

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Московский физико-технический институт
(государственный университет)»

Факультет радиотехники и кибернетики

Кафедра инфокоммуникационных систем и сетей

**СКОРОСТЬ СХОДИМОСТИ К ФОРМАЦИИ В НЕЛИНЕЙНОЙ
МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННЫХ
АВТОНОМНЫХ АГЕНТОВ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ СВОЙСТВ
ГРАФА КОММУНИКАЦИИ**

Выпускная квалификационная работа
(бакалаврская работа)

Направление подготовки: 03.03.01 Прикладные математика и физика

Выполнил:

студент 112 группы _____ Бородий Дмитрий Андреевич

Научный руководитель:

д. ф.-м. н., главный научный сотрудник _____ Чеботарев Павел Юрьевич

Москва 2015

Оглавление

Введение	3
1 Цель работы	5
2 Обзор существующих подходов	6
3 Основные определения и математическая модель	7
3.1 Некоторые сведения из алгебраической теории графов	7
3.2 Базовая линейная модель движения в формации	7
3.3 Нелинейная модель движения в ориентированной формации	10
3.4 Дальнейшие расширения модели	11
3.4.1 Избегание столкновений	11
3.4.2 Учет ненадежности связей коммуникации	11
4 Описание системы моделирования	12
4.1 Интерактивный режим	12
4.2 Режим сбора данных	12
4.3 Используемые технологии	12
5 Моделирование и результаты	13
5.1 Скорость сходимости к формации в зависимости от параметров модели	13
5.2 Скорость сходимости в зависимости от алгебраической связности графа коммуни- кации	13
5.3 Скорость сходимости при стохастических разрывах связей в графе коммуникации	13
5.4 Построение графов с максимальной алгебраической связностью	13
6 Интерпретация результатов	14
7 Выводы и направления для дальнейших исследований	15
Список литературы	16

Введение

В этой части вводится понятие многоагентных систем, описываются их преимущества по сравнению с монолитными системами, приводятся примеры удачных приложений многоагентного подхода и обозначается цель данной работы.

Многоагентные системы

В широком смысле под многоагентной системой понимают совокупность автономных, т.е. обладающих некоторым поведением объектов — агентов, — которые кооперируют для решения общей задачи. В процессе решения задачи агенты могут обмениваться друг с другом информацией и на ее основе корректировать свое поведение. Ключевыми свойствами многоагентных систем являются:

- **Отсутствие центрального управления.** Поведение агентов определяется ими самими на основе определенных правил, которые в простейших случаях едины и неизменны для всех агентов, но в принципе могут и меняться во времени в зависимости от полученной агентом информации.
- **Отсутствие у агентов глобальной информации о всей системе.** Каждый агент действует, полагаясь на некоторую ”локальную” информацию, полученную из его непосредственного окружения и от взаимодействия с соседними агентами.

Из этого общего описания вытекают потенциальные преимущества многоагентных систем:

- Сложность системы и, соответственно, сложность решаемых ей задач, определяются не сложностью устройства отдельно взятого агента, а взаимодействием большого числа агентов. Поэтому техническое устройство каждого отдельного агента может быть достаточно простым, что приводит к **более низкой стоимости** всей системы и к **повышенной надежности**.
- **Высокая отказоустойчивость.** Даже если отдельные агенты вышли из строя, остальные все еще могут выполнить поставленную задачу.

Стоит обратить внимание на сходство многоагентных систем с системами, имеющими место в живой природе. И действительно, некоторые работы строят прямую аналогию с такими живыми системами как колонии муравьев или стаи птиц и пытаются воспроизвести некоторые модели поведения этих существ.

Некоторые приложения

начиная с 2004-2005 года наблюдается повышенный интерес не вообще к теме многоагентных систем и децентрализованного управления, а к графовым, сетевым моделям таких систем

В последние годы (начиная с 2004-2005 года) наблюдается повышенный интерес к теме много-агентных систем и децентрализованного управления. При этом исследования не ограничиваются разработкой теории и компьютерными моделями - в ряде случаев построены успешно действующие прототипы подобных систем.

Ниже приведен неполный список задач, в которых успешно применяется многоагентный подход и ссылки на соответствующие работы:

- Координация движения различных аппаратов (спутники, беспилотные летательные аппараты, подводные и наземные средства): [1], [2], [3], [4].
- Сортировка, кластеризация объектов: [5], [6], [7], [8].
- Строительство пространственных структур: [9], [10], [11], [12].

Глава 1

Цель работы

дополнить, сменить прошедшее время на настоящее В данной работе рассматривается задача о движении агентов в определенной формации. Изучается нелинейная модель движения агентов на плоскости, описанная в работе [2]. Оригинальная модель была расширена, чтобы сделать ее более реалистичной и в уже получившейся модели эмпирически при помощи компьютерной симуляции изучаются зависимости скорости сходимости к формации от параметров модели.

Показана сильная зависимость скорости сходимости модели от алгебраической связности графа коммуникации. Для случая неориентированных графов коммуникации предложен эвристический рандомизированный алгоритм построения графов с определенным числом ребер с большими значениями алгебраической связности (относительно случайного графа с тем же числом ребер). В экспериментах с моделью показано, что графы коммуникации, порожденные этим алгоритмом, дают в среднем большую скорость сходимости чем случайно построенный граф коммуникации.

К целям работы также относится создание интерактивной среды для проведения дальнейших экспериментов с подобными моделями, возможно уже другими исследователями. Все исходные коды как среды, так и самой работы выложены в открытый репозиторий по ссылке: <https://github.com/dmitru/flocks>.

Глава 2

Обзор существующих подходов

TODO

Кратко рассказать про подходы к образованию формаций в разных работах. Чуть подробнее про работы Vergman et al.

Глава 3

Основные определения и математическая модель

3.1. Некоторые сведения из алгебраической теории графов

TODO: Вставить

3.2. Базовая линейная модель движения в формации

Исходная модель (будем далее называть ее ”модель 1”) описывает систему из N агентов, движущихся в d -мерном пространстве (в рассматриваемом случае $d = 2$). Перед агентами стоит следующая задача: начав движение из заданной позиции с заданными скоростями, выстроиться в заранее заданную формацию и продолжить движение в ней.

Каждому агенту известна разница своих координат и скоростей с координатами и скоростями некоторых других агентов, которые входят в его *множество соседей*. Эти множества задаются *графом коммуникации* G , в котором проведено ребро $i \rightarrow j$, если агент j получает информацию от агента i . Каждый агент знает также свою позицию в желаемой конфигурации и позиции его соседей.

Теперь опишем модель формально. Состоянием i -го агента является вектор x_i в пространстве \mathbb{R}^{2d} :

$$x_i = x_i^p \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_i^v \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Здесь x_i^p и x_i^v это пространственное положение и скорость агента, а \otimes — произведение Кронекера.¹

Состояние всей системы описывается вектором $x = (x_1, x_2, \dots, x_N)^T$. Желаемая формация задается вектором $h = (h_1, 0, h_2, 0, \dots, h_N, 0)^T = h_p \otimes (1, 0)^T \in \mathbb{R}^{2dN}$.

¹Таким образом, вектор x_i имеет вид (для $d = 2$): $(x_i, \dot{x}_i, y_i, \dot{y}_i)$. Обозначения позаимствованы из работы [2].

Определение 1 Говорят, что система движется в *формации*, когда \exists функции $q(t)$, $w(t)$, такие что: $x^p(t) - h^p \equiv q(t)\mathbf{1}$, $x^v(t) \equiv w(t)\mathbf{1}$.

Говорят, что система *сходится к формации*, когда $x^p(t) - h^p - q(t)\mathbf{1} \rightarrow 0$, $x^v(t) - w(t)\mathbf{1} \rightarrow 0$.

Смысл определения в том, что при движении в формации все агенты имеют одну и ту же скорость, а их позиции совпадают с требуемой формацией с точностью до некоторого смещения.

Уравнение движения агентов имеет в данной модели следующий вид: $\dot{x}_i = A_1 x_i + B_1 u_i$, где

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & a_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_{42} & 0 & a_{44} \end{pmatrix}, \quad B_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

а u_i это управляющий сигнал, который еще предстоит ввести.

Вид матриц A_1 , B_1 объяснен в работе [2]. Подматрица $A_0 = \begin{pmatrix} a_{22} & a_{24} \\ a_{42} & a_{44} \end{pmatrix}$ матрицы A_1 определяет динамику движения формации как целого. Физический смысл чисел $a_{22}, a_{24}, a_{42}, a_{44}$ такой: a_{24} , a_{42} отвечают за кривизну траектории формации. При $a_{24} = -a_{42} \neq 0$ агенты двигаются в формации по окружности определенного радиуса; при $|a_{24}| \neq |a_{42}|$, где $|a_{24}|, |a_{42}| > 0$ — по эллипсу, при $a_{24} = a_{42} = 0$ — по прямой. Числа a_{22} и a_{44} отвечают за ускорение формации вдоль линии текущего курса, при $a_{22} > 0$, $a_{44} > 0$ ускорение положительное, при a_{22}, a_{44} — отрицательное. В дальнейшем ограничимся случаем движения по прямой и по окружности, введя вместо a_{24} , a_{42} один параметр $k = a_{24} = -a_{42}$ — кривизна траектории движения. При $k = 0$ получаем прямолинейное движение, а по мере увеличения k движение происходит по окружности все меньшего радиуса.

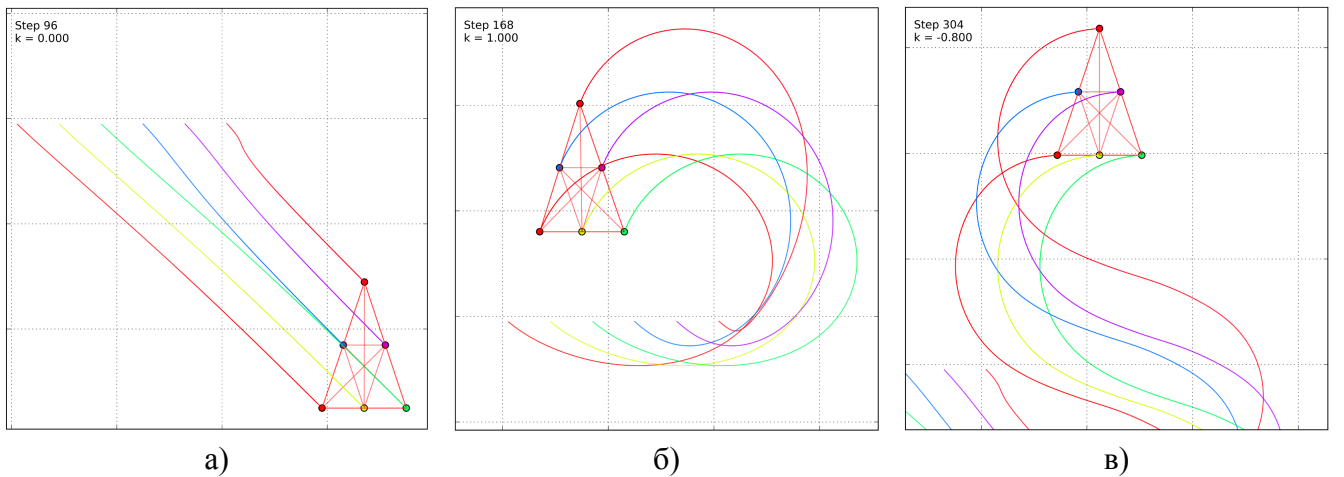


Рисунок 3.1: Движение, задаваемое моделью 1. На рисунке а) параметр кривизны движения $k = 0$, на рисунке б) $k = 1$, на рисунке в) параметр k меняет значение во время движения. Во всех случаях граф коммуникации полный, $f_1 = f_2 = -2.5$. Иллюстрации сделаны в интерактивном режиме симуляции модели.

Управляющий сигнал получается преобразованием $u = Fz$, где F — матрица обратной связи, а z — функция, описывающая ”выходной сигнал” из системы. Этот выходной сигнал рассчитывается так же как и в базовой модели консенсуса:

$$z_i = (x_i - h_i) + \frac{1}{|\mathbb{J}_i|} \sum_{j \in \mathbb{J}_i} ((x_i - h_i) - (x_j - h_j)) \quad i = 1, \dots, N.$$

Объединив уравнения для всех агентов в одно, получим общее уравнение движения для всей системы:

$$\dot{x} = Ax + BFL(x - h), \quad (3.1)$$

где $L \equiv L_G \otimes I_{2N}$, L_G — матрица лапласа графа коммуникации G , а матрицы A , B и F определены через ”размножение” матриц A_1 , B_1 и F_1 для одного агента: $A = I_N \otimes A_1$, $B = I_N \otimes B_1$, $F = I_N \otimes F_1$, т.к. законы движения всех агентов одинаковы.

В работах [2], [1] авторы ограничиваются матрицей обратной связи F_1 вида

$$F_1 = \begin{pmatrix} f_1 & f_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_1 & f_2 \end{pmatrix},$$

такая же матрица используется и в данной работе.

Для рассмотренной модели имеется ряд доказанных теоретических результатов, интересующие нас приведены ниже.

Во-первых, так же как и в базовой модели консенсуса, существует необходимое условие сходимости модели:

Утверждение 1 Необходимым условием сходимости модели к формации является наличие в графе коммуникации G остовного исходящего дерева.

Но для рассматриваемой модели это условие не является достаточным. Достаточные условия сходимости даются следующей теоремой [1,2]:

Во-вторых, для случая неориентированных графов в работе [1] имеется теорема о скорости сходимости к формации.

Теорема 1 Модель 1 сходится к формации, когда коэффициенты обратной связи f_1 , f_2 и параметр k удовлетворяют неравенствам

$$\frac{f_2^2}{f_1} < -\frac{\beta^2}{\alpha(\alpha^2 + \beta^2)} \quad \text{и} \quad (3.2)$$

$$|k| < \frac{-f_1|\beta|}{f_2\alpha} - \frac{f_2(\alpha^2 + \beta^2)}{|\beta|}, \quad (3.3)$$

где $\alpha + i\beta = \lambda$ — собственные числа матрицы Лапласа графа коммуникации G .

Теорема 2 Для неориентированных графов скорость сходимости пропорциональна выражению $(a_2 2 + \lambda_1 f_2)/2$, где λ_1 — наименьшее ненулевое собственное значение матрицы L_G .

3.3. Нелинейная модель движения в ориентированной формации

Как можно видеть на рисунке 3.1, формация не меняет своей ориентации при поворотах, что не очень реалистично. Изменив уравнение движения 3.1, получим уже нелинейную модель 2:

$$\dot{x} = Ax + BFL(x - T_x h), \quad (3.4)$$

где оператор T_x определен как

$$T_x : h \rightarrow \sum_{i=1}^N E_i \otimes R_{x_i^v} \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} h_i. \quad (3.5)$$

В этом определении E_i это матрица, состоящая из нулей и единственной единицы на i -й диагональной позиции, а $R_v : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ поворачивает базисный вектор e_1 в направлении вектора v .

Модель значительно усложнилась: перестала быть линейной и от агентов стало требоваться знать не только скорости относительно соседей, но и их собственные абсолютные скорости. Следует также заметить, что R_v не определен для нулевых векторов v , и поэтому модель 2 не допускает нулевой скорости агентов.

На рисунке ??-motion показаны траектории агентов в модели 2:

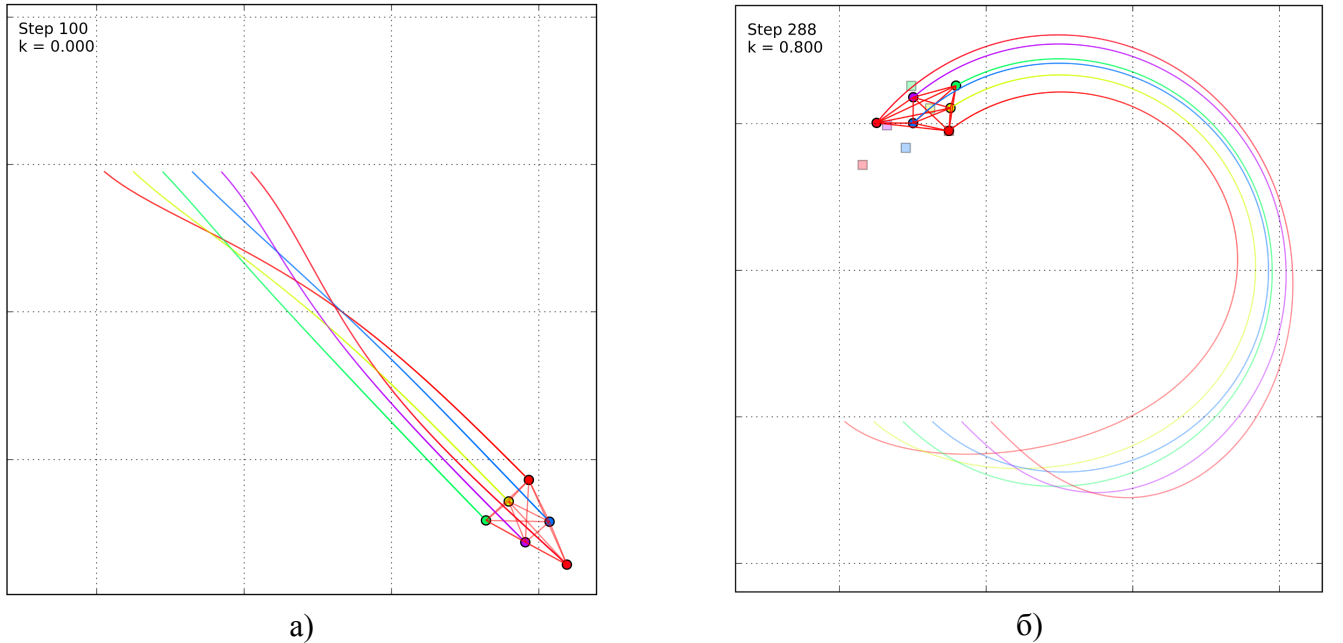


Рисунок 3.2: Движение, задаваемое моделью 2 — формация ориентируется по направлению движения. На рисунке б) видно искажение формации во время совершения разворота.

На последнем рисунке видно, что во время разворота агенты выстраиваются не в точности в заданную формацию (на рисунке отмечена квадратами), а в ее немного искаженную версию. Причем при уменьшении радиуса разворота искажение это все больше.

3.4. Дальнейшие расширения модели

В этой работе в модель 2 были внесены еще две поправки. Получившуюся модель назовем моделью 3 — именно она рассматривается в данной работе. Рассмотрим эти поправки по очереди.

3.4.1. Избегание столкновений

Во-первых, чтобы избежать столкновений между агентами, в уравнение движения был добавлен потенциал отталкивания. Этот потенциал включается тогда, когда расстояние между агентами становится меньше заданного порога r_0 и линейно возрастает по мере уменьшения расстояния. Чтобы не допустить возникновения бесконечно больших ускорений, его вклад в ускорение агентов ограничен параметром r_1 , начиная с которого потенциал перестает возрастать. Интенсивность расталкивания регулируется параметром D .

Вид дополнительных ускорений, вызванных потенциалом расталкивания и действующих на агента i :

$$a_i^{rep} = -D \sum_{i \neq j, |r_{ij}| < r_0} \min(r_1, r_0 - |r_{ij}|) \frac{r_{ij}}{|r_{ij}|}. \quad (3.6)$$

Рассмотренный потенциал отталкивания взят из работы [3], где он использовался для предотвращения столкновений между квадрокоптерами во время построения ими формации.

3.4.2. Учет ненадежности связей коммуникации

Вторым дополнением модели послужил учет случайных разрывов связей в графе коммуникации, которые почти наверняка будут иметь место при построении реальных многоагентных систем.

Моделирование разрыва связей можно провести по-разному. Например, можно было моделировать разрывы и восстановления связей различными случайными процессами в зависимости от дополнительных предположений, например пуассоновскими процессами с разными параметрами для разрыва и восстановления. В этой работе использовался более простой подход: при пошаговом численном решении уравнения движения на каждом k -м шаге проводится обновление графа коммуникации. При этом для каждого ребра независимо с вероятностью p будет ли оно деактивировано (т.е. не влиять на формирование множеств соседей) на протяжении следующих k шагов. После k шагов процедура повторяется.

Окончательная форма уравнения движения в модели 3 будет такой:

$$\dot{x} = Ax + BFL(t)(x - T_x h) + a^{rep} \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (3.7)$$

Глава 4

Описание системы моделирования

В ходе выполнения работы была создана компьютерная система для проведения численных экспериментов с рассмотренными моделями. Система работает в двух основных режимах:

4.1. Интерактивный режим

Основная задача этого режима - позволить исследователю интерактивно взаимодействовать с моделью, чтобы в процессе этого выработать гипотезы, которые в дальнейшем можно было бы подтвердить более детальным анализом.

В интерактивном режиме пользователь задает начальные параметры модели и в режиме реального времени может наблюдать ее движение. В этом режиме уравнение движения решается пошагово на маленьких отрезках времени в перерывах между отрисовками состояния модели на экране. Благодаря этому есть возможность менять любой параметр в уравнениях системы, например связав изменение параметров с нажатием на определенную клавишу.

Также можно попросить систему одновременно с отрисовкой модели строить графики произвольных функций от состояния модели (например близость текущего состояния системы к желаемой формации или проекции скорости отдельных агентов), а также любую текстовую информацию (номер шага, количество столкновений, процент активных ребер графа коммуникации).

Реализация этого режима значительно облегчила процесс отладки модели. Например, **TODO**

4.2. Режим сбора данных

TODO

4.3. Используемые технологии

TODO

Глава 5

Моделирование и результаты

описать сами эксперименты, что меняли, что нет и привести графики/таблицы

5.1. Скорость сходимости к формации в зависимости от параметров модели

TODO

5.2. Скорость сходимости в зависимости от алгебраической связности графа коммуникации

TODO

5.3. Скорость сходимости при стохастических разрывах связей в графе коммуникации

TODO

5.4. Построение графов с максимальной алгебраической связностью

TODO: описать сам алгоритм, продемонстрировать его работу в модели, показать что он помогает ускорить скорость сходимости к формации

Глава 6

Интерпретация результатов

TODO Что-нибудь про параметры модели, Что-нибудь про комграфы, Что-нибудь про связи

Глава 7

Выводы и направления для дальнейших исследований

TODO

В ходе выполнения данной работы были проделаны

Список литературы

1. Decentralized control of vehicle formations / Gerardo Lafferriere, Alan Williams, J Caughman, JJP Veerman // *Systems & control letters*. — 2005. — Vol. 54, no. 9. — Pp. 899–910.
2. Flocks and formations / JJP Veerman, Gerardo Lafferriere, John S Caughman, A Williams // *Journal of Statistical Physics*. — 2005. — Vol. 121, no. 5-6. — Pp. 901–936.
3. Outdoor flocking and formation flight with autonomous aerial robots / Gábor Vásárhelyi, Csaba Virágh, Gergő Somorjai et al. // *Intelligent Robots and Systems (IROS 2014), 2014 IEEE/RSJ International Conference on / IEEE*. — 2014. — Pp. 3866–3873.
4. Williams, A. Stable motions of vehicle formations / A Williams, G Lafferriere, JJP Veerman // *Decision and Control, 2005 and 2005 European Control Conference. CDC-ECC'05. 44th IEEE Conference on / IEEE*. — 2005. — Pp. 72–77.
5. The dynamics of collective sorting robot-like ants and ant-like robots / Jean-Louis Deneubourg, Simon Goss, Nigel Franks et al. // *Proceedings of the first international conference on simulation of adaptive behavior on From animals to animats*. — 1991. — Pp. 356–363.
6. Ding, Hongli. Sorting in Swarm Robots Using Communication-Based Cluster Size Estimation / Hongli Ding, Heiko Hamann // *Swarm Intelligence*. — Springer, 2014. — Pp. 262–269.
7. Kabla, Alexandre J. Collective cell migration: leadership, invasion and segregation / Alexandre J Kabla // *Journal of The Royal Society Interface*. — 2012. — P. rsif20120448.
8. Segregation of multiple heterogeneous units in a robotic swarm / Vinicius Graciano Santos, Luciano C Pimenta, Luiz Chaimowicz et al. // *Robotics and Automation (ICRA), 2014 IEEE International Conference on / IEEE*. — 2014. — Pp. 1112–1117.
9. Pennisi, Elizabeth. Cooperative ‘bots’ don’t need a boss / Elizabeth Pennisi // *Science*. — 2014. — Vol. 346, no. 6216. — Pp. 1444–1444.
10. Petersen, Kirstin Hagelskjaer. Collective Construction by Termite-Inspired Robots / Kirstin Hagelskjaer Petersen. — 2014.
11. Building tensile structures with flying machines / Federico Augugliaro, Ammar Mirjan, Fabio Gramazio et al. // *Intelligent Robots and Systems (IROS), 2013 IEEE/RSJ International Conference on / IEEE*. — 2013. — Pp. 3487–3492.

12. *Lindsey, Quentin*. Construction of cubic structures with quadrotor teams / Quentin Lindsey, Daniel Mellinger, Vijay Kumar // *Proc. Robotics: Science & Systems VII*. — 2011.