Доверительный интервал

x_i, $i \in [0, n]$ – истин. набл

y_i – предск. значения

как ~~это~~ связано с ЦПТ?

$MSE(x_1, y_1), \dots, MSE(x_n, y_n)$

Из ЦПТ $\Rightarrow \sum_i MSE_i \sim N(\mu, \sigma^2)$

$$mean(MSE_i) \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

95%　　　0.95

$$P(c^l < M < c^u) = 1 - \alpha$$

$$P\left(c^{l} < \frac{\text{mean}(MSE) - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} < c^{u}\right) = 1-\alpha$$

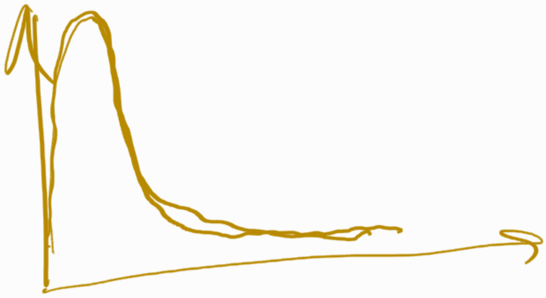
$$P\left(\text{mean} - \frac{c^{l}\cdot\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \text{mean} + \frac{c^{u}\cdot\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1-\alpha$$

$c^l \to c_{\alpha/2}$, $c^u \to c_{1-\alpha/2}$

_zconfint, если σ известна

_tconfint, если σ неизвестна

Проблема $MSE \sim \chi^2_n$



$$x_i - y_i \sim N(0, \sigma^2)$$

$$MSE = \frac{1}{n}\sum_i (x_i - y_i)^2 = \sigma^2$$

$$\frac{n \cdot MSE}{\sigma^2} = \frac{\sum_i (x_i - y_i)^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_n$$

$$P\left(\chi^2_{\alpha/2,n} < \frac{n\cdot MSE}{\sigma^2} < \chi^2_{1-\alpha/2,n}\right) = 1-\alpha$$

$$P\left(\sqrt{\frac{\chi^2_{\alpha/2,n}}{nMSE}} < 1/\sigma < \sqrt{\frac{\chi^2_{1-\alpha/2,n}}{nMSE}}\right) = 1-\alpha$$

$$\boxed{\sigma \in \left[\sqrt{\frac{nMSE}{\chi^2_{1-\alpha/2,n}}}, \sqrt{\frac{nMSE}{\chi^2_{\alpha/2,n}}}\right]}$$

$$MSE = \frac{1}{n}\sum \ldots\ldots$$

statsmodels
scipy $\longrightarrow \chi^2_n$

α

$\chi^2_{1-\alpha/2,n}$ — 1 число

$\chi^2 \ldots n$ — 1 число

$x_{\alpha/2}$

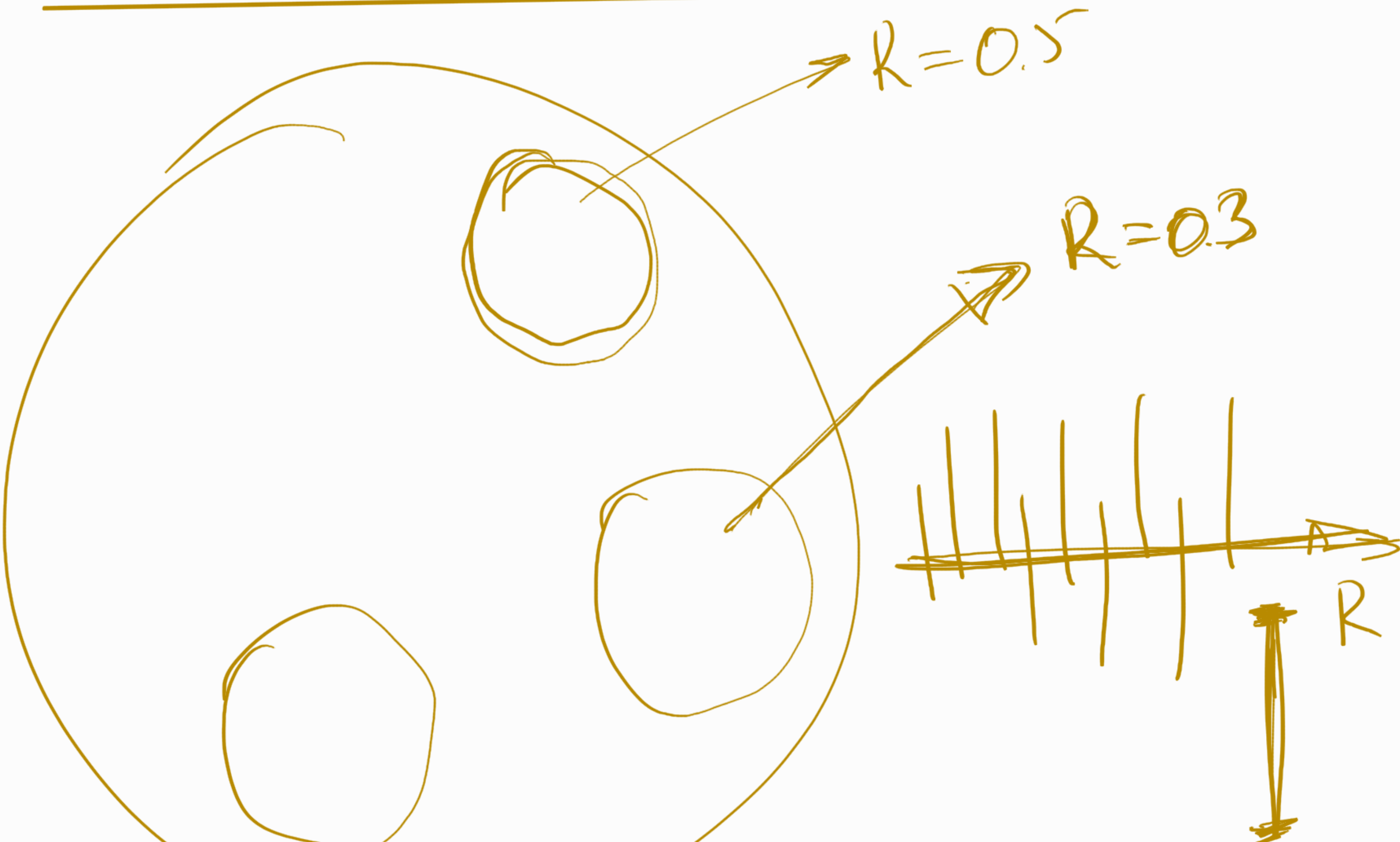
n

$$MSE = \frac{1}{n} \Sigma \ldots$$

$$(x_i - y_i) \pm \_zconfint() \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$\_t$ — " — .

ddof = 1



Предсказательный интервал

$$\sim N\left(\hat{\mu}, \sigma^2 + \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

$$\left(1+\sqrt{\frac{1}{n}}\right)$$

$$\pm \text{ zconfint} \cdot \sigma \cdot \left(1+\sqrt{\frac{1}{n}}\right)$$

$$\pm \text{ zconfint} \cdot \sigma \cdot \frac{1}{\sqrt{n}}$$

$$\downarrow$$

$$\left(1+\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$$

$95\% \Rightarrow \alpha = 0.05$

$N(0,1)$

$\alpha \Rightarrow$

$$\underset{i}{\text{mean}}\,(x_i - y_i)$$

$$\text{std}\,(x_i - y_i\,,\ \text{ddof} = 1)$$