Дано:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Найти:

$\lambda \qquad AX = \lambda X$

Решение:

$$AX = \lambda X \Leftrightarrow (A - \lambda E)X = 0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1-\lambda & 1 \\ -1 & 3-\lambda \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} (1-\lambda)\cdot 1 + 1\cdot 1 \\ (-1)\cdot 1 + (3-\lambda)\cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} (-\lambda+1) + 1 \\ (-1) + (-\lambda+3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} -\lambda+2 \\ -\lambda+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\lambda+2 = 0 \\ -\lambda+2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\lambda+2 = 0 \Leftrightarrow \lambda = 2$$

$\exists\, \lambda = 2 \quad AX = \lambda X$

Проверка:

$$AX = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\cdot 1 + 1\cdot 1 \\ (-1)\cdot 1 + 3\cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+1 \\ -1+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \lambda X$$

Ответ:

$\boxed{\exists\, \lambda = 2 \quad AX = \lambda X}$

то есть вектор X
является собственным
для матрицы A