1. УМНОЖЕНИЕ КОМПЛЕКСНЫХ

$z_1 z_2 = (x_1 + iy_1)(x_2 + iy_2) =$

$= x_1 x_2 + x_1(iy_2) + (iy_1)x_2 + (iy_1)(iy_2) = x_1x_2 + i x_1 y_2 + i y_1 x_2 + i^2 y_1 y_2 =$

$= x_1x_2 - y_1y_2 + i(x_1y_2 + y_1x_2)$

2. УМНОЖЕНИЕ НА СОПРЯЖЁННОЕ ДРУГОГО

$z_1\bar{z}_2 = (x_1 + iy_1)\overline{(x_2 + iy_2)} = (x_1 + iy_1)(x_2 - iy_2) =$

$= x_1x_2 + x_1(-iy_2) + (iy_1)x_2 + (iy_1)(-iy_2) = x_1x_2 - i x_1y_2 + i y_1x_2 - i^2 y_1y_2 =$

$= x_1x_2 + y_1y_2 + i(-x_1y_2 + y_1x_2)$

$\bar{z}_1 z_2 = (x_1 + iy_1)(x_2 + iy_2) = (x_1 + iy_1)(x_2 - iy_2) =$

$= (x_1 + iy_1)(x_2 + i(-y_2)) =$ }

$(x_1 + iy_1)(x_2 + iy_2) = x_1x_2 - y_1y_2 + i(x_1y_2 + y_1x_2)$

$\} = x_1x_2 - y_1(-y_2) + i(x_1(-y_2) + y_1x_2) = x_1x_2 + y_1y_2 + i(-x_1y_2 + y_1x_2)$

3. КВАДРАТ КОМПЛЕКСНОГО

$z^2 = (x+iy)^2 =$

$= x^2 + 2x(iy) + (iy)^2 = x^2 + i2xy + i^2y^2 =$

$= x^2 - y^2 + i2xy$

$z^2 = (x+iy)^2 = (x+iy)(x+iy) =$ }

$(x_1 + iy_1)(x_2 + iy_2) = x_1x_2 - y_1y_2 + i(x_1y_2 + y_1x_2)$

$\} = xx - yy + i(xy + yx) = x^2 - y^2 + i2xy$

4. Умножение на сопряженное

$z\bar{z} = (x+iy)\overline{(x+iy)} = (x+iy)(x-iy) =$

$= xx + x(-iy) + (y)x + (y)(-iy) = x^2 - \cancel{ixy} + \cancel{ixy} - i^2y^2 =$

$= x^2+y^2 = |z|^2$

$z\bar{z} = (x+iy)\overline{(x+iy)} = (x+iy)(x-iy) =$

$= (x+iy)(x+i(-y)) =$ }

$(x_1+iy_1)(x_2+iy_2) = x_1x_2 - y_1y_2 + i(x_1y_2 + y_1x_2)$

$= xx - y(-y) + i(x(-y) + yx) = x^2+y^2+i(-xy+xy) =$

$= x^2+y^2$

5. Вывод

$(x_1+iy_1)(x_2+iy_2) = x_1x_2 - y_1y_2 + i(x_1y_2 + y_1x_2)$

$(x_1+iy_1)\overline{(x_2+iy_2)} = x_1x_2 + y_1y_2 + i(-x_1y_2 + y_1x_2)$

$(x+iy)^2 = x^2 - y^2 + i2xy$

$(x+iy)\overline{(x+iy)} = x^2+y^2$

ПОЛЕЗНО ЗАПОМНИТЬ