Дано:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in R^{2\times2}$$

Найти:

$\lambda \in R \quad X \in R^{2\times1} \qquad AX = \lambda X$

Решение:

$$\det(A-\lambda E) = \det\begin{pmatrix} 1-\lambda & 1 \\ 0 & 1-\lambda \end{pmatrix} =$$

$$= (1-\lambda)(1-\lambda) - 1\cdot 0 = (1-\lambda)^2$$

$$\det(A-\lambda E) = 0 \Leftrightarrow (1-\lambda)^2 = 0 \Leftrightarrow \lambda = 1$$

$$AX = \lambda X \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = 1\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1\cdot x_1 + 1 x_2 = 1 x_1 \\ 0\cdot x_1 + 1\cdot x_2 = 1\cdot x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = x_1 \\ x_2 = x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = 0 \\ x_2 = x_2 \end{cases} \Leftrightarrow x_2 = 0$$

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Проверка:

$$AX = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\cdot1 + 1\cdot0 \\ 0\cdot1 + 1\cdot0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+0 \\ 0+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = X = 1\cdot X = \lambda X$$

Ответ:

$$\boxed{\begin{array}{l} \lambda = 1 \\ X = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \end{array}}$$