Дано:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 8 & 11 & 14 \\ 3 & 9 & 14 & 20 & 26 \\ 5 & 14 & 22 & 31 & 40 \end{pmatrix}$$

Найти:

ранк A

Решение:

$$\text{ранк} A = \text{ранк} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 8 & 11 & 14 \\ 3 & 9 & 14 & 20 & 26 \\ 5 & 14 & 22 & 31 & 40 \end{pmatrix} = \text{ранк} \begin{pmatrix} a_{1\cdot} \\ a_{2\cdot} \\ a_{3\cdot} \\ a_{4\cdot} \end{pmatrix} = (1)$$

$$a_{2\cdot} + a_{3\cdot} =$$

$$= (2\ 5\ 8\ 11\ 14) +$$

$$+ (3\ 9\ 14\ 20\ 26) =$$

$$= (2+3\quad 5+9\quad 8+14\quad 11+20\quad 14+26) =$$

$$= (5\ 14\ 22\ 31\ 40) =$$

$$= a_{4\cdot}$$

$$(1) = \text{ранк} \begin{pmatrix} a_{1\cdot} \\ a_{2\cdot} \\ a_{3\cdot} \\ a_{4\cdot} \end{pmatrix} = \text{ранк} \begin{pmatrix} a_{1\cdot} \\ a_{2\cdot} \\ a_{3\cdot} \\ a_{2\cdot} + a_{3\cdot} \end{pmatrix} = \text{ранк} \begin{pmatrix} a_{1\cdot} \\ a_{2\cdot} \\ a_{3\cdot} \end{pmatrix} =$$

$$= \text{ранк} \begin{pmatrix} a_{1\cdot} \\ a_{2\cdot} - 2a_{1\cdot} \\ a_{3\cdot} - 3a_{1\cdot} \end{pmatrix} = (2)$$

$a_{2\cdot} - 2a_{1\cdot} =$

$= (2\ 5\ 8\ 11\ 14) -$

$-2(1\ 2\ 3\ 4\ 5) =$

$= (2\ 5\ 8\ 11\ 14) -$

$-(2\ 4\ 6\ 8\ 10) =$

$= (2-2\ \ 5-4\ \ 8-6\ \ 11-8\ \ 14-10) =$

$= (0\ 1\ 2\ 3\ 4)$

$a_{3\cdot} - 3a_{1\cdot} =$

$= (3\ 9\ 14\ 20\ 26) -$

$-3(1\ 2\ 3\ 4\ 5) =$

$= (3\ 9\ 14\ 20\ 26) -$

$-(3\ 6\ 9\ 12\ 15) =$

$= (3-3\ \ 9-6\ \ 14-9\ \ 20-12\ \ 26-15) =$

$= (0\ 3\ 5\ 8\ 11)$

$$(2) = \text{ZOHK}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 3 & 5 & 8 & 11 \end{pmatrix} - \text{ZOHK}\begin{pmatrix} a_{1\cdot} \\ a_{2\cdot} \\ a_{3\cdot} \end{pmatrix} =$$

$$= \text{ZOHK}\begin{pmatrix} a_{1\cdot} \\ a_{2\cdot} \\ a_{3\cdot} - 3a_{2\cdot} \end{pmatrix} = (3)$$

$a_{3\cdot} - 3a_{2\cdot} =$

$= (0\ 3\ 5\ 8\ 11) -$

$-3(0\ 1\ 2\ 3\ 4) =$

$= (0\ 3\ 5\ 8\ 11) -$

$-(0\ 3\ 6\ 9\ 12) =$

$= (0-0 \quad 3-3 \quad 5-6 \quad 8-9 \quad 9-11) =$

$= (0\ 0\ -1\ -1\ -1)$

$$(3) = \operatorname{rank}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} = \operatorname{rank}(a_{\cdot 1}\ a_{\cdot 2}\ a_{\cdot 3}\ a_{\cdot 4}\ a_{\cdot 5}) =$$

$$= \operatorname{rank}(a_{\cdot 1}\ a_{\cdot 2}\ a_{\cdot 3}) = \operatorname{rank}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = 3$$

Ответ:

$\operatorname{rank} A = 3$