

Дано:

Множество многочленов $L = \{P_2(x) \mid x \in \mathbb{R}\}$ над полем \mathbb{R}

$$u = 3x^2 - 2x + 2 \in L$$

$$\text{1) } b_1 = 1, b_2 = x, b_3 = x^2 \in L$$

$$\text{2) } b_1 = x^2, b_2 = x-1, b_3 = 1 \in L$$

Найти:

$$u = (\xi_1, \xi_2, \xi_3) \text{ в базисе } b_1, b_2, b_3$$

Решение:

1)

$$\begin{aligned} u &= \xi_1 b_1 + \xi_2 b_2 + \xi_3 b_3 = \\ &= \xi_1 \cdot 1 + \xi_2 x + \xi_3 x^2 = \\ &= \xi_3 x^2 + \xi_2 x + \xi_1 \end{aligned}$$

$$u = 3x^2 - 2x + 2$$

$$\begin{cases} \xi_3 = 3 \\ \xi_2 = -2 \\ \xi_1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \xi_1 = 2 \\ \xi_2 = -2 \\ \xi_3 = 3 \end{cases}$$

$$X = (2, -2, 3) \text{ в базисе } b_1, b_2, b_3$$

2)

$$\begin{aligned} u &= \xi_1 b_1 + \xi_2 b_2 + \xi_3 b_3 = \\ &= \xi_1 x^2 + \xi_2 (x-1) + \xi_3 \cdot 1 = \\ &= \xi_1 x^2 + \xi_2 x + (\xi_3 - \xi_2) \end{aligned}$$

$$u = 3x^2 - 2x + 2$$

$$\begin{cases} \xi_1 = 3 \\ \xi_2 = -2 \\ \xi_3 - \xi_2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \xi_1 = 3 \\ \xi_2 = -2 \\ \xi_3 = \xi_2 + 2 = -2 + 2 = 0 \end{cases}$$

$$X = (3, -2, 0) \text{ в базисе } b_1, b_2, b_3$$