

# Урок 2

## Теория множеств. Математическая логика

### Практическое задание

Дмитрий Данилов  
dmitry.s.danilov@gmail.com

11 января 2021 г.

#### Задача 1

Представить в виде несократимой рациональной дроби:

1.  $0.(216)$

2.  $1.0(01)$

#### Решение

1

$$\begin{aligned}x &= 0.(216) \\10^3 x &= 10^3 \cdot 0.(216) \\10^3 x &= 216.(216) \\10^3 x &= 216 + 0.(216) \\10^3 x &= 216 + x \\999x &= 216 \\x &= \frac{216}{999} = \frac{24}{111}\end{aligned}$$

2

$$\begin{aligned}x &= 1.0(01) \\10x &= 10 \cdot 1.0(01) \\10x &= 10.(01) \\10x &= 10 + 0.(01) \\10x &= 10 + y \\x &= \frac{10 + y}{10} = 1 + \frac{y}{10} \\y &= 0.(01)\end{aligned}$$

$$10^2 y = 10^2 \cdot 0.(01)$$

$$10^2 y = 1.(01)$$

$$10^2 y = 1 + 0.(01)$$

$$10^2 y = 1 + y$$

$$99y = 1$$

$$y = \frac{1}{99}$$

$$x = 1 + \frac{y}{10} = 1 + \frac{1}{990}$$

## Ответ

$$1. \ 0.(216) = \frac{24}{111}$$

$$2. \ 1.0(01) = 1 + \frac{1}{990}$$

## Файлы

- [./lesson\\_2/task/problem\\_1\\_1.pdf](#)
- [./lesson\\_2/task/problem\\_1\\_2.pdf](#)
- [./lesson\\_2/task/problem\\_1.ipynb](#)

## Задача 3

Проверить любым способ, являются ли данные логические формулы тавтологией:

$$1. \ (A \vee B) \Rightarrow (B \vee \neg A)$$

$$2. \ A \Rightarrow (A \vee (\neg B \wedge A))$$

## Решение

### 1.1 Эквивалентные выражения

$$(A \vee B) \Rightarrow (B \vee \neg A) \Leftrightarrow$$

$$(A \vee B) \Rightarrow (\neg A \vee B) \Leftrightarrow$$

$$\neg(A \vee B) \vee (\neg A \vee B) \Leftrightarrow$$

$$(\neg(A \vee B) \vee \neg A) \vee B \Leftrightarrow$$

$$\neg((A \vee B) \wedge A) \vee B \Leftrightarrow$$

$$\neg(A \wedge (A \vee B)) \vee B \Leftrightarrow$$

$$(\neg A \vee B) \Leftrightarrow$$

$$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow$$

$$(A \vee B) \Rightarrow (B \vee \neg A) \Leftrightarrow (A \Rightarrow B)$$

## 1.2 Таблица истинности

$A$	$B$	$A \vee B$	$\neg A$	$B \vee \neg A$	$(A \vee B) \Rightarrow (B \vee \neg A)$	$A \Rightarrow B$	$(A \vee B) \Rightarrow (B \vee \neg A) \Leftrightarrow (A \Rightarrow B)$
0	0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	1	0	0	0	0	1
1	1	1	0	1	1	1	1

## 2.1 Эквивалентные выражения

$$A \Rightarrow (A \vee (\neg B \wedge A)) \Leftrightarrow$$

$$A \Rightarrow (A \vee (A \wedge \neg B)) \Leftrightarrow$$

$$A \Rightarrow A \Leftrightarrow$$

$$1$$

$$A \Rightarrow (A \vee (\neg B \wedge A)) \Leftrightarrow 1$$

## 2.2 Таблица истинности

$A$	$B$	$\neg B$	$\neg B \vee A$	$A \vee (\neg B \vee A)$	$A \Rightarrow (A \vee (\neg B \vee A))$	1	$A \Rightarrow (A \vee (\neg B \vee A)) \Leftrightarrow 1$
0	0	1	0	0	1	1	1
0	1	0	0	0	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1

## Ответ

1. Высказывание  $(A \vee B) \Rightarrow (B \vee \neg A)$  не является тавтологией, точнее  $(A \vee B) \Rightarrow (B \vee \neg A) \Leftrightarrow (A \Rightarrow B)$
2. Высказывание  $A \Rightarrow (A \vee (\neg B \wedge A))$  является тавтологией, то есть  $A \Rightarrow (A \vee (\neg B \wedge A)) \Leftrightarrow 1$

## Файлы

- [./lesson\\_2/task/problem\\_3\\_1.pdf](#)
- [./lesson\\_2/task/problem\\_3\\_2.pdf](#)

## Задача 4

Пусть элементарные высказывания означают:

- $A$  – сегодня светит солнце
- $B$  – сегодня сыро
- $C$  – я поеду на дачу

Тогда сформулировать составные высказывания:

1.  $\neg A \vee B \Rightarrow \neg C$
2.  $C \Rightarrow A \vee \neg B$

## Решение

1

$$\neg A \vee B \Rightarrow \neg C$$

Если сегодня пасмурно ( $\neg A$ ) или ( $\vee$ ) сыро ( $B$ ), то ( $\Rightarrow$ ) я не поеду на дачу ( $\neg C$ ).

2.1

$$C \Rightarrow A \vee \neg B$$

Я поеду на дачу ( $C$ ), значит ( $\Rightarrow$ ) сегодня ясно ( $A$ ) или ( $\vee$ ) сухо ( $\neg B$ ).

### 2.2. Примечание

$$C \Leftarrow A \vee \neg B$$

Я поеду на дачу ( $C$ ) при условии, что ( $\Leftarrow$ ) сегодня ясно ( $A$ ) или ( $\vee$ ) сухо ( $\neg B$ ).

$$C \Leftrightarrow A \vee \neg B$$

Я поеду на дачу ( $C$ ) тогда, и только при условии, что ( $\Leftrightarrow$ ) сегодня ясно ( $A$ ) или ( $\vee$ ) сухо ( $\neg B$ ).

## Задача 5

Пользуясь правилом построения противоположного высказывания, написать утверждения, противоположные следующим:

1. На любом курсе каждого факультета есть студенты, сдающие все экзамены на «отлично».
2. В любом самолете на рейсе Вашингтон–Москва присутствует хотя бы один сотрудник силовых органов, в каждой пуговице одежды которого вмонтирован микрофон.

## Решение

1. Существует хотя бы один факультет, на котором найдётся курс без единого «отличника».
2. На рейсе Вашингтон–Москва найдется хотя бы один такой самолет, что каждый из присутствующих на нём сотрудников силовых органов будет иметь хотя бы одну пуговицу без микрофона.