3

Дано:

$P(A|B_1) = 0.9$; $P(A|B_2) = 0.8$; $P(A|B_3) = 0.6$

$P(B_1) = P(B_2) = P(B_3)$

Найти:

$P(B_i|A) \quad i = \overline{1,3}$

Решение:

$$i = \overline{1,3} \quad P(B_i|A) = \frac{P(B_i)\,P(A|B_i)}{P(A)}$$

$P(B_1) = P(B_2) = P(B_3)$

$\sum_{i=1}^{3} P(B_i) = 1$

$\sum_{i=1}^{3} P(B_i) = P(B_1) + P(B_2) + P(B_3) =$

$= P(B_1) + P(B_1) - P(B_1) = 3P(B_1)$

$3P(B_1) = 1 \Leftrightarrow P(B_1) = \frac{1}{3}$

$P(B_1) = P(B_2) = P(B_3) = \frac{1}{3}$

$$P(A) = \sum_{i=1}^{3} P(B_i)\,P(A|B_i) =$$

$$= \sum_{i=1}^{1,3} \frac{1}{3} P(A|B_i) = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^{3} P(A|B_i)$$

$$i = \overline{1,3} \quad P(B_i|A) = \frac{P(B_i)\,P(A|B_i)}{P(A)} =$$

$$= \frac{\frac{1}{3} P(A|B_i)}{\frac{1}{3} \sum_{i=1}^{3} P(A|B_i)} = \frac{P(A|B_i)}{\sum_{i=1}^{3} P(A|B_i)}$$

$$\sum_{i=1}^{3} P(A|B_i) = P(A|B_1) + P(A|B_2) + P(A|B_3) =$$

$$= 0.9 + 0.8 + 0.6 = 2.3$$

$$P(B_1|A) = \frac{P(A|B_1)}{\sum_{i=1}^{3} P(A|B_i)} = \frac{0.9}{2.3} = \frac{9}{23}$$

$$P(B_2|A) = \frac{P(A|B_2)}{\sum_{i=1}^{3} P(A|B_i)} = \frac{0.8}{2.3} = \frac{8}{23}$$

$$P(B_3|A) = \frac{P(A|B_3)}{\sum_{i=1}^{3} P(A|B_i)} = \frac{0.6}{2.3} = \frac{6}{23}$$

Проверка:

$$i=\overline{1,3} \quad P(B_i|A) = \frac{P(A|B_i)}{\sum_{i=1}^{3} P(A|B_i)}$$

$$\sum_{i=1}^{3} P(B_i|A) = \sum_{i=1}^{3} \frac{P(A|B_i)}{\sum_{i=1}^{3} P(A|B_i)} = \frac{\sum_{i=1}^{3} P(A|B_i)}{\sum_{i=1}^{3} P(A|B_i)} = 1$$

$$\sum_{i=1}^{3} P(B_i|A) = P(B_1|A) + P(B_2|A) + P(B_3|A) =$$

$$= \frac{9}{23} + \frac{8}{23} + \frac{6}{23} = \frac{9+8+6}{23} = \frac{23}{23} = 1$$

Ответ:

$$i=\overline{1,3} \quad P(B_i|A) = \frac{P(A|B_i)}{\sum_{i=1}^{3} P(A|B_i)}$$

$$P(B_1|A) = \frac{9}{23}$$

$$P(B_2|A) = \frac{8}{23}$$

$$P(B_3|A) = \frac{6}{23}$$

Примечание:

A – попадание в мишень;

B_i – произведение выстрела i-м спортсменом;

$A|B_i$ – попадание в мишень при выстреле i-го спортсмена;

$B_i|A$ – при попадании в мишень выстрел произведен i-м спортсменом;