. Первая запись – число пар, вторая запись – средняя длина ребра, далее по каждой паре номера соответствующих точек.

Пример выходных данных:

```
3
234
0 4
1 3
2 5
```

Интерфейс программы оставляется на усмотрение автора: принимается консольное приложение или диалоговое оконное приложение.

К заданию прилагаются файлы с контрольными примерами для $n=3, 33, 333, 3333$.

Требования и указания

Все алгоритмы, используемые в программе, должны быть написаны самостоятельно (кроме сортировки).

Рекомендуемая литература [1, 2].

Форма представления работы

1. Отчет о выполнении задания представляется в электронном виде (в виде документа MS Word, PDF или HTML). Отчёт включает титульный лист (автор, название), постановку задачи, описание алгоритма, в том числе обоснование оценки сложности, инструкцию по работе с программой.

2. Программный код на языке по выбору автора.

3. При сдаче задания выполняется демонстрация работы программы (авторский показ) и авторский комментарий по разработанному алгоритму.

Сроки выполнения задания

Общее время выполнения – 2 недели, начиная с 27 ноября. До 24 часов 11 декабря 2023 г. задание должно быть отправлено по электронной почте на адрес Mest.Algorithms@mail.ru.

Тема письма «Алгоритмика_Лаб_2». Архив контрольных примеров не присылать.

Критерии оценки

1. Задание оценивается в 25 баллов – качество алгоритма – 15 баллов, качество отчёта – 10 баллов.
2. Критерии для оценки качества отчёта:
 - Постановка задачи (1 балл)
 - Описание данных (1 балл)
 - Описание метода решения (3 балла)
 - Описание программой реализации (2 балла)
 - Эксперименты (2 балла)
 - Выводы (1 балл)
3. Каждый просроченный день снижает оценку на 1 балл.
4. По результатам проверки проводится собеседование с автором.
5. Если установлены факты заимствования программ, работа принимается при условии успешной устной защиты, но оценка снижается на 10 баллов.
6. За оригинальность и высокое качество решения возможна премия до 10 баллов.
7. Для допуска к зачету должны быть зачтены все лабораторные работы.

Литература

1. Кормен Т.Х. и др. Алгоритмы: построение и анализ, 3-е изд., Москва, «И. Д. Вильямс», 2016. – 1328 с.
2. Препарата Ф., Шеймос М. Вычислительная геометрия: введение, Москва, «Мир». 1989. – 478 с.

Задание выдано 27 ноября 2023 года