

2.3.09.15.

Умножение

$$1) A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & -3 & 5 \end{pmatrix} = 3 \times 4$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} = 4 \times 1$$

$$2) A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 7 & 6 & -5 \\ -1 & 8 & 9 \end{pmatrix} + B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -4 \\ -7 & -5 & 5 \\ 1 & -8 & -8 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 2+(-1) & -3+3 & 4+(-4) \\ 7+(-7) & 6+(-5) & -5+5 \\ -1+1 & 8+(-8) & 9+(-8) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$3.) A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & -3 \\ 8 & 6 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 3 \cdot 4 + (-6) & 9 + 8 + (-2) \\ 0 + (-4) + 1 \cdot 8 & -12 + 12 + 6 \\ 3 + (-20) + 1 \cdot 12 \end{pmatrix} =$$

$$3A + 4B - 2C = \begin{pmatrix} 1 & -12 \\ 15 & 6 \\ -6 & -29 \end{pmatrix}$$

$$5) A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 1 \cdot (-1) + 0 \cdot 0 + 2 \cdot (-2) & 3 \cdot (-1) + 2 \cdot 0 + 1 \cdot (-2) \\ 1 \cdot 3 + 0 \cdot 1 + 2 \cdot 1 & 3 \cdot 3 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \\ 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 2 \cdot 3 & 3 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 3 \\ 0 \cdot (-1) + 0 \cdot 0 + 1 \cdot (-2) \\ 0 \cdot 3 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \\ 0 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 3 \end{pmatrix} AB = \begin{pmatrix} -5 & -5 & -7 \\ 7 & -6 & 2 \\ -5 & 5 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 3 \cdot (-3) + 1 \cdot 0 & 0 \cdot 1 + 1 \cdot (-3) + 1 \cdot 0 & (-2) \cdot 1 + 1 \cdot (-3) + 3 \cdot 0 \\ 1 \cdot 0 + 3 \cdot 2 + 1 \cdot 0 & 0 \cdot 0 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 0 & (-2) \cdot 0 + 1 \cdot 2 + 3 \cdot 0 \\ 1 \cdot 2 + 3 \cdot 1 + 1 \cdot 1 & 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 & (-2) \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 3 \cdot 1 \end{pmatrix}$$

$$BA = \begin{pmatrix} -10 & 6 & 2 \\ -3 & 2 & 2 \\ -5 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad AB \neq BA$$

$$8.) 2A - 4B + 3E$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -16 \\ 2 & -8 & 0 \\ 2 & 6 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 8 & -8 & 0 \\ 12 & 4 & 10 \\ 4 & 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 2-8+3 & 2-(-16)+0 & 4-(-4)+0 \\ 2-12+0 & 2-12+0 & 4-(-4)+0 \\ 2-(-8)+0 & -8-4+3 & 0-0+0 \\ -16-0+0 & 0-16+0 & 2-0+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 10 & -16 \\ -10 & -9 & -16 \\ 8 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

$$9.) a) \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 7 \\ -1 & 6 & -3 \\ 2 & -4 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 3 \\ 4 & -2 & -6 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 5 \cdot 4 + 3 \cdot 4 + 7 \cdot 2 & (-1) \cdot 4 + 6 \cdot 4 + (-3) \cdot 2 & 2 \cdot 4 + (-1) \cdot 4 + 1 \cdot 2 \\ 5 \cdot (-1) + 3 \cdot (-2) + 7 \cdot 0 & (-1) \cdot (-1) + 6 \cdot (-2) + (-3) \cdot 0 & 2 \cdot (-1) + (-4) \cdot (-2) + 1 \cdot 3 \\ 5 \cdot 3 + 3 \cdot (-6) + 7 \cdot 3 & (-1) \cdot 3 + 6 \cdot (-6) + (-3) \cdot 3 & 2 \cdot 3 + (-4) \cdot (-6) + 1 \cdot 3 \end{pmatrix}$$

$$= AB = \begin{pmatrix} 46 & -11 & 18 \\ 14 & -11 & -48 \\ -6 & 6 & 33 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 \cdot 5 + (-1) \cdot (-1) + 3 \cdot 2 & 4 \cdot 5 + (-1) \cdot (-1) + (-6) \cdot 2 & 2 \cdot 5 + 0 \cdot (-1) + 3 \cdot 2 \\ 4 \cdot 5 + (-1) \cdot 6 + 3 \cdot (-4) & 4 \cdot 5 + (-2) \cdot 6 + (-6) \cdot (-4) & 2 \cdot 5 + 0 \cdot 6 + 3 \cdot (-4) \\ 4 \cdot 7 + (-1) \cdot (-3) + 3 \cdot 1 & 4 \cdot 7 + (-2) \cdot (-3) + (-6) \cdot 1 & 2 \cdot 7 + 0 \cdot (-3) + 3 \cdot 1 \end{pmatrix}$$

$$BA = \begin{pmatrix} 27 & -6 & 34 \\ 10 & 24 & 28 \\ 16 & -6 & 17 \end{pmatrix} \quad AB \neq BA$$

~~$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \\ 3 & -2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$$~~

~~$$\begin{pmatrix} 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + (-1) \cdot 4 \\ 3 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 3 + 2 \cdot 4 \end{pmatrix} = AB \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 15 & 7 \end{pmatrix}$$~~

~~BA не определено~~

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \\ 3 & -2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + (-1) \cdot 4 & 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 2 \cdot (-2) + (-1) \cdot (-1) \\ 3 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 3 + 2 \cdot 4 & 3 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot (-2) + 2 \cdot (-1) \end{pmatrix} = AB \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 15 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 \cdot 1 + 1 \cdot 3 & 2 \cdot 0 + 1 \cdot 1 & 2 \cdot 2 + 1 \cdot 0 & 2 \cdot (-1) + 1 \cdot 2 \\ 1 \cdot 1 + 0 \cdot 3 & 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 & 1 \cdot 2 + 0 \cdot 0 & 1 \cdot (-1) + 0 \cdot 2 \\ 3 \cdot 1 + (-2) \cdot 3 & 3 \cdot 0 + (-2) \cdot 1 & 3 \cdot 2 + (-2) \cdot 0 & 3 \cdot (-1) + (-2) \cdot 2 \\ 4 \cdot 1 + (-1) \cdot 3 & 4 \cdot 0 + (-1) \cdot 1 & 4 \cdot 2 + (-1) \cdot 0 & 4 \cdot (-1) + (-1) \cdot 2 \end{pmatrix} =$$

$$BA = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \\ -3 & -2 & 6 & -7 \\ 1 & -1 & 8 & -6 \end{pmatrix} \quad AB \neq BA$$

$$\begin{aligned} 14/a) \quad & \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} = 1 \cdot (2 \cdot 2 - 4 \cdot 1) - 2 \cdot (2 \cdot 2 - 4 \cdot 3) + 3 \cdot (2 \cdot 1 - 2 \cdot 3) \\ & \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} = 1 \cdot (4 - 4) = 0 - 2 \cdot (4 - 12) = -2 \cdot (-8) \\ & = 16 \quad 3 \cdot (2 - 6) = 3 \cdot (-4) = -12 \quad 0 + 16 - 12 = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0/b) \quad & \begin{pmatrix} 3 & 4 & -5 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} = -3 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} - 4 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} - 5 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \\ & -3 \cdot 2 = -6 \quad -4 \cdot (-4) = 16 \quad -5 \cdot (-4) = 20 \\ & -6 + 16 + 20 = 30 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 16/a) \quad & \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} = 1 \cdot (2 \cdot 0 - 1 \cdot (-1)) - 2 \cdot (0 \cdot 0 - 1 \cdot 2) + 3 \cdot (0 \cdot (-1) - 2 \cdot 2) \\ & = 1 \cdot (0 + 1) - 2 \cdot (0 - 2) + 3 \cdot (0 - 4) = 1 + 4 - 12 = -7 \end{aligned}$$

$$1 \cdot 1 = 1 \quad -1 \cdot (-2) = 2 \quad 3 \cdot (-4) = -12$$

$$1 + 2 - 12 = -9$$

$$17) \alpha \begin{vmatrix} x^2 + a^2 & \alpha x & 1 \\ y^2 + a^2 & \alpha y & 1 \\ z^2 + a^2 & \alpha z & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x^2 + 1 & 1 \cdot 1 & 1 \\ y^2 + 1 & 1 \cdot 2 & 1 \\ z^2 + 1 & 1 \cdot 3 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 5 & 2 & 1 \\ 10 & 3 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= \alpha(x-y)(y-z)(x-z)$$

$$0) \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 2 & -2 \\ 3 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -2 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \end{vmatrix} - 0 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

2.3)

$$1) \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} - 0 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-2) - 4 - 10 + 0 =$$

$$3 \cdot 0 - 1 = -4 - 4 - 10 = -18$$

$$27) \alpha \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot 0 - 2 \cdot (-3) = 0 + 6 = 6$$

$$A^{-1} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$0) \begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -3 & 5 & 6 \\ -2 & 2 & 10 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 2 & 10 \end{vmatrix} - (-3) \cdot \begin{vmatrix} -3 & 6 \\ -2 & 10 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} -3 & 5 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$5 \cdot 0 - 12 = 38 \quad -3 \cdot 0 + 12 = -18 \quad -6 + 10 = 4$$

$$38 - 54 + 10 = 0 \quad \text{Не существует.}$$