

Задания к видеоуроку “Элементарная алгебра”

1. Задание (на листочке)

Вычислите:

$$7 \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 7 & 12 \\ 11.3 & 5 \\ 25 & 30 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 7 & 12 \\ 11.3 & 5 \\ 25 & 30 \end{bmatrix} = 9 \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 7 & 12 \\ 11.3 & 5 \\ 25 & 30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 45 & 90 \\ 63 & 108 \\ 101.7 & 45 \\ 225 & 270 \end{bmatrix}$$

2.1. Задание (на листочке) - Решите систему уравнений:

$$3x - 2y + 5z = 7$$

$$7x + 4y - 8z = 3$$

$$5x - 3y - 4z = -12$$

Линейная или нелинейная это система?

А каждое уравнение по отдельности?

Решение:

$$\begin{cases} 3x - 2y + 5z = 7 \\ 7x + 4y - 8z = 3 \\ 5x - 3y - 4z = -12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x - 4y + 10z = 14 \\ 7x + 4y - 8z = 3 \\ 5x - 3y - 4z = -12 \end{cases}$$

Складываем между собой первые два уравнения и определяем z :

$$13x + 2z = 17 \Rightarrow z = \frac{17 - 13x}{2}$$

Умножаем второе уравнение на 3, а третье на 4 и складываем два этих уравнения между собой и также определяем z :

$$\begin{cases} 21x + 12y - 24z = 9 \\ 20x - 12y - 16z = -48 \end{cases} \Rightarrow 41x - 40z = -39 \Rightarrow z = \frac{41x + 39}{40}$$

Подставляем значение z :

$$\frac{41x + 39}{40} = \frac{17 - 13x}{2} \Rightarrow 41x + 39 = 340 - 260x \Rightarrow 301x = 301 \Rightarrow x = 1$$

Подставляем значение x в первые два уравнения и найдем значения y и z :

$$\begin{cases} 3 - 2y + 5z = 7 \\ 7 + 4y - 8z = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{5z - 4}{2} \\ 4y - 8z = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{5z - 4}{2} \\ 10z - 8 - 8z = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{5z - 4}{2} \\ 2z = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{5z - 4}{2} \\ z = 2 \end{cases}$$

Находим y :

$$y = \frac{5 \cdot 2 - 4}{2} = 3$$

Проверяем полученные значения:

$$\begin{cases} 3x - 2y + 5z = 7 \\ 7x + 4y - 8z = 3 \\ 5x - 3y - 4z = -12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 - 6 + 10 = 7 \\ 7 + 12 - 16 = 3 \\ 5 - 9 - 8 = -12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ z = 2 \end{cases}$$

Уравнения являются линейными \Rightarrow Система уравнений также является линейной.

2.2. Задание (на листочке) - Решите систему уравнений:

$$x^2 + y \cdot x - 9 = 0$$

$$x - y/5 = 0$$

Линейная или нелинейная это система?

А каждое уравнение по отдельности?

Решение:

$$\begin{cases} x^2 + yx - 9 = 0 \\ x - \frac{y}{5} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + yx - 9 = 0 \\ y = 5x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 5x^2 - 9 = 0 \\ y = 5x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x^2 = 9 \\ y = 5x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm \sqrt{\frac{3}{2}} \\ y = \pm 5\sqrt{\frac{3}{2}} \end{cases}$$

Система уравнений – нелинейная, при этом второе уравнение является линейным.

3. Задание (на листочке) - Решите задачу:

Площадь пола прямоугольной комнаты равна 48 м², а его периметр равен 28 м. Найдите длину и ширину комнаты.

Решение:

$$S = 48 \text{ м}^2, P = 28 \text{ м}$$

Площадь прямоугольника вычисляется, как $S = a \cdot b$, а периметр по формуле $P = 2 \cdot (a + b)$, где a и b – стороны прямоугольника. Запишем, в виде системы уравнений:

$$\begin{cases} ab = 48 \\ 2(a + b) = 28 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab = 48 \\ a = 14 - b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 14b - b^2 = 48 \\ a = 14 - b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b^2 - 14b + 48 = 0 \\ a = 14 - b \end{cases}$$

Найдем значение b из первого уравнения:

$$b_1 = \frac{14 + \sqrt{196 - 192}}{2} = \frac{14 + 2}{2} = 8$$

$$b_2 = \frac{14 - \sqrt{196 - 192}}{2} = \frac{14 - 2}{2} = 6$$

Определим теперь a :

$$a_1 = 14 - 8 = 6$$

$$a_2 = 14 - 6 = 8$$

Длина комнаты равна 8 м, ширина равна 6 м.