

Практическое задание 5

5.1. Вычислите, по возможности не используя программирование: $(SE)^{-1}$, где E - единичная матрица размера 5×5

$$(SE)^{-1} = \left[5 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right]^{-1} = \frac{1}{5} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

5.2. Вычислите матрицу, обратную данной:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\Delta_{1,1} = (0 \cdot 9 - 8 \cdot 6) = -48$$

$$\Delta_{2,1} = (2 \cdot 9 - 8 \cdot 3) = -6$$

$$\Delta_{3,1} = (2 \cdot 6 - 0 \cdot 3) = 12$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$$

$$\det = (-1)^{1+1} \cdot 1 \cdot (-48) + (-1)^{2+1} \cdot 4 \cdot (-6) + (-1)^{3+1} \cdot 7 \cdot 12$$

$$\det = 60$$

5.3. Вычислите матрицу, обратную данной:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} -48; & 4 \cdot 9 - 7 \cdot 6; & 4 \cdot 8 - 0 \cdot 7 \\ -6; & 1 \cdot 9 - 7 \cdot 3; & 1 \cdot 8 - 2 \cdot 7 \\ 12; & 1 \cdot 6 - 3 \cdot 4; & 1 \cdot 0 - 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -48 & -6 & 32 \\ 6 & -12 & -6 \\ 12 & -6 & -8 \end{bmatrix}$$

$$A_* = \begin{bmatrix} -48 & 6 & 32 \\ 6 & -12 & 6 \\ 12 & 6 & -8 \end{bmatrix} \rightarrow A_*^T = \begin{bmatrix} -48 & 6 & 12 \\ 6 & -12 & 6 \\ 32 & 6 & -8 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -0.8 & 0.1 & 0.2 \\ 0.1 & -0.2 & 0.1 \\ 0.53 & 0.1 & -0.13 \end{bmatrix}$$

2. Приведите пример матрицы 4×4 , ранг которой равен 1

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

5.4 Вычислите скалярное произведение двух векторов: $(1, 5)$ и $(2, 8)$

$$(1, 5) * (2, 8) = 1 \cdot 2 + 5 \cdot 8 = \underline{\underline{42}}$$

5.5. Вычислите смешанное произведение трех векторов: $(1, 5, 0)$, $(2, 8, 7)$ и $(7, 1.5, 3)$

$$\vec{a} = \{1, 5, 0\} \quad \vec{b} = \{2, 8, 7\} \quad \vec{c} = \{7, 1.5, 3\}$$

$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot [\vec{b} \times \vec{c}] &= \begin{vmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 5 & 8 & 1.5 \\ 0 & 7 & 3 \end{vmatrix} = (-1)^{1+1} \cdot 1 \cdot (8 \cdot 3 - 1.5 \cdot 7) + \\ &+ (-1)^{2+1} \cdot 2 \cdot (5 \cdot 3 - 1.5 \cdot 0) + (-1)^{3+1} \cdot 7 \cdot (5 \cdot 7 - 8 \cdot 0) = \\ &= 1 \cdot (24 - 10.5) - 2 \cdot 15 + 7 \cdot 35 = 13.5 - 30 + 245 = \\ &= \underline{\underline{228.5}} \end{aligned}$$