

Урок 2
Теория множеств. Математическая логика
Практическое задание

Дмитрий Данилов
dmitry.s.danilov@gmail.com

10 января 2021 г.

Задача 1

Представить в виде несократимой рациональной дроби:

1. $0.(216)$

2. $1.0(01)$

Решение

1

$$x = 0.(216)$$

$$10^3 x = 10^3 0.(216)$$

$$10^3 x = 216.(216)$$

$$10^3 x = 216 + 0.(216)$$

$$10^3 x = 216 + x$$

$$999x = 216$$

$$x = \frac{216}{999} = \frac{24}{111}$$

2

$$x = 1.0(01)$$

$$10x = 10 1.0(01)$$

$$10x = 10.(01)$$

$$10x = 10 + 0.(01)$$

$$10x = 10 + y$$

$$x = \frac{10 + y}{10} = 1 + \frac{y}{10}$$

$$y = 0.(01)$$

$$10^2 y = 10^2 0.(01)$$

$$10^2 y = 1.(01)$$

$$10^2 y = 1 + 0.(01)$$

$$10^2 y = 1 + y$$

$$99y = 1$$

$$y = \frac{1}{99}$$

$$x = 1 + \frac{y}{10} = 1 + \frac{1}{990}$$

Ответ

1. $0.(216) = \frac{24}{111}$
2. $1.0(01) = 1 + \frac{1}{990}$

Файлы

- ./lesson_2/task/problem_1_1.pdf
- ./lesson_2/task/problem_1_2.pdf
- ./lesson_2/task/problem_1.ipynb

Задача 3

Проверить любым способ, являются ли данные логические формулы тавтологией:

1. $(A \vee B) \Rightarrow (B \vee \neg A)$
2. $A \Rightarrow (A \vee (\neg B \wedge A))$

Решение

1.1

$$\begin{aligned}(A \vee B) \Rightarrow (B \vee \neg A) &\Leftrightarrow \\(A \vee B) \Rightarrow (\neg A \vee B) &\Leftrightarrow \\ \neg(A \vee B) \vee (\neg A \vee B) &\Leftrightarrow \\ \neg(A \vee B) \vee \neg A \vee B &\Leftrightarrow \\ \neg((A \vee B) \wedge A) \vee B &\Leftrightarrow \\ \neg(A \wedge (A \vee B)) \vee B &\Leftrightarrow \\ (\neg A \vee B) &\Leftrightarrow \\ (A \Rightarrow B) &\Leftrightarrow\end{aligned}$$

$$(A \vee B) \Rightarrow (B \vee \neg A) \Leftrightarrow (A \Rightarrow B)$$

1.2

A	B	$A \vee B$	$\neg A$	$B \vee \neg A$	$(A \vee B) \Rightarrow (B \vee \neg A)$	$A \Rightarrow B$	$(A \vee B) \Rightarrow (B \vee \neg A) \Leftrightarrow (A \Rightarrow B)$
0	0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	1	0	0	0	0	1
1	1	1	0	1	1	1	1

2.1

$$A \Rightarrow (A \vee (\neg B \wedge A)) \Leftrightarrow$$

$$A \Rightarrow (A \vee (A \wedge \neg B)) \Leftrightarrow$$

$$A \Rightarrow A \Leftrightarrow$$

$$1$$

$$A \Rightarrow (A \vee (\neg B \wedge A)) \Leftrightarrow 1$$

2.2

A	B	$\neg B$	$\neg B \vee A$	$A \vee (\neg B \vee A)$	$A \Rightarrow (A \vee (\neg B \vee A))$	1	$A \Rightarrow (A \vee (\neg B \vee A)) \Leftrightarrow 1$
0	0	1	0	0	1	1	1
0	1	0	0	0	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1

Ответ

1. Высказывание $(A \vee B) \Rightarrow (B \vee \neg A)$ не является тавтологией, точнее $(A \vee B) \Rightarrow (B \vee \neg A) \Leftrightarrow (A \Rightarrow B)$
2. Высказывание $A \Rightarrow (A \vee (\neg B \wedge A))$ является тавтологией, то есть $A \Rightarrow (A \vee (\neg B \wedge A)) \Leftrightarrow 1$

Файлы

- ./lesson_2/task/problem_3_1.pdf
- ./lesson_2/task/problem_3_2.pdf

Задача 4

Пусть элементарные высказывания означают:

- A – сегодня светит солнце
- B – сегодня сыро
- C – я поеду на дачу

Тогда сформулировать составные высказывания:

1. $\neg A \vee B \Rightarrow \neg C$
2. $C \Rightarrow A \vee \neg B$

Решение

1

$$\neg A \vee B \Rightarrow \neg C$$

Если сегодня пасмурно ($\neg A$) или (\vee) сыро (B), то (\Rightarrow) я не поеду на дачу ($\neg C$).

2

$$C \Rightarrow A \vee \neg B$$

Я поеду на дачу (C), значит (\Rightarrow) сегодня ясно (A) или (\vee) сухо ($\neg B$).