2

Решение:

	n	m	k	S
1	8	5	2	3
2	12	5	4	

n – шаров в ящике
m – белых шаров в ящике
k – взято шаров из ящика
s – всего взято белых шаров

1. общее

$$P = \sum C_{m_1}^{i_1} C_{n_1-m_1}^{k_1-i_1} C_{m_2}^{i_2} C_{n_2-m_2}^{k_2-i_2} \left(C_{n_1}^{k_1} C_{n_2}^{k_2}\right)^{-1}$$

$$i_1 + i_2 = S \Leftrightarrow i_2 = S - i_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k_2 - i_2 = k_2 - (S - i_1) = k_2 - S + i_1 = i_1 + k_2 - S$$

$$P = \sum_i C_{m_1}^{i} C_{n_1-m_1}^{k_1-i} C_{m_2}^{S-i} C_{n_2-m_2}^{i+k_2-S} \left(C_{n_1}^{k_1} C_{n_2}^{k_2}\right)^{-1}$$

$$C_{m_1}^{i} \Rightarrow 0 \le i \le m_1$$

$$C_{n_1-m_1}^{k_1-i} \Rightarrow 0 \le k_1 - i \le n_1 - m_1 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \le k_1 - i \\ k_1 - i \le n_1 - m_1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} i \le k_1 \\ k_1 - n_1 + m_1 \le i \end{cases} \Leftrightarrow m_1 + k_1 - n_1 \le i \le k_1$$

$$C_{m_2}^{S-i} \Rightarrow 0 \le S - i \le m_2 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \le S - i \\ S - i \le m_2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} i \le S \\ S - m_2 \le i \end{cases} \Leftrightarrow S - m_2 \le i \le S$$

$$C_{n_2-m_2}^{i+k_2-S} \Rightarrow 0 \le i + k_2 - S \le n_2 - m_2 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \le i + k_2 - S \\ i + k_2 - S \le n_2 - m_2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -k_2 + S \le i \\ i \le -k_2 + S + n_2 - m_2 \end{cases} \Leftrightarrow S - k_2 \le i \le n_2 + S - m_2 - k_2$$

$$\begin{cases} 0 \le i \le m_1 \\ m_1 + k_1 - n_1 \le i \le k_1 \\ s - m_2 \le i \le s \\ s - k_2 < i \le n_2 + s - m_2 - k_2 \end{cases} \overset{(1)}{\Longleftrightarrow}$$

$$z_1 := \max(0,\ m_1 + k_1 - n_1,\ s - m_2,\ s - k_2)$$

$$z_2 := \min(m_1,\ k_1,\ s,\ n_2 + s - m_2 - k_2)$$

$$\overset{(1)}{\Longleftrightarrow}\quad z_1 \le i \le z_2$$

$$p = \sum_{i=z_1}^{z_2} C_{m_1}^{i}\, C_{n_1-m_1}^{k_1-i}\, C_{m_2}^{s-i}\, C_{n_2-m_2}^{i+k_2-s} \left(C_{n_1}^{k_1} C_{n_2}^{k_2}\right)^{-1}$$

<u>2. частное</u>

$$z_1 = \max(0,\ 5+2-8,\ 3-5,\ 3-4) =$$

$$= \max(0, -1, -2, -1) = 0$$

$$z_2 = \min(5,\ 2,\ 3,\ 12+3-5-4) =$$

$$= \min(5, 2, 3, 6) = 2$$

$$C_{m_1}^{i} = C_5^{i}$$

$$C_{n_1-m_1}^{k_1-i} = C_{8-5}^{2-i} = C_3^{2-i}$$

$$C_{m_2}^{s-i} = C_5^{3-i}$$

$$C_{n_2-m_2}^{i+k_2-s} = C_{12-5}^{i+4-3} = C_7^{i+1}$$

$$C_{n_1}^{k_1} = C_8^{2}$$

$$C_{n_2}^{k_2} = C_{12}^{4}$$

$$p = \sum_{i=0}^{2} C_5^i C_3^{2-i} C_5^{3-i} C_7^{i+1} \left(C_8^2 C_{12}^4\right)^{-1} =$$

$$= \left(C_5^0 C_3^{2-0} C_5^{3-0} C_7^{0+1} + C_5^1 C_3^{2-1} C_5^{3-1} C_7^{1+1} + C_5^2 C_3^{2-2} C_5^{3-2} C_7^{2+1}\right)\left(C_8^2 C_{12}^4\right)^{-1} =$$

$$= \left(C_5^0 C_3^2 C_5^3 C_7^1 + C_5^1 C_3^1 C_5^2 C_7^2 + C_5^2 C_3^0 C_5^1 C_7^3\right)\left(C_8^2 C_{12}^4\right)^{-1} =$$

$$= \left(C_3^2 C_5^3 C_7^1 + C_5^1 C_3^1 C_5^2 C_7^2 + C_5^2 C_5^1 C_7^3\right)\left(C_8^2 C_{12}^4\right)^{-1} =$$

$$= \left(C_3^2 C_5^3 \cdot 7 + 5 \cdot 3 \cdot C_5^2 C_7^2 + C_5^2\, 5\, C_7^3\right)\left(C_8^2 C_{12}^4\right)^{-1} =$$

$$= \left(7 C_3^2 C_5^3 + 15 C_5^8 C_7^2 + 5 C_5^2 C_7^3\right)\left(C_8^2 C_{12}^4\right)^{-1}$$

Ответ:

Общее решение:

$$z_1 = \max\left(0, m_1 + k_1 - n_1, s - m_2, s - k_2\right)$$

$$z_2 = \min\left(m_1, k_1, s, n_2 + s - m_2 - k_2\right)$$

$$p = \sum_{i=z_1}^{z_2} C_{m_1}^{i} C_{n_1-m_1}^{k_1-i} C_{m_2}^{s-i} C_{n_2-m_2}^{i+k_2-s} \left(C_{n_1}^{k_1} C_{n_2}^{k_2}\right)^{-1}$$

Частное решение:

$$p = \sum_{i=0}^{2} C_5^i C_3^{2-i} C_5^{3-i} C_7^{i+1} \left(C_8^2 C_{12}^4\right)^{-1} =$$

$$= \left(7 C_3^2 C_5^3 + 15 C_5^8 C_7^2 + 5 C_5^2 C_7^3\right)\left(C_8^2 C_{12}^4\right)^{-1}$$