

# Тема “Элементарная алгебра”

## 1. Задание

Напишите уравнение параболы, проходящей через три точки (х,у):  
(1,2), (3,10), (5,1)

Уравнение параболы в общем виде:

$$y = ax^2 + bx + c$$

Определим коэффициенты  $a$ ,  $b$  и  $c$ , для этого составим систему уравнений для предоставленных трех точек:

$$\begin{aligned} \begin{cases} 2 = a + b + c \\ 10 = 9a + 3b + c \\ 1 = 25a + 5b + c \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} c = 2 - a - b \\ 10 = 9a + 3b + 2 - a - b \\ 1 = 25a + 5b + 2 - a - b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 2 - a - b \\ 8a + 2b = 8 \\ 24a + 4b = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 2 - a - b \\ b = 4 - 4a \\ 24a + 16 - 16a = -1 \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} c = 2 - a - b \\ b = 4 - 4a \\ 8a = -17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 2 - a - b \\ b = 4 - 4a \\ a = -\frac{17}{8} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 2 - a - b \\ b = \frac{25}{2} \\ a = -\frac{17}{8} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = -\frac{67}{8} \\ b = \frac{25}{2} \\ a = -\frac{17}{8} \end{cases} \end{aligned}$$

В результате уравнение параболы имеет следующий вид:

$$y = -\frac{17}{8}x^2 + \frac{25}{2}x - \frac{67}{8}$$

## 2. Задание

Известно, что свежий огурец на 99% состоит из воды. Месяц назад взвесили мешок со свежими огурцами. Получилось, что огурцов ровно 100 кг. Мешок убрали, а через месяц снова взвесили. Огурцы за это время усохли, и теперь вода составляет уже только 98% их веса. Сколько теперь (в кг) весят огурцы?

Состояние 1: Вес огурцов – 100 кг. Вода составляет - 99%. Таким образом сухая масса – 1 кг.

Состояние 2: Вода составляет – 98%. Сухая масса не изменилась и составляет 1 кг, т.е. 2% от всей массы.

Таким образом мы получаем следующую пропорцию:

$$\frac{2\% - 1\text{кг}}{100\% - x} \Rightarrow x = \frac{1\text{кг} \cdot 100\%}{2\%} = 50\text{кг}$$

## 3. Задание. Определение логарифма. Решить уравнения:

1.  $2^x = 256$

2.  $2^x = 300$

3.\*  $\log_8 2^{8x-4} = 4$

4.\*  $3^{\log_9(5x-5)} = 5$

5.\*  $x^{\log_3 x + 1} = 9$

1.  $2^x = 256 \Rightarrow x = \log_2 256 \Rightarrow x = 8$
2.  $2^x = 300 \Rightarrow x = \log_2 300 = \log_2 4 \cdot 25 \cdot 3 \Rightarrow x = 2 + 2 \log_2 5 + \log_2 3$
3.  $\log_8 2^{8x-4} = 4 \Rightarrow (8x-4) \log_8 2 = 4 \Rightarrow (8x-4) \log_{2^3} 2 = 4 \Rightarrow (8x-4) \cdot \frac{1}{3} = 4 \Rightarrow 8x-4 = 12 \Rightarrow x = 2$

4.  $3^{\log_9(5x-5)} = 5$

ОДЗ:  $x > 1$

$$t = 5x - 5 \Rightarrow 3^{\log_9 t} = 5 \Rightarrow \log_9 3^{\log_9 t} = \log_9 5 \Rightarrow \log_9 t \cdot \log_9 3 = \log_9 5 \Rightarrow \frac{1}{2} \log_9 t = \log_9 5 \Rightarrow \log_9 t = \log_9 25 \Rightarrow t = 25 \Rightarrow 5x - 5 = 25 \Rightarrow x = 6$$

5.  $x^{\log_3 x+1} = 9$

ОДЗ:  $x > 0, x \neq 1$

$$\log_3 x^{\log_3 x+1} = \log_3 9 \Rightarrow (\log_3 x + 1) \cdot \log_3 x = \log_3 9$$

$$t = \log_3 x \Rightarrow (t+1)t = 2 \Rightarrow t^2 + t - 2 = 0$$

По теореме Виета:

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = -1 \\ t_1 t_2 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = -2 \\ t_2 = 1 \end{cases}$$

В результате:

$$\log_3 x = -2; \log_3 x = 1 \Rightarrow x_1 = 3^{-2} = \frac{1}{9}; x_2 = 3^1 = 3$$

#### 4. Задание Свойства логарифмов. Вычислить:

6.  $\log_4 16 =$

7.  $\log_5 \frac{1}{25} =$

8.  $\log_{25} 5 =$

9.  $\log_3 \sqrt{27} =$

10.  $\log_2 12 - \log_2 3 =$

11.  $\log_6 12 + \log_6 3 =$

12.  $e^{\ln 5} =$

13.  $\frac{\log_2 225}{\log_2 15} =$

14.  $\log_4 32 + \log_{0.1} 10 =$

15.\*  $9^{\log_3 \sqrt{5}} =$

1.  $\log_4 16 = 2$

2.  $\log_5 \frac{1}{25} = \log_5 25^{-1} = -2$

3.  $\log_{25} 5 = \log_{5^2} 5 = \frac{1}{2}$

4.  $\log_3 \sqrt{27} = \log_3 27^{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2}$

5.  $\log_2 12 - \log_2 3 = \log_2 \frac{12}{3} = 2$

6.  $\log_6 12 + \log_6 3 = \log_6 36 = 2$

7.  $e^{\ln 5} = 5$

8.  $\frac{\log_2 225}{\log_2 15} = \frac{\log_2 15^2}{\log_2 15} = 2$

9.  $\log_4 32 + \log_{0.1} 10 = \log_4 (4 \cdot 8) - 1 = \log_4 4 + \log_4 8 - 1 = \log_{2^2} 2^3 = \frac{3}{2}$

10.  $9^{\log_3 \sqrt{5}} = \sqrt{5}^{\log_3 9} = 5$