定义2.1.1 条件概率 假设我们已知事件B发生并且我们想要计算另一个事件A在事件B已经发生条件下的概率。新的事件A概率则被称为事件A在事件B已经发生条件下的条件概率(conditional probabilty of the event A given that the event B has occurred)，标记为.如果>0，则条件概率为

 (2.1.1)

当=0时，条件概率未定义。

定理2.1.1 条件概率的乘法法则 设A和B是事件。如果>0, 则

.

如果,则

.

定理2.1.2 条件概率的乘法法则 假设事件,...,满足则

 (2.1.2)

条件概率和分割

定义2.1.2 分割 设S为一次实验的样本空间，考虑S中k个不相交事件并且那么这些事件构成了S的一个分割。

分割能促进某些事件概率的计算.

定理2.1.4 全概率公式 假设事件构成空间S的一个分割并且对于任意成立. 那么对于S中的每一个事件A，存在

 (2.1.4)

全概率公式的条件概率：

 (2.1.5)

**增强实验**. 这个概念有点难理解，需要结合中文教材。

定义2.2.1 独立事件 两个事件A和B是独立的当且



假设,那么很容易从独立事件和条件概率的定义得出：

事件A和事件B是独立的当且仅当并且

定理 2.2.1 如果两个事件A和B是独立的，则事件A与,与B,与同样也是独立事件。

定义2.2.2 (互相)独立事件. k个事件是独立的（或相互独立的），对于这些事件的任意子集()，存在

.

贝叶斯定理：设事件是构成空间S的一个分割并且,其中设A是一个事件且则

 (2.3.1)

条件贝叶斯定理：

 (2.3.2)

定义3.1.1 随机变量 设S是一项实现的样本空间。定义在S上的实值函数被称为随机变量。

3.4 二维分布 *2019年6月4日09点51分*

**定义3.4.1 联合/二维分布** 设和是随机变量. 和的联合分布或二维分布是形如所有概率的集合, 对于中所有实数对都是事件。

定义3.4.2 离散联合分布 设和是随机变量, 并考虑有序对(). 如果()对数有限或者可数，则我们说和拥有离散联合分布.

定理3.4.1 假设两个随机变量和均是离散分布. 则和拥有离散联合分布.

定义3.4.3 联合概率函数 p.f. 和的联合概率函数或联合p.f.定义为函数f使得平面上每一个点,

定理3.4.2 设是离散联合分布. 如果不是对的可能值，则, 并且

对于C中的每一个有序对, 则

定义3.4.4 连续联合分布/联合p.d.f/支持 两个随机变量和拥有连续联合分布，如果存在一个非负函数定义在整个平面上，使得平面中每一个子集满足，

如果该积分存在. 则函数被称为的联合概率密度函数(或者联合p.d.f.)。 闭集被称为的(分布)支持.

定理 3.4.3 一个联合p.d.f.必须满足下列两个条件：

对于

且

定理3.4.4 对于每一个在平面上的连续联合分布，下面两个定理成立:

* + 1. 平面上的每一个点，每一组无穷点序列，其概率可为0.
    2. 设是定义在上的一维连续实函数. 则集合和的概率为0.

定义3.4.5 联合p.f./p.d.f. 设和是随机变量，其中是离散的，是连续的. 假设存在一个函数定义在平面上，对于实数子集中的每一对A和B，

如果该积分存在. 则函数被称为和的联合p.f./p.d.f.

定义3.4.5中和互换也同样成立。每一个联合p.f./p.d.f都必须满足两个条件。如果是离散随机变量并且其可能值为并且是连续随机变量，对于所有,则

定义 联合(累加)分布函数/c.d.f. 随机变量和的联合分布函数或联合累加分布函数(联合c.d.f)定义为函数F使得和的所有值(),

如果任意随机变量和的联合c.d.f.是函数F, 那么位于平面上的变量对的概率则位于特殊的矩形区域内，对于给定的数字和，

定理3.4.5 如果和拥有联合c.d.f.则单个随机变量的c.d.f. 可以导出得到相似的，的.