

Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Matrix:

$$A A^T$$

$$A^T A$$

Persever:

$$A^T = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A A^T = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 4 \cdot 4 + 1 \cdot 1 & 4 \cdot 5 + 1 \cdot (-2) & 4 \cdot 2 + 1 \cdot 3 \\ 5 \cdot 4 + (-2) \cdot 1 & 5 \cdot 5 + (-2) \cdot (-2) & 5 \cdot 2 + (-2) \cdot 3 \\ 2 \cdot 4 + 3 \cdot 1 & 2 \cdot 5 + 3 \cdot (-2) & 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 16 + 1 & 20 + (-2) & 8 + 3 \\ 20 + (-2) & 25 + 4 & 10 + (-6) \\ 8 + 3 & 10 + (-6) & 4 + 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & 18 & 11 \\ 18 & 25 & 4 \\ 11 & 4 & 13 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 A^T A &= \begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \\
 &= \begin{pmatrix} 4 \cdot 4 + 5 \cdot 5 + 2 \cdot 2 & 4 \cdot 1 + 5 \cdot (-2) + 2 \cdot 3 \\ 1 \cdot 4 + (-2) \cdot 5 + 3 \cdot 2 & 1 \cdot 1 + (-2) \cdot (-2) + 3 \cdot 3 \end{pmatrix} = \\
 &= \begin{pmatrix} 16 + 25 + 4 & 4 + (-10) + 6 \\ 4 + (-10) + 6 & 1 + 4 + 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 45 & 0 \\ 0 & 14 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Outlook:

$$\boxed{
 \begin{aligned}
 A A^T &= \begin{pmatrix} 17 & 18 & 11 \\ 18 & 29 & 4 \\ 11 & 4 & 13 \end{pmatrix} \\
 A^T A &= \begin{pmatrix} 45 & 0 \\ 0 & 14 \end{pmatrix}
 \end{aligned}
 }$$