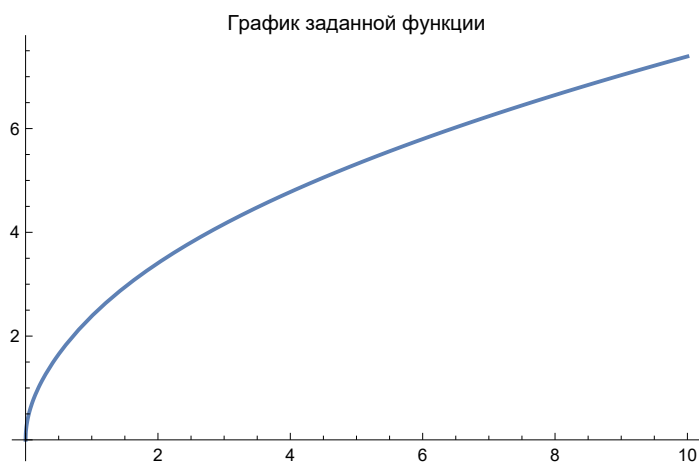


# Вариант 13

## Задание 1

```
In[*]:= f[x_] :=  $\sqrt{5 * x + \text{Log}[x^2 + 1]}$  ;  
x0 = 2.47;  
initialPlot = Plot[f[x], {x, 0, 10}, PlotLabel -> "График заданной функции";  
[график функции] [пометка графика]  
Show[initialPlot]  
[показать]
```

Out[\*]=



## а) функция D системы Mathematica

```
In[*]:= Print["Производная 1-го порядка: ", d1 = D[f[x], x] /. x -> x0]  
[печатать] [дифференцировать]  
Print["Производная 2-го порядка: ", d2 = D[f[x], {x, 2}] /. x -> x0]  
[печатать] [дифференцировать]  
Производная 1-го порядка: 0.752823  
Производная 2-го порядка: -0.17656
```

## б) формулы численного дифференцирования

```
FiniteDifference1[y_, y1_] := y1 - y;  
FiniteDifference2[y_, y1_, y2_] := y2 - 2 y1 + y;  
FiniteDifference3[y_, y1_, y2_, y3_] := y3 - 3 y2 + 3 y1 - y;
```

```
In[*]:= h1 = 0.1;
```

```
In[*]:= y1 =  $\frac{1}{h1}$  ( FiniteDifference1[f[x0], f[x0 + h1]] -  
 $\frac{1}{2}$  * FiniteDifference2[f[x0], f[x0 + h1], f[x0 + 2 h1]] +  
 $\frac{1}{3}$  * FiniteDifference3[f[x0], f[x0 + h1], f[x0 + 2 h1], f[x0 + 3 h1]] );
```

```

In[*]:= y2 =  $\frac{1}{h1^2}$  (FiniteDifference2[f[x0], f[x0 + h1], f[x0 + 2 h1]] -
      FiniteDifference3[f[x0], f[x0 + h1], f[x0 + 2 h1], f[x0 + 3 h1]]);

In[*]:= Print["Производная 1-го порядка: ", y1]
[печатать]
Print["Производная 2-го порядка: ", y2]
[печатать]

Print["Разница между вычисленными значениями 1-й производной: ", Abs[d1 - y1]]
[печатать] [абсолютное знач
Print["Разница между вычисленными значениями 2-й производной: ", Abs[d2 - y2]]
[печатать] [абсолютное знач

Производная 1-го порядка: 0.752798
Производная 2-го порядка: -0.175613
Разница между вычисленными значениями 1-й производной: 0.0000254426
Разница между вычисленными значениями 2-й производной: 0.000946301

In[*]:= h2 = 0.01;

In[*]:= y1 =  $\frac{1}{h2}$  (FiniteDifference1[f[x0], f[x0 + h2]] -
       $\frac{1}{2}$  * FiniteDifference2[f[x0], f[x0 + h2], f[x0 + 2 h2]] +
       $\frac{1}{3}$  * FiniteDifference3[f[x0], f[x0 + h2], f[x0 + 2 h2], f[x0 + 3 h2]]);
y2 =  $\frac{1}{h2^2}$  (FiniteDifference2[f[x0], f[x0 + h2], f[x0 + 2 h2]] -
      FiniteDifference3[f[x0], f[x0 + h2], f[x0 + 2 h2], f[x0 + 3 h2]]);

In[*]:= Print["Производная 1-го порядка: ", y1]
[печатать]
Print["Производная 2-го порядка: ", y2]
[печатать]

Print["Разница между вычисленными значениями 1-й производной: ", Abs[d1 - y1]]
[печатать] [абсолютное знач
Print["Разница между вычисленными значениями 2-й производной: ", Abs[d2 - y2]]
[печатать] [абсолютное знач

Производная 1-го порядка: 0.752823
Производная 2-го порядка: -0.176549
Разница между вычисленными значениями 1-й производной:  $2.9197 \times 10^{-8}$ 
Разница между вычисленными значениями 2-й производной: 0.0000107209

Следовательно, уменьшение шага позволяет получить более точные результаты

```

## Задание 2

а)

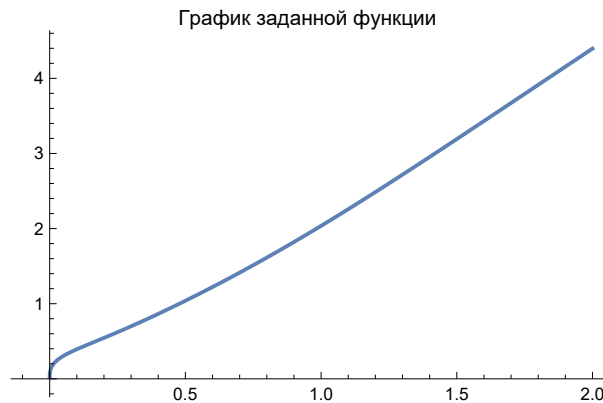
$$\text{In}[*]:= f[x_] := \frac{\sqrt[3]{12x^3 + x}}{\sqrt{1 + (x^3 + 2)^{-1}}}$$

`Plot[f[x], {x, -0.1, 2}, PlotLabel → "График заданной функции"]`

`⌈`график функции

`⌈`пометка графика

`Out[*]=`



Так как изначальная функция определена не на всем множестве  $\mathbb{R}$ , расчёты дают комплексные значения, которые невозможно будет сравнить.

Функция заменена на следующую для устранения разрывов и обеспечения области определения  $\mathbb{R}$ :

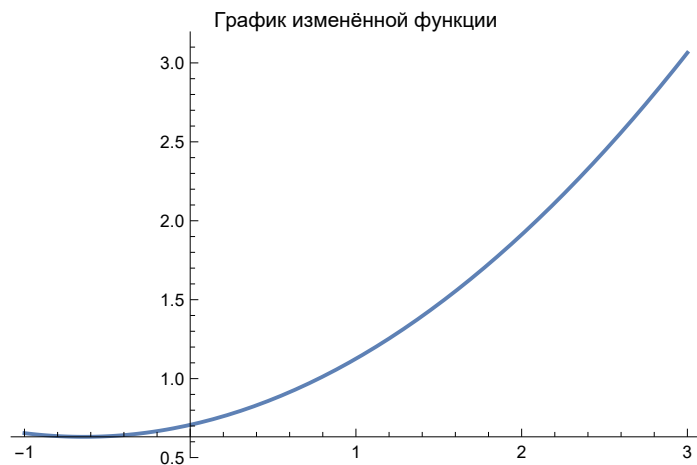
$$\text{In}[*]:= f[x_] := \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{x}{3\sqrt{2}} + \frac{7x^2}{27\sqrt{2}}$$

`Plot[f[x], {x, -1, 3}, PlotLabel → "График изменённой функции"]`

`⌈`график функции

`⌈`пометка графика

`Out[*]=`



```
In[ ]:= a = -1;
b = 3;
h = 0.2;

data = Table[{x,  $\frac{f[x+h] - f[x-h]}{2h}$ }, {x, a, b, h}];
|таблица значений

TableForm[data, TableHeadings → {None, {"xi", "y'i"}}]
|табличная форма |табличные заголовки |ни одного/отсутствует
```

```
Out[ ]//TableForm=
```

x <sub>i</sub>	y' <sub>i</sub>
-1.	-0.130946
-0.8	-0.0576161
-0.6	0.0157135
-0.4	0.0890431
-0.2	0.162373
0.	0.235702
0.2	0.309032
0.4	0.382361
0.6	0.455691
0.8	0.529021
1.	0.60235
1.2	0.67568
1.4	0.749009
1.6	0.822339
1.8	0.895669
2.	0.968998
2.2	1.04233
2.4	1.11566
2.6	1.18899
2.8	1.26232
3.	1.33565

6)

```
In[ ]:= Derivate = D[f[x], x]
|дифференци
```

```
Out[ ]:=
```

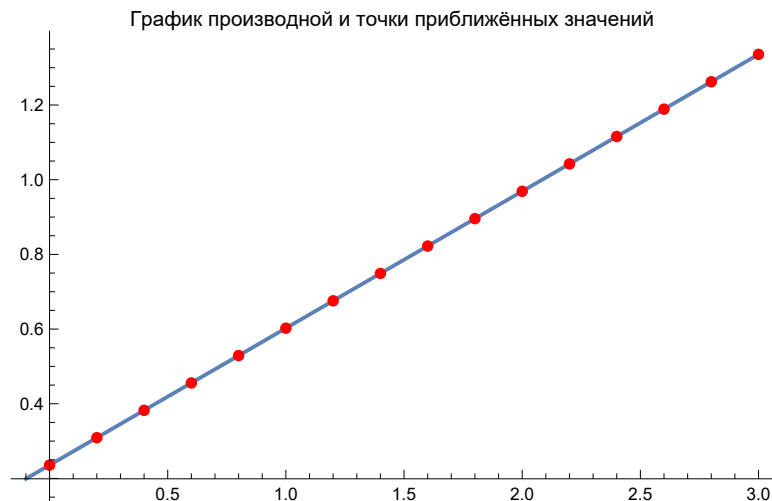
$$\frac{1}{3\sqrt{2}} + \frac{7\sqrt{2}x}{27}$$

```

In[ ]:= graph = Plot[Derivate, {x, -0.1, 3}];
           [график функции]
points = ListPlot[data, PlotStyle -> {PointSize[0.015], Red}];
           [диаграмма разб... [стиль графика [размер точки [красный]
Show[graph, points, PlotLabel -> "График производной и точки приближённых значений"]
           [показать [пометка графика

```

Out[ ]:=



### Задание 3

#### а) Метод средних прямоугольников

```

In[ ]:= f[x_] := (x + Sqrt[1.4 x + 3.1]) / (3 + Sqrt[x^2 + 2.7])
a = 0.8;
b = 1.6;
x0 = a;

In[ ]:= n1 = 8;
step = (b - a) / n1;
For[i = 1, i <= n1, i++, xi = step + xi-1];
[цикл для]

AverageRectangle1 = (b - a) / n1 * Sum[f[xi-1 + (b - a) / (2 * n1)], {i, 1, n1}]

```

Out[ ]:=

0.536085

```
In[*]:= n2 = 10;
```

$$\text{step} = \frac{(b - a)}{n2};$$

```
For[i = 1, i ≤ n2, i++, xi = step + xi-1];
```

Цикл для

$$\text{AverageRectangle2} = \frac{(b - a)}{n2} * \sum_{i=1}^{n2} f\left[x_{i-1} + \frac{(b - a)}{2 * n2}\right]$$

```
Out[*]=
```

0.536074

Уточнение по Ричардсону

```
In[*]:= k = 2;
```

$$\text{Richardson} = \text{AverageRectangle2} + \frac{n1^k}{n2^k - n1^k} (\text{AverageRectangle2} - \text{AverageRectangle1})$$

```
Out[*]=
```

0.536054

## б) Метод трапеций

```
In[*]:= n1 = 8;
```

```
x0 = a;
```

$$\text{step} = \frac{(b - a)}{n1};$$

```
For[i = 1, i ≤ n1, i++, xi = step + xi-1];
```

Цикл для

$$\text{Trapezoidal1} = \frac{(b - a)}{n1} * \left( \sum_{i=1}^{n1-1} f[x_i] + \frac{f[x_0]}{2} + \frac{f[x_{n1}]}{2} \right)$$

```
Out[*]=
```

0.535991

```
In[*]:= n2 = 10;
```

```
x0 = a;
```

$$\text{step} = \frac{(b - a)}{n2};$$

```
For[i = 1, i ≤ n2, i++,
```

Цикл для

```
xi = step + xi-1];
```

$$\text{Trapezoidal2} = \frac{(b - a)}{n2} * \left( \sum_{i=1}^{n2-1} f[x_i] + \frac{f[x_0]}{2} + \frac{f[x_{n2}]}{2} \right)$$

```
Out[*]=
```

0.536014

Уточнение по Ричардсону

$$\text{Richardson} = \text{Trapezoidal2} + \frac{n1^k}{n2^k - n1^k} (\text{Trapezoidal2} - \text{Trapezoidal1})$$

```
Out[*]=
```

0.536054

## Задание 4

### Разбиение отрезка интегрирования на 8 частей

```

In[*]:= data = 
$$\begin{pmatrix} -0.5 & 0.5359 \\ -0.34 & 0.4371 \\ -0.18 & 0.3017 \\ -0.02 & 0.0735 \\ 0.14 & 0.2839 \\ 0.3 & 0.4977 \\ 0.46 & 0.6981 \\ 0.62 & 0.8984 \\ 0.78 & 1.1044 \end{pmatrix};$$


In[*]:= a = -0.5;
b = 0.78;
n = 4;
h = 
$$\frac{(b - a)}{2 n}$$


Out[*]=
0.16

In[*]:= For[i = 0, i ≤ 2 * n, i++, yi = data[[i + 1, 2]];]
Цикл для

In[*]:= Simpsons = 
$$\sum_{i=0}^{n-1} \frac{h}{3} * (y_{2i} + 4 y_{2i+1} + y_{2i+2})$$


Out[*]=
0.631173

```

### Разбиение отрезка интегрирования на 16 частей

```

In[*]:= data = 
$$\begin{pmatrix} -0.5 & 0.5359 \\ -0.42 & 0.4851 \\ -0.34 & 0.4371 \\ -0.26 & 0.3716 \\ -0.18 & 0.3017 \\ -0.1 & 0.2073 \\ -0.02 & 0.0735 \\ 0.06 & 0.1555 \\ 0.14 & 0.2839 \\ 0.22 & 0.3901 \\ 0.3 & 0.4977 \\ 0.38 & 0.5925 \\ 0.46 & 0.6981 \\ 0.54 & 0.7899 \\ 0.62 & 0.8984 \\ 0.7 & 0.9905 \\ 0.78 & 1.1044 \end{pmatrix};$$


```

```
In[*]:= n = 8;
h = 
$$\frac{(b - a)}{2 n}$$

For[i = 0, i ≤ 2 * n, i++, yi = data[[i + 1, 2]];
```

Цикл ДЛЯ

```
Out[*]=
0.08
```

```
In[*]:= Simpsons = 
$$\sum_{i=0}^{n-1} \frac{h}{3} * (y_{2i} + 4 y_{2i+1} + y_{2i+2})$$

```

```
Out[*]=
0.638696
```

## Задание 5

### Формула Гаусса (4 узла)

```
In[*]:= f[x_] = (x + 1) Cos[x2 + 2];
```

косинус

```
a = 0.6;
```

```
b = 2.5;
```

```
n = 4;
```

```
polynomial = LegendreP[n, x]
```

Р-функция Лежандр

```
Out[*]=

$$\frac{1}{8} (3 - 30 x^2 + 35 x^4)$$

```

```
In[*]:= soluton = NSolve[polynomial == 0, x];
```

численное решение уравнений

```
xx = x /. soluton
```

```
Out[*]=
{-0.861136, -0.339981, 0.339981, 0.861136}
```

```
In[*]:= T = Table[If[i == 1, 1, (xx[[j]])i-1], {i, n}, {j, n}]; MatrixForm[T]
```

табл... условный оператор

матричная форма

```
Out[*]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -0.861136 & -0.339981 & 0.339981 & 0.861136 \\ 0.741556 & 0.115587 & 0.115587 & 0.741556 \\ -0.638581 & -0.0392974 & 0.0392974 & 0.638581 \end{pmatrix}$$

```

```
In[*]:=
```

```
B = Table[If[EvenQ[i] == True, 0,  $\frac{2}{i}$ ], {i, n}] // N
```

табл... четное чис... истина

чи

```
Out[*]=
{2., 0., 0.666667, 0.}
```



In[\*]:=

**A = LinearSolve[T, B]**

[\[решить линейные урав\]](#)

Out[\*]=

{0.347855, 0.652145, 0.652145, 0.347855}

In[\*]:= **Integral** =  $\frac{(b-a)}{2} * \sum_{i=1}^n A[[i]] * f\left[\frac{b+a}{2} + \frac{b-a}{2} * xx[[i]]\right]$

Out[\*]=

-0.217085