[3] Исследовать на сходимость

$$1+\frac{2}{3}+\frac{3}{5}+\dots+\frac{n}{2n-1}+\dots$$

Решение:

$$1+\frac{2}{3}+\frac{3}{5}+\dots+\frac{n}{2n-1}+\dots = a_1+a_2+a_3-1\dots+a_n+\dots \Leftrightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2n-1}$$

1. Необходимое условие

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty}\frac{n}{2n-1} = \lim_{n\to\infty}\frac{n}{n(2-\frac{1}{n})} = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{2-\frac{1}{n}} =$$

$$= \frac{1}{2-\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}} = \frac{1}{2-0} = \frac{1}{2} \neq 0$$

Ответ:

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2n-1}$	расходится так как не выполняется необходимое условие
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$	