

23.09.15.

Matematik

$$1) A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -3 & 5 \end{pmatrix} = 3 \times 4$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix} = 4 \times 1$$

$$2) A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 7 & 6 & -5 \\ -1 & 8 & 9 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -4 \\ 7 & -5 & 5 \\ 1 & -8 & -8 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 2 + (-1) & -3 + 3 - 4 + (-4) \\ 7 + (-7) & 6 + (-5) - 5 + 5 \\ -1 + 1 & 8 + (-8) - 8 + (-8) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$3.) A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \\ 7 & -5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 8 & -3 \\ 6 & 6 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 3 \cdot 4 + (-6) & 1 \cdot 1 + 3 \cdot 4 + (-2) \\ 0 + (-4) + 1 \cdot -8 & -12 + 12 + 6 \\ \hline 6 + 4 + (-16) & 3 + (-20) + 12 \end{pmatrix} =$$

$$3A + 4B - 2C = \begin{pmatrix} 1 & -12 \\ 15 & 6 \\ -6 & -29 \end{pmatrix}$$

5)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 1 \cdot 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 2 \cdot 1 \cdot 2 & 3 \cdot 1 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + 1 \cdot 1 \cdot 2 \\ 1 \cdot 3 + 0 \cdot 1 + 2 \cdot 1 & 3 \cdot 3 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \\ 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 2 \cdot 3 & 1 \cdot 3 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \cdot 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 1 \cdot 2 \\ 0 \cdot 3 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \\ 0 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 3 \end{pmatrix} AB = \begin{pmatrix} -5 & 5 & 7 \\ 1 & -6 & 2 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \cdot 1 \cdot 1 + 3 \cdot (-3) + 1 \cdot 0 \\ -1 \cdot 0 + 3 \cdot 2 + 1 \cdot 0 \\ -1 \cdot 2 + 3 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \cdot 1 + 1 \cdot (-3) + 1 \cdot 0 \\ 0 \cdot 0 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 0 \\ 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (-2) \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 3 \cdot 0 \\ (-2) \cdot 0 + 1 \cdot 2 + 3 \cdot 0 \\ (-2) \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 3 \cdot 1 \end{pmatrix}$$

$$BA = \begin{pmatrix} -10 & 6 & 2 \\ -3 & 2 & 2 \\ -5 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad AB \neq BA$$

8.) $2A - 4B + 3E$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -8 \\ 2 & -8 & 0 \\ 4 & 6 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 8 & -8 & 0 \\ 12 & 4 & 10 \\ 4 & 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 2-2+3 & 2-12+0 & 4-(-4)+0 \\ 2-(-8)+0 & -8-4+3 & 6-0+0 \\ -16-0+0 & 0-16+0 & 2-0+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 10 & -16 \\ -10 & -9 & -16 \\ 8 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

$$9.) A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 2 \\ -1 & 6 & -3 \\ 2 & -4 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 3 \\ 4 & -2 & -6 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 5 \cdot 4 + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 2 & (-1) \cdot 4 + 6 \cdot 4 + (-3) \cdot 2 & 2 \cdot 4 + (-4) \cdot 4 + 1 \\ 5 \cdot (-1) + 3 \cdot (-2) + 7 \cdot 0 & (-1) \cdot (-1) + 6 \cdot (-2) + (-3) \cdot 0 & 2 \cdot (-1) + (-4) \cdot (-2) + 1 \\ 5 \cdot 3 + 3 \cdot (-6) + 2 \cdot 3 & (-1) \cdot 3 + 6 \cdot (-6) + (-3) \cdot 3 & 2 \cdot 3 + (-4) \cdot (-6) + 1 \end{pmatrix}$$

$$= AB = \begin{pmatrix} 46 & -11 & 18 \\ 14 & -11 & -48 \\ -6 & 6 & 33 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 \cdot 5 + (-1) \cdot (-1) + 3 \cdot 2 & 4 \cdot 5 + (-1) \cdot (-1) + (-6) \cdot 2 & 2 \cdot 5 + 0 \cdot (-1) + 3 \cdot 2 \\ 4 \cdot 3 + (-1) \cdot 6 + 3 \cdot (-1) & 4 \cdot 3 + (-2) \cdot 6 + (-6) \cdot (-1) & 2 \cdot 3 + 0 \cdot 6 + 3 \cdot (-1) \\ 4 \cdot 7 + (-1) \cdot (-3) + 3 \cdot 1 & 4 \cdot 7 + (-2) \cdot (-3) + (-6) \cdot 1 & 2 \cdot 7 + 0 \cdot (-3) + 3 \cdot 1 \end{pmatrix}$$

$$BA = \begin{pmatrix} 27 & -6 & 34 \\ 10 & 24 & 28 \\ 16 & -6 & 12 \end{pmatrix} \quad AB \neq BA$$

~~Ex~~

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \\ 3 & -2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + (-1) \cdot 4 \\ 3 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 3 + 2 \cdot 4 \end{pmatrix} = AB \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 15 & 1 \end{pmatrix} \quad BA = \text{No coincide}$$

~~Ex~~

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \\ 3 & -2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + (-1) \cdot 4 & 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 2 \cdot (-2) + (-1) \cdot (-1) \\ 3 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 3 + 2 \cdot 4 & 3 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot (-2) + 2 \cdot (-1) \end{pmatrix} = AB \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 15 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\left| \begin{array}{cccc} 2 \cdot 1 + 1 \cdot 3 & 2 \cdot 0 + 1 \cdot 1 & 2 \cdot 2 + 1 \cdot 0 & 2 \cdot (-1) + 1 \cdot 2 \\ 1 \cdot 1 + 0 \cdot 3 & 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 & 1 \cdot 2 + 0 \cdot 0 & 1 \cdot (-1) + 0 \cdot 2 \\ 3 \cdot 1 + (-2) \cdot 3 & 3 \cdot 0 + (-2) \cdot 1 & 3 \cdot 2 + (-2) \cdot 0 & 3 \cdot (-1) + (-2) \cdot 2 \\ 4 \cdot 1 + (-1) \cdot 3 & 4 \cdot 0 + (-1) \cdot 1 & 4 \cdot 2 + (-1) \cdot 0 & 4 \cdot (-1) + (-1) \cdot 2 \end{array} \right| =$$

$$BA = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \\ -3 & -2 & 6 & -7 \\ 1 & -1 & 8 & -6 \end{pmatrix} \quad AB \neq BA$$

$$14(a) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$2 \cdot 2 \cdot 4 = 1 \cdot (2 \cdot 2 - 4 \cdot 1) - 2 \cdot (2 \cdot 2 - 4 \cdot 3) + 3 \cdot (2 \cdot 1 - 2 \cdot 3)$$

$$3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 = 1 \cdot (4 - 4) - 0 - 2 \cdot (4 - 12) = -2 \cdot 8$$

$$= 16 - 3 \cdot (2 - 6) = 3 \cdot (-4) = -12 \quad 0 + 16 - 12 = 4$$

$$15 \begin{vmatrix} -3 & 4 & -5 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{vmatrix} = -3 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} - 4 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} - 5 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$-3 \cdot 2 = -6 \quad -4 \cdot (-4) = 16 \quad -5 \cdot (-1) = 20$$

$$-6 + 16 + 20 = 30$$

$$16. (a) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot (2 \cdot 0 - 1 \cdot 1) - 2 \cdot (0 \cdot 0 - 1 \cdot 2) + 3 \cdot (0 \cdot (-1) - 2 \cdot 2)$$

$$1 \cdot 1 = 1 \quad -1 \cdot (-2) = 4 \quad 3 \cdot (-4) = -12$$

$$1+4-12 = -7$$

$$\text{det } A = \begin{vmatrix} x^2 + a^2 & 0 & x & 1 \\ y^2 + a^2 & 0 & y & 1 \\ z^2 + a^2 & 0 & z & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (x^2 + a^2)(y^2 + a^2)(z^2 + a^2) - 1 =$$

$$= x(x-y)(y-z)(z-x)$$

$$\text{det } A = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 2 & -2 \\ 3 & 0 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2 - 1 \cdot 0 \cdot 2 \cdot -2 + 1 \cdot$$

$$1 \cdot 3 \cdot 0 \cdot 1 - 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 - 1 \cdot 0 \cdot 2 \cdot 1 = -4 - 10 = -14$$

$$27. \text{ det } A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot 0 - 2 \cdot (-3) = 0 + 6 = 6$$

$$A^{-1} = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 0 & -2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{det } A = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -3 & 5 & 6 \\ -2 & 2 & 10 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 2 & 10 \end{vmatrix} - (-3) \cdot \begin{vmatrix} -3 & 6 \\ -2 & 10 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} -3 & 5 \\ -2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$50 - 12 = 38 \quad -30 + 12 = -18 \quad -6 + 10 = 4$$

$38 - 54 + 10 = 0$ не существует.