

# Лабораторная работа №8

Выполнил студент Абушек Дмитрий Олегович

1032203018

## Цель лабораторной работы

- Изучить и построить модель конкуренции двух фирм

## Теоретическое введение

Для построения модели конкуренции хотя бы двух фирм необходимо рассмотреть модель одной фирмы. Вначале рассмотрим модель фирмы, производящей продукт долговременного пользования, когда цена его определяется балансом спроса и предложения. Примем, что этот продукт занимает определенную нишу рынка и конкуренты в ней отсутствуют.

## Теоретическое введение

Обозначим:

$N$  - число потребителей производимого продукта.

$SS$  – доходы потребителей данного продукта. Считаем, что доходы всех потребителей одинаковы. Это предположение справедливо, если речь идет об одной рыночной нише, т.е. производимый продукт ориентирован на определенный слой населения.

$M$  – оборотные средства предприятия

$\tau$  - длительность производственного цикла

$p$  - рыночная цена товара

$\tilde{p}$  - себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции

$\Delta$  - доля оборотных средств, идущая на покрытие переменных издержек

$k$  - постоянные издержки, которые не зависят от количества выпускаемой продукции

$Q(S/p)$  – функция спроса, зависящая от отношения дохода  $SS$  к цене  $p$ . Она равна количеству продукта, потребляемого одним потребителем в единицу времени.

## Теоретическое введение. Построение математической модели (1)

Функцию спроса товаров долговременного использования часто представляют в простейшей форме:

$$Q = q - k \frac{p}{p_{cr}} = q(1 - \frac{p}{p_{cr}})$$

где  $q$  – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени. Эта функция падает с ростом цены и при  $p = p_{cr}$  (критическая стоимость продукта) потребители отказываются от приобретения товара. Величина  $p_{cr} = Sq/k$ . Параметр  $k$  – мера эластичности функции спроса по цене. Таким образом, функция спроса является пороговой (то есть,  $Q(S/p) = 0$  при  $p \geq p_{cr}$ ) и обладает свойствами насыщения.

## Теоретическое введение. Построение математической модели (2)

Уравнения динамики оборотных средств приобретает (1):

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M \Delta}{\tau} + Nqp - k = -\frac{M \Delta}{\tau} + Nq(1 - \frac{p}{p_{cr}})p - k$$

### Теоретическое введение. Построение математической модели (3)

Уравнения динамики оборотных средств приобретает (2):

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M \Delta}{\tau}(\frac{p}{p_{cr}}-1) - M^2 (\frac{\Delta}{\tau \widetilde{p}})^2 \frac{p_{cr}}{Nq} - k$$

### Теоретическое введение. Построение математической модели (4)

В обсуждаемой модели параметр  $\Delta$  всюду входит в сочетании с  $\tau$ . Это значит, что уменьшение доли оборотных средств, вкладываемых в производство, эквивалентно удлинению производственного цикла. Поэтому мы в дальнейшем положим:  $\Delta = 1$ , а параметр  $\tau$  будем считать временем цикла, с учётом сказанного.

### Задание лабораторной работы. Вариант 1

Случай 1

Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{dM_1}{d\Theta} = M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\Theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2$$

где

$$a_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \widetilde{p}_1^2 Nq} \quad a_2 = \frac{p_{cr}}{\tau_2^2 \widetilde{p}_2^2 Nq} \\ b = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \widetilde{p}_1^2 \tau_2^2 \widetilde{p}_2^2 Nq} \quad c_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1 \widetilde{p}_1} \\ c_2 = \frac{p_{cr}}{\tau_2 \widetilde{p}_2}$$

также введена нормировка  $t = c_1 \Theta$

### Задание лабораторной работы. Вариант 1

Случай 2

Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед  $M_1 M_2$  будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{dM_1}{d\Theta} = M_1 - (\frac{b}{c_1} + 0.0002)M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\Theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2$$

Для обоих случаев рассмотрим задачу со следующими начальными условиями и параметрами

\$\$  $M_0^1=2.5 : M_0^2=1.5$  \$\$\$  $p_{\{cr\}}=15 : N=17 : q=1$  \$\$\$  $\tau_1=11 : \tau_2=14$  \$\$\$  $\widetilde{p}_1=8 : \widetilde{p}_2=6$  \$\$\$

## Задачи

1. Изучить модель конкуренции двух фирм
2. Построить графики изменения оборотных средств двух фирм для обоих случаев

## Ход выполнения лабораторной работы

### Математическая модель

По представленному выше теоретическому материалу были составлены модели на обоих языках программирования.

## Решение с помощью программ

**Результаты работы кода на Julia и Open Modelica для первого случая:**

**Результаты работы кода на Julia и Open Modelica для второго случая:**

**Анализ полученных результатов. Сравнение языков.**

- В итоге проделанной работы на языках Julia и OpenModelica мы построили графики изменения оборотных средств для двух фирм для случаев, когда конкурентная борьба ведётся только рыночными методами и когда, помимо экономического фактора влияния, используются еще и социально-психологические факторы
- Кроме того, построение модели конкуренции двух фирм на языке OpenModelica занимает значительно меньше строк кода, чем аналогичное построение на Julia

## Вывод

### Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель конкуренции двух фирм и в дальнейшем построена модель на языках Julia и Open Modelica.

### Список литературы. Библиография

- [1] Документация по Julia: <https://docs.julialang.org/en/v1/>
- [2] Документация по OpenModelica: <https://openmodelica.org/>
- [3] Решение дифференциальных уравнений: <https://www.wolframalpha.com/>
- [4] Мальтузианская модель роста: <https://www.stolaf.edu/people/mckelvey/envision.dir/malthus.html>
- [5] Математические модели конкурентной среды: [https://dspace.spbu.ru/bitstream/11701/12019/1/Gorynya\\_2018.pdf](https://dspace.spbu.ru/bitstream/11701/12019/1/Gorynya_2018.pdf)