Дано:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \in M^{2\times 2}$$

Найти:

$\lambda \in M^{1\times 1}, x \in M^{2\times 1} \quad Ax = \lambda x$

Решение:

$Ax = \lambda x \Leftrightarrow (A - \lambda E)x = 0 \in M^{2\times 1}$

$$\det(A - \lambda E) = \det\begin{pmatrix} -1-\lambda & 0 \\ 0 & -1-\lambda \end{pmatrix} = (-1-\lambda)(-1-\lambda) - 0\cdot 0 =$$

$$= (-1-\lambda)^2 - 0 = (\lambda+1)^2$$

$\det(A - \lambda E) = 0 \Leftrightarrow (\lambda+1)^2 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \lambda + 1 = 0 \Leftrightarrow \lambda = -1$

$$A - \lambda E = \begin{pmatrix} -1-\lambda & 0 \\ 0 & -1-\lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -(\lambda+1) & 0 \\ 0 & -(\lambda+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0 \in M^{2\times 2}$$

$0 \in M^{2\times 2} \quad 0 \in M^{2\times 1}$

$\forall x \in M^{2\times 1} \quad 0x = 0$

$A - \lambda E = 0$

$\forall x \in M^{2\times 1} \quad A - \lambda E = 0$

$A - \lambda E = 0 \Leftrightarrow Ax = \lambda x$

$\forall x \in M^{2\times 1} \quad Ax = \lambda x$

Ответ:

$$\boxed{\exists \lambda = -1 \quad \forall x \in M^{2\times 1} \quad Ax = \lambda x}$$

то есть любой вектор является собственным для матрицы A