Дано:

$$A=\begin{pmatrix}0&3&0\\3&0&0\\0&0&3\end{pmatrix},\ x=\begin{pmatrix}3\\-3\\-4\end{pmatrix}$$

Найти:

$\lambda \quad Ax=\lambda x$

Решение:

$$Ax=\lambda x \Leftrightarrow (A-\lambda E)x=0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix}0-\lambda&3&0\\3&0-\lambda&0\\0&0&3-\lambda\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\-3\\-4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\begin{pmatrix}(0-\lambda)3+3\cdot(-3)+0\cdot(-4)\\3\cdot3+(0-\lambda)(-3)+0\cdot(-4)\\0\cdot3+0\cdot(-3)+(3-\lambda)(-4)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{pmatrix}(-3\lambda)+(-9)+0\\9+3\lambda+0\\0+0+(4\lambda-12)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\begin{pmatrix}-3\lambda-9\\3\lambda+9\\4\lambda-12\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}-3\lambda-9=0\\3\lambda+9=0\\4\lambda-12=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\lambda+3=0\\\lambda+3=0\\\lambda-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\lambda+3=0\\\lambda-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\lambda=-3\\\lambda=3\end{cases}\Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow \lambda\in\varnothing$

Ответ:

$\boxed{\nexists\ \lambda\in\varnothing \quad Ax=\lambda x}$

то есть вектор x
не является собственным
для матрицы A