Д-ть:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & a_1x + b_1y + c_1 \\ a_2 & b_2 & a_2x + b_2y + c_2 \\ a_3 & b_3 & a_3x + b_3y + c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

Д-во:

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{\cdot 1} & a_{\cdot 2} & a_{\cdot 3} \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & a_1x + b_1y + c_1 \\ a_2 & b_2 & a_2x + b_2y + c_2 \\ a_3 & b_3 & a_3x + b_3y + c_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{\cdot 1} & b_{\cdot 2} & b_{\cdot 3} \end{pmatrix}$$

$$b_{\cdot 1} = a_{\cdot 1} \ ; \quad b_{\cdot 2} = a_{\cdot 2}$$

$$b_{\cdot 3} = \begin{pmatrix} a_1x + b_1y + c_1 \\ a_2x + b_2y + c_2 \\ a_3x + b_3y + c_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1x \\ a_2x \\ a_3x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1y \\ b_2y \\ b_3y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} = x\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} + y\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} =$$

$$= x a_{\cdot 1} + y a_{\cdot 2} + a_{\cdot 3} = a_{\cdot 3} + (x a_{\cdot 1} + y a_{\cdot 2})$$

$$\det B = \det \begin{pmatrix} b_{\cdot 1} & b_{\cdot 2} & b_{\cdot 3} \end{pmatrix} =$$

$$= \det\begin{pmatrix} a_{\cdot 1} & a_{\cdot 2} & a_{\cdot 3} + (x a_{\cdot 1} + y a_{\cdot 2}) \end{pmatrix} = \det\begin{pmatrix} a_{\cdot 1} & a_{\cdot 2} & a_{\cdot 3} \end{pmatrix} = \det A$$

$$\det B = \det A$$

–III — ещё раз

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & a_1x+b_1y+c_1 \\ a_2 & b_2 & a_2x+b_2y+c_2 \\ a_3 & b_3 & a_3x+b_3y+c_3 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & a_1x \\ a_2 & b_2 & a_2x \\ a_3 & b_3 & a_3x \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & b_1y \\ a_2 & b_2 & b_2y \\ a_3 & b_3 & b_3y \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} =$$

$$= x\underbrace{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & a_1 \\ a_2 & b_2 & a_2 \\ a_3 & b_3 & a_3 \end{vmatrix}}_{(\cdot 1)=(\cdot 3)} + y\underbrace{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 & b_3 \end{vmatrix}}_{(\cdot 2)=(\cdot 3)} + \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} =$$

$$= x\cdot 0 + y\cdot 0 + \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

Д-ть:

$$\begin{vmatrix} a_1+b_1x & a_1-b_1x & c_1 \\ a_2+b_2x & a_2-b_2x & c_2 \\ a_3+b_3x & a_3-b_3x & c_3 \end{vmatrix} = -2x \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

Д-во:

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{\cdot 1} & a_{\cdot 2} & a_{\cdot 3} \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} a_1+b_1x & a_1-b_1x & c_1 \\ a_2+b_2x & a_2-b_2x & c_2 \\ a_3+b_3x & a_3-b_3x & c_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{\cdot 1} & b_{\cdot 2} & b_{\cdot 3} \end{pmatrix}$$

$$b_{\cdot 1} = \begin{pmatrix} a_1+b_1x \\ a_2+b_2x \\ a_3+b_3x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1x \\ b_2x \\ b_3x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} + x \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = a_{\cdot 1} + x a_{\cdot 2}$$

$$b_{\cdot 2} = \begin{pmatrix} a_1-b_1x \\ a_2-b_2x \\ a_3-b_3x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -b_1x \\ -b_2x \\ -b_3x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} + (-x) \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = a_{\cdot 1} - x a_{\cdot 2}$$

$$b_{\cdot 3} = a_{\cdot 3}$$

$$\det B = \det \begin{pmatrix} b_{\cdot 1} & b_{\cdot 2} & b_{\cdot 3} \end{pmatrix} = \det \begin{pmatrix} a_{\cdot 1} + x a_{\cdot 2} & a_{\cdot 1} - x a_{\cdot 2} & a_{\cdot 3} \end{pmatrix} =$$

$$= \det \begin{pmatrix} a_{\cdot 1} & a_{\cdot 1} - x a_{\cdot 2} & a_{\cdot 3} \end{pmatrix} + \det \begin{pmatrix} x a_{\cdot 2} & a_{\cdot 1} - x a_{\cdot 2} & a_{\cdot 3} \end{pmatrix} =$$

$$= \det \begin{pmatrix} a_{\cdot 1} & a_{\cdot 1} & a_{\cdot 3} \end{pmatrix} + \det \begin{pmatrix} a_{\cdot 1} & (-x a_{\cdot 2}) & a_{\cdot 3} \end{pmatrix} +$$

$$+ \det \begin{pmatrix} x a_{\cdot 2} & a_{\cdot 1} & a_{\cdot 3} \end{pmatrix} + \det \begin{pmatrix} x a_{\cdot 2} & (-x a_{\cdot 2}) & a_{\cdot 3} \end{pmatrix} =$$

$$= \det(a_{\cdot 1}\ a_{\cdot 1}\ a_{\cdot 3}) + (-x)\det(a_{\cdot 1}\ a_{\cdot 2}\ a_{\cdot 3}) +$$

$$+\ x \det(a_{\cdot 2}\ a_{\cdot 1}\ a_{\cdot 3}) + x(-x)\det(a_{\cdot 2}\ a_{\cdot 2}\ a_{\cdot 3}) = \{$$

$$\det(a_{\cdot 1}\ a_{\cdot 1}\ a_{\cdot 3}) = 0$$

$$\det(a_{\cdot 2}\ a_{\cdot 1}\ a_{\cdot 3}) = (-1)\det(a_{\cdot 1}\ a_{\cdot 2}\ a_{\cdot 3})$$

$$\det(a_{\cdot 2}\ a_{\cdot 2}\ a_{\cdot 3}) = 0$$

$$\} = (-x)\det(a_{\cdot 1}\ a_{\cdot 2}\ a_{\cdot 3}) + x(-1)\det(a_{\cdot 1}\ a_{\cdot 2}\ a_{\cdot 3}) =$$

$$= -2x \det(a_{\cdot 1}\ a_{\cdot 2}\ a_{\cdot 3}) = -2x \det A$$

$$\det B = -2x \det A$$

−112 − ещё раз

$$\begin{vmatrix} a_1+b_1x & a_1-b_1x & c_1 \\ a_2+b_2x & a_2-b_2x & c_2 \\ a_3+b_3x & a_3-b_3x & c_3 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} a_1 & a_1 & c_1 \\ a_2 & a_2 & c_2 \\ a_3 & a_3 & c_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b_1x & a_1 & c_1 \\ b_2x & a_2 & c_2 \\ b_3x & a_3 & c_3 \end{vmatrix} +$$

$$+ \begin{vmatrix} a_1 & -b_1x & c_1 \\ a_2 & -b_2x & c_2 \\ a_3 & -b_3x & c_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b_1x & -b_1x & c_1 \\ b_2x & -b_2x & c_2 \\ b_3x & -b_3x & c_3 \end{vmatrix} =$$

$$= \underset{(\cdot1)=(\cdot2)}{\begin{vmatrix} a_1 & a_1 & c_1 \\ a_2 & a_2 & c_2 \\ a_3 & a_3 & c_3 \end{vmatrix}} + x \begin{vmatrix} b_1 & a_1 & c_1 \\ b_2 & a_2 & c_2 \\ b_3 & a_3 & c_3 \end{vmatrix} +$$

$$+ (-x) \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} + x(-x) \overset{(\cdot1)=(\cdot2)}{\begin{vmatrix} b_1 & b_1 & c_1 \\ b_2 & b_2 & c_2 \\ b_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}} =$$

$$= 0 + x(-1) \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} + (-x) \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} + x(-x)0 =$$

$$= -2x \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$