## 9.1 Чередования

$1+2+3+\ldots+2n-1=n^2$ — нет

$1+2+3+\ldots+2n=n(2n+1)$ — нет

$1+3+5+\ldots+(2n-1)=n^2$ — $n=1$: $1=1^2$; $n\to n+1$: $n^2+(2n+1)=(n+1)^2$

**Задача 9.1.** Докажите, что $(1+\sqrt{2})^n = \sqrt{2}^n$.

$1+\left(\sqrt{2}^0+\sqrt{2}^1\right)+\ldots+\left(\sqrt{2}^{n-1}+\sqrt{2}^n\right)=\sqrt{2}^n$

$1+\sqrt{2}\left(\sqrt{2}^0+\sqrt{2}^1+\ldots+\sqrt{2}^{n-1}\right)=\sqrt{2}^n$

$1+\sqrt{2}\left(\sqrt{2}^n-1\right)=\sqrt{2}^n$ — верно для $\forall n\in\mathbb{N}$

**Задача 9.2.** Докажите, что $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n < \left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1}$ — верно для $\forall n\in\mathbb{N}$

$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n < \left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1}$

$\left(\frac{n+1}{n}\right)^n < \left(\frac{n+2}{n+1}\right)^{n+1}$

$\left(\frac{n+1}{n}\right)^n < \left(\frac{n+2}{n+1}\right)^n\cdot\left(\frac{n+2}{n+1}\right)$

$\left(\frac{n+1}{n}\right)^n < \left(\frac{(n+2)^2}{(n+1)^2