

0.1

$$+ : V \times V \rightarrow V$$

$$\forall u, v \in V \quad \exists w \in V \quad w = u + v$$

Линейное (векторное)
пространство V -
над (скалярными)
элементами K

A.

1.

$$\forall u, v \in V \quad u + v = v + u$$

2.

$$\forall u, v, w \in V \quad (u + v) + w = u + (v + w)$$

3.

$$\exists 0 \in V \quad \forall u \in V \quad u + 0 = u$$

4.

$$\forall u \in V \quad \exists (-u) \in V \quad u + (-u) = 0$$

0.2

$$\bullet : K \times V \rightarrow V$$

$$\forall \lambda \in K \quad \forall u \in V \quad \exists v \in V \quad v = \lambda u$$

A.2

1.

$$1 \in K \quad \forall u \in V \quad 1 \cdot u = u$$

2.

$$\forall \lambda, \mu \in K \quad \forall u \in V \quad \lambda(\mu u) = (\lambda \mu)u$$

3.

$$\forall \lambda \in K \quad \forall u, v \in V \quad \lambda(u + v) = \lambda u + \lambda v$$

4.

$$\forall \lambda, \mu \in K \quad \forall u \in V \quad (\lambda + \mu)u = \lambda u + \mu u$$

$$(\cdot): V \times V \rightarrow K$$

$$\forall u, v \in V \exists \lambda \in K \quad \lambda = (u, v)$$

Евклидово
пространство V

1.
 $\forall u, v \in V \quad (u, v) = (v, u)$

2.
 $\forall \lambda \in K \quad \forall u, v \in V \quad (\lambda u, v) = \lambda (u, v)$

3.
 $\forall u, v, w \in V \quad (u+v, w) = (u, w) + (v, w)$

4.
 $\forall u \in V \quad (u, u) \geq 0 \wedge ((u, u) = 0 \Leftrightarrow u = 0)$

$$\| \cdot \|: V \rightarrow K$$

$$\forall u \in V \exists \lambda \in K \quad \lambda = \|u\|$$

Линейное нормированное
пространство V

1.
 $\forall u \in V \quad \|u\| \geq 0 \wedge (\|u\| = 0 \Leftrightarrow u = 0)$

2.
 $\forall \lambda \in K \quad \forall u \in V \quad \|\lambda u\| = |\lambda| \|u\|$

3.
 $\forall u, v \in V \quad \|u+v\| \leq \|u\| + \|v\|$

нормативно
пространство
(Минковского)

Любое Евклидово пространство E является нормированным, если

$$\forall u \in E \quad \|u\| = \sqrt{(u, u)}$$

или эквивалентно

$$\forall u, v \in E \quad |(u, v)| \leq \|u\| \|v\|$$

нормативно
Кочу-Буняковского