

0.1 $+: V \times V \rightarrow V$

$\forall u, v \in V \quad \exists w \in V \quad w = u + v$

Линейное (бесконечное)
пространство V
наг (сингапурский)
надел K

1.

$\forall u, v \in V \quad u + v = v + u$

2.

$\forall u, v, w \in V \quad (u + v) + w = u + (v + w)$

3.

$\exists 0 \in V \quad \forall u \in V \quad u + 0 = u$

4.

$\forall u \in V \quad \exists (-u) \in V \quad u + (-u) = 0$

0.2

$\cdot: K \times V \rightarrow V$

$\forall \lambda \in K \quad \forall u \in V \quad \exists v \in V \quad v = \lambda u$

1.

$\lambda \in K \quad \forall u \in V \quad 1 \cdot u = u$

2.

$\forall \lambda, \mu \in K \quad \forall u \in V \quad \lambda(\mu u) = (\lambda \mu)u$

3.

$\forall \lambda \in K \quad \forall u, v \in V \quad \lambda(u + v) = \lambda u + \lambda v$

4.

$\forall \lambda, \mu \in K \quad \forall u \in V \quad (\lambda + \mu)u = \lambda u + \mu u$

(): $V \times V \rightarrow K$

$\forall u, v \in V \quad \exists \lambda \in K \quad \lambda = (u, v)$

Евклидово
нормированное V

1.

$\forall u, v \in V \quad (u, v) = (v, u)$

2.

$\forall \lambda \in K \quad \forall u, v \in V \quad (\lambda u, v) = \lambda (u, v)$

3.

$\forall u, v, w \in V \quad (u + v, w) = (u, w) + (v, w)$

4.

$\forall u \in V \quad (u, u) \geq 0 \quad \wedge \quad ((u, u) = 0 \Leftrightarrow u = 0)$

натуральное нормированное
нормированное V

$\| \cdot \|: V \rightarrow K$

$\forall u \in V \quad \exists \lambda \in K \quad \lambda = \| u \|$

1.

$\forall u \in V \quad \| u \| \geq 0 \quad \wedge \quad (\| u \| = 0 \Leftrightarrow u = 0)$

2.

$\forall \lambda \in K \quad \forall u \in V \quad \| \lambda u \| = |\lambda| \| u \|$

3.

$\forall u, v \in V \quad \| u + v \| \leq \| u \| + \| v \|$

некоторое
нормированное
(Минковского)

T.1

Натуральное Евклидово нормированное E является нормированным, т.е.

$\forall u \in E \quad \| u \| = \sqrt{(u, u)}$

натуральное

$\forall u, v \in E \quad |(u, v)| \leq \| u \| \| v \|$

некоторое
Коши-Буняковского