

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(государственный университет)

Лабораторная работа 2.1.3

Определение показателя адиабаты по скорости звука в газе

Янковский Д. С.
Б01-405

Долгопрудный, 2025

Содержание

1	Введение	4
2	Методика	5
3	Результаты	7
4	Выводы	10
5	Приложение	11
5.1	Приложение 1	11
5.2	Приложение 2	12
5.3	Приложение 3	13
5.4	Приложение 4	15
5.5	Приложение 5	15
5.6	Приложение 6	16
5.7	Формулы для расчета погрешностей	16
5.7.1	Погрешность вычисления углового коэффициента графика $(L_{n+k} - L_n)(k)$	16
5.7.2	Погрешность вычисления углового коэффициента графика $(f_{k+1} - f_1)(k)$	16
5.7.3	Вычисление погрешностей косвенных измерений в таблице 11	16
5.7.4	Вычисление погрешностей косвенных измерений в таблице 12	16
5.7.5	Вычисление погрешности показателя адиабаты	16
6	Список литературы	17

Аннотация

Определены скорость звука в воздухе и показатель адиабаты воздуха. Измерения проводились двумя способами на двух установках и основывались на явлении резонанса, возникающем при отражении звуковой волны от торцов трубы. В процессе экспериментов температура воздуха изменялась в диапазоне от 20 до 60°С, а частота звуковой волны в диапазоне от 2 до 6 КГц. По графикам зависимости разности частоты текущего и первого резонансов от номера резонанса для различных температур воздуха получены значения скоростей звука в диапазоне от 340 до 360 $\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Затем по значениям скоростей звука для определенных температур вычислены показатели адиабаты для этих температур. Выяснено, что они не зависят от температуры воздуха в диапазоне от 20 до 60°С, и среднее значение равно $(1370 \pm 5) \cdot 10^{-3}$.

1 Введение

Вентиляция шахт горнодобывающей промышленности является критически важным аспектом обеспечения безопасности труда и эффективности производственных процессов. Поддержание приемлемого микроклимата, удаление взрывоопасных и токсичных газов, а также пыли – ключевые задачи, стоящие перед системами вентиляции шахт. В связи с большими глубинами, протяженностью горных выработок и, как следствие, значительными аэродинамическими сопротивлениями, вентиляция шахт оперирует с большими объемами воздуха, перемещаемыми под значительным давлением. В этих условиях адиабатические процессы, связанные с изменением температуры воздуха при его сжатии и расширении, оказывают существенное влияние на параметры вентиляционной сети.

В частности, адиабатическое нагревание воздуха при сжатии вентиляторами главного проветривания и последующее адиабатическое охлаждение при расширении в горных выработках приводит к изменению плотности воздуха, что, в свою очередь, влияет на распределение воздушных потоков, эффективность проветривания отдельных участков и общую энергетическую эффективность системы вентиляции.

Целью настоящей работы является определение показателя адиабаты воздуха для расчета изменения температуры воздуха в шахтах при адиабатическом расширении для повышения энергетической эффективности системы вентиляции.

2 Методика

Известно из литературы [1], что скорость звука в газе зависит от показателя адиабаты газа по следующему закону

$$c = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}} \quad (1)$$

где γ - показатель адиабаты газа, $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$, c_p, c_v - молярные теплоемкости газа при постоянных давлении и объеме соответственно. $R = 8.31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ - универсальная газовая постоянная. T - температура газа, μ - молярная масса газа.

Из выражения (5) следует, что показатель адиабаты вычисляется через выражение (2).

$$\gamma = \frac{c^2 \mu}{RT} \quad (2)$$

Показатель адиабаты зависит от количества степеней свободы идеального газа следующим образом

$$\gamma = \frac{i + 2}{i} \quad (3)$$

Рассмотрим распространение звука в трубе с закрытыми противоположными концами. Звуковая волна испытывает многократные отражения от торцов. Звуковые колебания в трубе являются наложением всех отражённых волн. Резонанс наблюдается при условии, что на длине трубы помещается целое число длин полуволин:

$$L = \frac{n\lambda}{2} \quad (4)$$

где L - длина трубы, λ - длина волны, n - натуральное число.

Скорость звука связана с его частотой следующим образом

$$c = \lambda f \quad (5)$$

λ - длина волны, f - частота волны, c - скорость звука.

Чтобы определить скорость звука в воздухе, необходимо создать в трубе условия для возникновения резонанса. В работе представлены два способа реализации.

1. Создадим в трубе с подвижным концом звуковую волну постоянной частоты f , а значит и постоянной длины, что следует из выражения (5). Чтобы добиться выполнения условия (4) (условие резонанса) необходимо менять длину трубы. Тогда по мере увеличения длины трубы будет наблюдаться последовательность резонансов, и для каждого резонанса выражение (4) будет иметь вид (6).

$$L_n = \frac{n\lambda}{2}$$
$$L_{n+k} = \frac{n\lambda}{2} + \frac{k\lambda}{2} \quad (6)$$

L_{n+k} - длина трубы на k резонансе.

По угловому коэффициенту графика зависимости удлинения $L_{n+k} - L_n$ трубы от номера резонанса k при частоте f волны определяется длина звуковой волны, а затем по выражению (5) вычисляется скорость звука в воздухе при частоте f . Построим данные графики для нескольких значений частоты волны, чтобы определить зависимость $c(f)$.

2. Используем трубу постоянной длины. В этом случае при изменении частоты f звуковой волны изменяется и длина волны λ согласно выражению (5). Значит, будет наблюдаться последовательность резонансов, и выражение (4) примет вид

$$L = \frac{\lambda_1 n}{2} = \frac{\lambda_2 (n+1)}{2} = \dots = \frac{\lambda_{k+1} (n+k)}{2} \quad (7)$$

Из (5) и (7) имеем

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{c}{\lambda_1} = \frac{c}{2L} n \\ f_2 &= \frac{c}{\lambda_2} = \frac{c}{2L} (n+1) = f_1 + \frac{c}{2L} \\ f_{k+1} &= \frac{c}{\lambda_{k+1}} = \frac{c}{2L} (n+k) = f_1 + \frac{c}{2L} k \end{aligned} \quad (8)$$

По угловому коэффициенту графика зависимости разности $f_{k+1} - f_1$ частоты текущего и первого резонансов от номера резонанса k при некоторой температуре воздуха T определяется скорость звука при температуре воздуха T . Построим данный график для нескольких значений температуры воздуха, чтобы определить, как зависит скорость звука от температуры газа.

Для некоторого значения скорости звука и соответствующей ему температуре газа вычислим показатель адиабаты для воздуха из выражения (2).

3 Результаты

В эксперименте использовались две установки соответственно двум методам определения скорости звука. Первая установка состояла из раздвижной трубы с миллиметровой шкалой. Труба наполнялась воздухом через патрубок. Вторая установка содержала теплоизолированную трубу фиксированных размеров, помещённую в термостат. Более подробное описание экспериментальных установок см. в [Приложение 1](#).

Для наблюдения резонанса, возникавшего в трубе, использовался цифровой осциллограф. Резонанс характеризовался увеличением амплитуды колебаний сигнала на осциллографе.

Частота звуковой волны устанавливалась с помощью звукового генератора.

Температура T воздуха в трубе устанавливалась с помощью контроллера термостата. Газ, текущий через трубу, обменивался энергией с водой внутри термостата и нагревался до нужной температуры.

По измеренным зависимостям $(L_{n+k} - L_n)(k)$ (результаты в таблицах 1,2,3,4,5 см. [Приложение 2](#)) для пяти различных частот f звуковой волны построены графики. Результаты представлены на рисунке рис. 1.

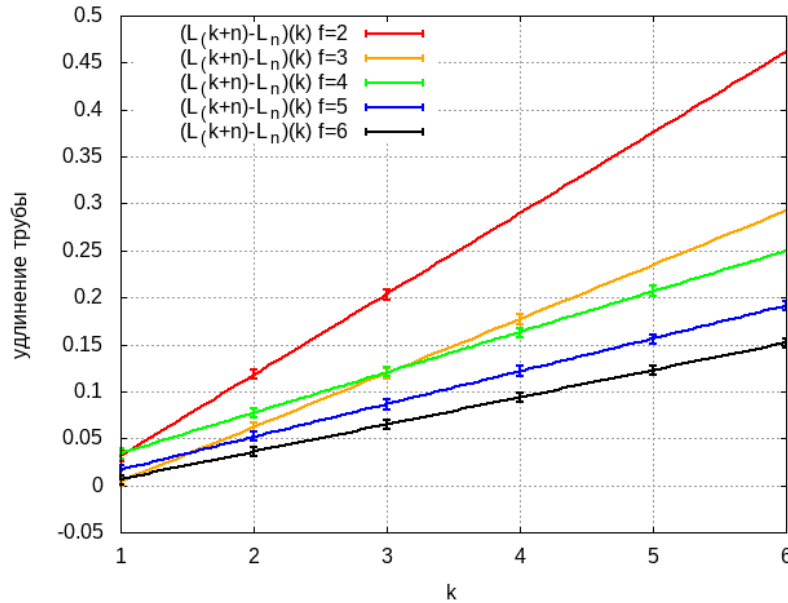


Рис. 1: Графики зависимости удлинения трубы от номера резонанса k при различных частотах звуковой волны.

По методу наименьших квадратов определены коэффициенты α наклона прямых. Затем по (6) и (5) определена скорость звука при каждой частоте звуковой волны.

$\alpha, \text{м}$	$f \cdot 10^3, \text{Гц}$	$\lambda, \text{м}$	$c, \frac{\text{м}}{\text{с}}$	$\sigma_\alpha \cdot 10^{-3}, \text{м}$	$\sigma_f, \text{Гц}$	$\sigma_\lambda \cdot 10^{-3}, \text{м}$	$\sigma_c, \frac{\text{м}}{\text{с}}$
0.086	2	0.172	344	0.58	3	1.16	2.34
0.058	3	0.116	348	0.14	3	0.28	0.91
0.043	4	0.086	344	0.30	3	0.60	2.41
0.035	5	0.070	350	0.14	3	0.28	1.42
0.029	6	0.058	348	0.14	3	0.28	1.69

Таблица 1: Зависимость скорости c звука в воздухе от частоты f звуковой волны. α - угловой коэффициент графика зависимости $(L_{n+k} - L_n)(k)$, λ - длина волны, $\sigma_\alpha, \sigma_f, \sigma_\lambda, \sigma_c$ - погрешности измерения углового коэффициента, частоты, длины волны, скорости звука соответственно.

Из таблицы 1 следует, что скорость звука в воздухе не зависит от частоты звуковой волны в представленном диапазоне частот. Передача колебаний молекул осуществляется через упругие соударения, и этот процесс не зависит от частоты колебаний (при частотах в диапазоне от 20Гц до 100КГц).

Среднее значение скорости звука, вычисленное по таблице 1 составляет

$$c = (346.8 \pm 1.8) \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

По измеренным зависимостям $(f_{k+1} - f_1)(k)$ (результаты в таблицах 6,7,8,9,10 см. Приложение 3) для пяти различных температур T воздуха построены графики. Результаты представлены на рисунке рис. 2.

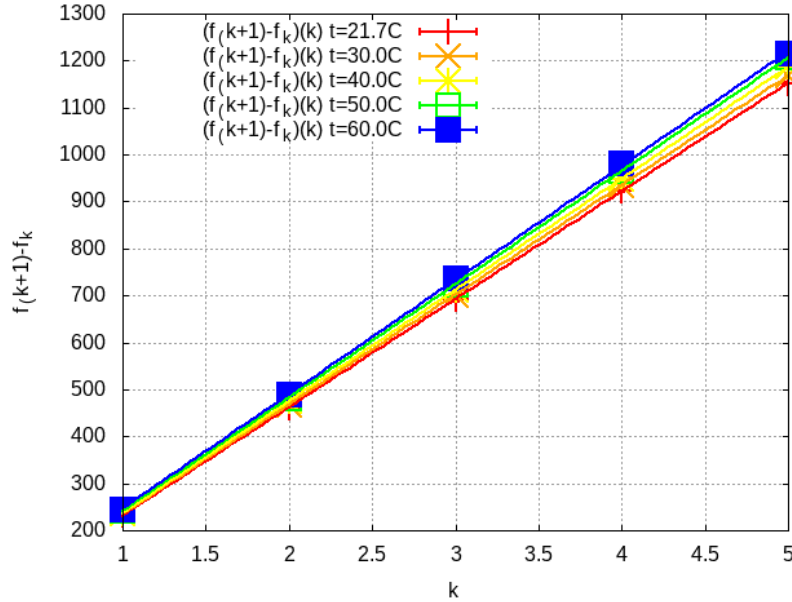


Рис. 2: Графики зависимости разности $f_{k+1} - f_1$ частоты текущего и первого резонансов от номера резонанса k при различных температурах T воздуха.

Графики являются линейными, что согласуется с теорией (выражение (8)). При увеличении температуры воздуха угловой коэффициент графиков увеличивается, и из этого следует, что увеличивается скорость звука (выражение (8)). Это подтверждается тем, что при увеличении температуры газа увеличивается кинетическая энергия молекул газа, значит, повышается интенсивность их взаимодействия.

По методу наименьших квадратов определены коэффициенты β наклона прямых. Затем по (8) определена скорость звука при каждой температуре воздуха. Результаты приведены в таблице 2.

$\beta, \text{с}^{-1}$	$T, ^\circ \text{C}$	$L, \text{м}$	$c, \frac{\text{м}}{\text{с}}$	$\sigma_\beta, \text{с}^{-1}$	$\sigma_L \cdot 10^{-3}, \text{м}$	$\sigma_c, \frac{\text{м}}{\text{с}}$
230.2	21.7	0.74	340.7	0.28	1	0.6
233.3	30.0	0.74	345.3	0.25	1	0.6
237.2	40.0	0.74	351.1	0.40	1	0.8
241.2	50.0	0.74	357.0	0.31	1	0.7
243.2	60.0	0.74	360.0	1.19	1	0.9

Таблица 2: Зависимость скорости c звука в воздухе от температуры T воздуха. β - угловой коэффициент графика зависимости $(f_{k+1} - f_1)(k)$, L - длина трубы, $\sigma_\beta, \sigma_L, \sigma_c$ - погрешности измерения углового коэффициента, длины трубы, скорости звука соответственно.

Использованы значения величин из таблицы 2, чтобы определить показатель адиабаты воздуха при различных температурах. Результаты приведены в таблице 3.

$c, \frac{\text{м}}{\text{с}}$	$T, ^\circ \text{C}$	γ	$\sigma_c, \frac{\text{м}}{\text{с}}$	$\sigma_T, ^\circ \text{C}$	$\sigma_\gamma \cdot 10^{-3}$
340.7	21.7	1.370	0.6	0.1	4.86
345.3	30.0	1.373	0.6	0.1	4.79
351.1	40.0	1.374	0.8	0.1	6.28
357.0	50.0	1.377	0.7	0.1	5.42
360.0	60.0	1.358	0.9	0.1	6.80

Таблица 3: Зависимость показателя адиабаты γ воздуха от температуры T воздуха. c - скорость звука в воздухе, $\sigma_c, \sigma_T, \sigma_\gamma$ - погрешности измерения скорости звука, температуры воздуха, показателя адиабаты соответственно.

Из таблицы 3 следует, что показатель адиабаты γ постоянен в исследованном диапазоне температур газа. γ зависит от количества активированных степеней свободы газа. При температурах воздуха, приведенных в работе, у газа активированы только вращательные и поступательные степени свободы, и энергии молекул недостаточно, чтобы активировать колебательные.

Через (3) определено количество степеней свободы воздуха в предположении, что воздух считается идеальным газом.

$$i \approx 5$$

Значит, воздух является двухатомным газом с 5 степенями свободы: 3 - поступательные, 2 - вращательные.

4 Выводы

Определено, что скорость звука в воздухе не зависит от частоты звуковой волны в диапазоне частот от 2 до 6КГц и равна

$$c = (346.8 \pm 1.8) \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Определено, что с ростом температуры воздуха скорость звука в нём увеличивается от 340 до $360 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Это связано с увеличением кинетической энергии молекул и повышением интенсивности их взаимодействия.

Определено, что в диапазоне температур воздуха от 20 до 60°C показатель адиабаты остается постоянным и равным

$$\gamma = (1370 \pm 5) \cdot 10^{-3}$$

Определено, что воздух является двухатомным газом с 5 степенями свободы.

5 Приложение

5.1 Приложение 1

Схемы экспериментальных установок для двух методов измерения скорости звука приведены на рис. 2 и 3.

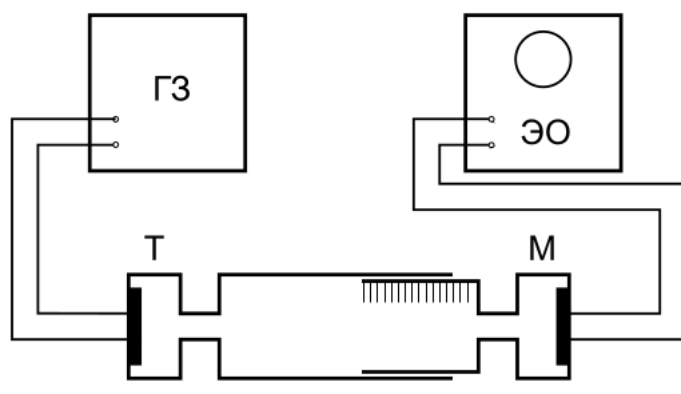


Рис. 3: Экспериментальная установка для измерения скорости звука при помощи раздвижной трубы

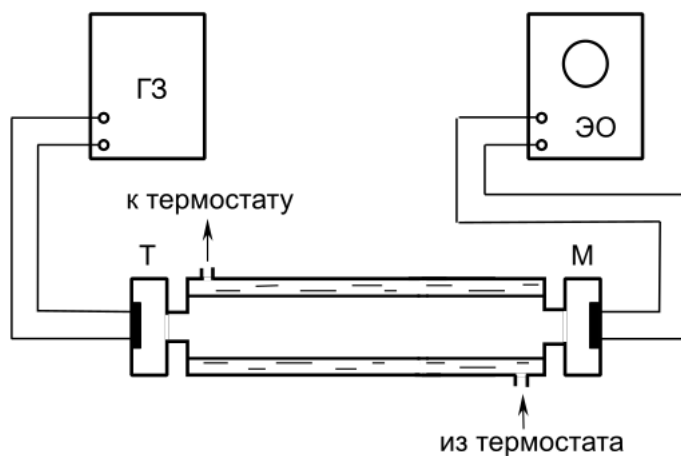


Рис. 4: Экспериментальная установка для измерения скорости звука при помощи трубы постоянной длины

В обеих установках звуковые колебания возбуждаются телефоном Т и улавливаются микрофоном М. Мембрана телефона приводится в движение переменным током звуковой частоты, в качестве источника переменной ЭДС используется звуковой генератор ГЗ. Возникающий в микрофоне сигнал наблюдается на осциллографе ЭО. Микрофон и телефон присоединены к установке с помощью тонких резиновых трубок. Первая установка (рис.

1) содержит раздвижную трубу с миллиметровой шкалой. Через патрубок труба наполняется воздухом. Вторая установка содержит теплоизолированную трубу постоянной длины. Воздух в трубе нагревается водой из термостата. Температура воздуха равна температуре воды в термостате.

5.2 Приложение 2

k	$L_{n+k} - L_n, \text{м}$	$\sigma_L, \text{м}$
1	0.031	0.005
2	0.118	0.005
3	0.203	0.005

Таблица 4: Зависимость удлинения $L_{n+k} - L_n$ трубы от номера резонанса k при частоте звуковой волны $f = 2\text{КГц}$, σ_L - погрешность измерения удлинения трубы

k	$L_{n+k} - L_n, \text{м}$	$\sigma_L, \text{м}$
1	0.004	0.005
2	0.062	0.005
3	0.119	0.005
4	0.177	0.005

Таблица 5: Зависимость удлинения $L_{n+k} - L_n$ трубы от номера резонанса k при частоте звуковой волны $f = 3\text{КГц}$, σ_L - погрешность измерения удлинения трубы

k	$L_{n+k} - L_n, \text{м}$	$\sigma_L, \text{м}$
1	0.034	0.005
2	0.077	0.005
3	0.121	0.005
4	0.162	0.005
5	0.207	0.005

Таблица 6: Зависимость удлинения $L_{n+k} - L_n$ трубы от номера резонанса k при частоте звуковой волны $f = 4\text{КГц}$, σ_L - погрешность измерения удлинения трубы

k	$L_{n+k} - L_n, \text{м}$	$\sigma_L, \text{м}$
1	0.016	0.005
2	0.052	0.005
3	0.086	0.005
4	0.122	0.005
5	0.156	0.005
5	0.191	0.005

Таблица 7: Зависимость удлинения $L_{n+k} - L_n$ трубы от номера резонанса k при частоте звуковой волны $f = 5\text{КГц}$, σ_L - погрешность измерения удлинения трубы

k	$L_{n+k} - L_n, \text{м}$	$\sigma_L, \text{м}$
1	0.006	0.005
2	0.036	0.005
3	0.065	0.005
4	0.094	0.005
5	0.123	0.005
5	0.151	0.005

Таблица 8: Зависимость удлинения $L_{n+k} - L_n$ трубы от номера резонанса k при частоте звуковой волны $f = 6\text{КГц}$, σ_L - погрешность измерения удлинения трубы

5.3 Приложение 3

k	$f_{k+1} - f_1, \text{Гц}$	$\sigma_f, \text{Гц}$
1	232	3
2	461	3
3	691	3
4	923	3
5	1152	3

Таблица 9: Зависимость разности $f_{k+1} - f_1$ частот текущего и первого резонансов от номера резонанса k при температуре воздуха $T = 21.7^\circ\text{C}$, σ_f - погрешность измерения частоты

k	$f_{k+1} - f_1, \text{Гц}$	$\sigma_f, \text{Гц}$
1	235	3
2	468	3
3	700	3
4	935	3
5	1168	3

Таблица 10: Зависимость разности $f_{k+1} - f_1$ частот текущего и первого резонансов от номера резонанса k при температуре воздуха $T = 30.0^\circ\text{C}$, σ_f - погрешность измерения частоты

k	$f_{k+1} - f_1, \text{Гц}$	$\sigma_f, \text{Гц}$
1	236	3
2	476	3
3	711	3
4	948	3
5	1186	3

Таблица 11: Зависимость разности $f_{k+1} - f_1$ частот текущего и первого резонансов от номера резонанса k при температуре воздуха $T = 40.0^\circ\text{C}$, σ_f - погрешность измерения частоты

k	$f_{k+1} - f_1, \text{Гц}$	$\sigma_f, \text{Гц}$
1	242	3
2	481	3
3	723	3
4	965	3
5	1206	3

Таблица 12: Зависимость разности $f_{k+1} - f_1$ частот текущего и первого резонансов от номера резонанса k при температуре воздуха $T = 50.0^\circ\text{C}$, σ_f - погрешность измерения частоты

k	$f_{k+1} - f_1, \text{Гц}$	$\sigma_f, \text{Гц}$
1	245	3
2	488	3
3	735	3
4	980	3
5	1215	3

Таблица 13: Зависимость разности $f_{k+1} - f_1$ частот текущего и первого резонансов от номера резонанса k при температуре воздуха $T = 60.0^\circ\text{C}$, σ_f - погрешность измерения частоты

5.4 Приложение 4

$\alpha, \text{м}$	$f \cdot 10^3, \text{Гц}$	$\lambda, \text{м}$	$c, \frac{\text{м}}{\text{с}}$	$\sigma_\alpha \cdot 10^{-3}, \text{м}$	$\sigma_f, \text{Гц}$	$\sigma_\lambda \cdot 10^{-3}, \text{м}$	$\sigma_c, \frac{\text{м}}{\text{с}}$
0.086	2	0.172	344	0.58	3	1.16	2.34
0.058	3	0.116	348	0.14	3	0.28	0.91
0.043	4	0.086	344	0.30	3	0.60	2.41
0.035	5	0.070	350	0.14	3	0.28	1.42
0.029	6	0.058	348	0.14	3	0.28	1.69

Таблица 14: Зависимость скорости c звука в воздухе от частоты f звуковой волны. α - угловой коэффициент графика зависимости $(L_{n+k} - L_n)(k)$, λ - длина волны, $\sigma_\alpha, \sigma_f, \sigma_\lambda, \sigma_c$ - погрешности измерения углового коэффициента, частоты, длины волны, скорости звука соответственно.

5.5 Приложение 5

$\beta, \text{с}^{-1}$	$T, ^\circ\text{C}$	$L, \text{м}$	$c, \frac{\text{м}}{\text{с}}$	$\sigma_\beta, \text{с}^{-1}$	$\sigma_L \cdot 10^{-3}, \text{м}$	$\sigma_c, \frac{\text{м}}{\text{с}}$
230.2	21.7	0.74	340.7	0.28	1	0.6
233.3	30.0	0.74	345.3	0.25	1	0.6
237.2	40.0	0.74	351.1	0.40	1	0.8
241.2	50.0	0.74	357.0	0.31	1	0.7
243.2	60.0	0.74	360.0	1.19	1	0.9

Таблица 15: Зависимость скорости c звука в воздухе от температуры T воздуха. β - угловой коэффициент графика зависимости $(f_{k+1} - f_1)(k)$, L - длина трубы, $\sigma_\beta, \sigma_L, \sigma_c$ - погрешности измерения углового коэффициента, длины трубы, скорости звука соответственно.

5.6 Приложение 6

$c, \frac{\text{м}}{\text{с}}$	$T, ^\circ\text{C}$	γ	$\sigma_c, \frac{\text{м}}{\text{с}}$	$\sigma_T, ^\circ\text{C}$	$\sigma_\gamma \cdot 10^{-3}$
340.7	21.7	1.370	0.6	0.1	4.86
345.3	30.0	1.373	0.6	0.1	4.79
351.1	40.0	1.374	0.8	0.1	6.28
357.0	50.0	1.377	0.7	0.1	5.42
360.0	60.0	1.358	0.9	0.1	6.80

Таблица 16: Зависимость показателя адиабаты γ воздуха от температуры T воздуха. c - скорость звука в воздухе, $\sigma_c, \sigma_T, \sigma_\gamma$ - погрешности измерения скорости звука, температуры воздуха, показателя адиабаты соответственно.

5.7 Формулы для расчета погрешностей

5.7.1 Погрешность вычисления углового коэффициента графика $(L_{n+k} - L_n)(k)$

$$\sigma_\alpha = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\langle \Delta(L_{n+k} - L_n)^2 \rangle - \langle \Delta(L_{n+k} - L_n) \rangle^2}{\langle \Delta k^2 \rangle - \langle \Delta k \rangle^2}} - \alpha^2$$

n - количество экспериментальных точек.

5.7.2 Погрешность вычисления углового коэффициента графика $(f_{k+1} - f_1)(k)$

$$\sigma_\beta = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\langle \Delta(f_{k+1} - f_1)^2 \rangle - \langle \Delta(f_{k+1} - f_1) \rangle^2}{\langle \Delta k^2 \rangle - \langle \Delta k \rangle^2}} - \beta^2$$

n - количество экспериментальных точек.

5.7.3 Вычисление погрешностей косвенных измерений в таблице 11

$$\sigma_\lambda = 2\sigma_\alpha$$

$$\sigma_c = \sqrt{f^2 \sigma_\lambda^2 + \lambda^2 \sigma_f^2}$$

5.7.4 Вычисление погрешностей косвенных измерений в таблице 12

$$\sigma_c = 2\sqrt{\beta^2 \sigma_L^2 + L^2 \sigma_\beta^2}$$

5.7.5 Вычисление погрешности показателя адиабаты

$$\sigma_\gamma = \frac{c\mu}{RT} \sqrt{4\sigma_c^2 + \frac{c^2}{T^2} \sigma_T^2}$$

6 Список литературы

Список литературы

- [1] Сивухин Д. В. *Термодинамика и молекулярная физика*. Физматлит, 2005.