**第一章第五节:函数极限** 2020年1月20日10点19分

**1 极限定义** 假设定义在的附近.(意思是定义在包含的开区间上,但不一定在上).则

并且我们称“随着趋近于,的极限等于”

通过使距离足够近(在任意一面)但不等于,我们可以使的值任意接近.

注意极限定义中的语句“但”.这意味在寻找随趋近的极限时,我们从不考虑.实际上,甚至不需要在上有定义.唯一关心的是在的附近是如何定义的.

**2 单侧极限定义** 我们写

并且我们称“随着从左侧趋近于,的左侧极限等于”

通过使距离足够近)且小于,我们可以使的值任意接近.

极限右侧的定义类似.

**3定理**

**4 无穷大定义** 设是定义在两侧的函数,但不一定定义在上.则

意味着通过使距离足够近但不等于,我们可以使的值任意大.

**5 无穷小定义** 设是定义在两侧的函数,但不一定定义在上.则

意味着通过使距离足够近但不等于,我们可以使的值任意小.

**6 垂直渐近线** 如果下列语句之一为真,则被称为曲线的垂直渐近线:

**第一章第六节:使用极限定律计算极限** 2020年1月20日10点53分

**极限定律** 假设是常数并且极限和存在.则

**直接代换属性** 如果是多项式或实数函数,并且在的定义域中,则

如果在处恒成立,则.(**该定理非常重要,允许函数自身在极限域中作变换**)

**2 定理** 如果在靠近时(不一定等于)成立并且和的极限在靠近时存在,则

**3 夹逼定理** 如果在靠近时(不一定等于)成立并且

则

**第一章第七节:极限的精确定义** 2020年1月20日11点43分

**2 极限定义** 设是定义在包含的开区间上,但不一定定义在上.如果对于每一个始终存在一个使得

如果

则我们说的极限随趋近等于,即

该定义非常明确的定义了什么是极限,也明确了对于任意函数证明其极限存在的通用方法.上述定义中是给定值,被称为**误差容限[error tolerances]**,值是要在证明过程求解的值,一般用表示.**教材中还给出了该定义的几何解释**.

**3 左侧极限定义**

如果对于每一个始终存在一个使得

如果

则

**4 右侧极限定义**

如果对于每一个始终存在一个使得

如果

则

**6 无穷大极限定义** 设是定义在包含的开区间上,但不一定定义在上.则

意味着对于每一个正数始终存在一个正数使得

如果

**6 无穷小极限定义** 设是定义在包含的开区间上,但不一定定义在上.则

意味着对于每一个负数始终存在一个正数使得

如果

**本章都是证明题,有时间研究**