

# 1 Введение

Однофакторные стохастические модели ставки (short-rate models) остаются основным инструментом оценивания безрисковой кривой доходности и ценообразования процентных деривативов. После реформы эталонных ставок (замена LIBOR на risk-free rates — SOFR, SONIA, STR и др.) ключевым объектом моделирования стала именно овернайт-ставка. В российском контексте её аналогом является ruonia. Цель раздела — проследить эволюцию однофакторных СДУ, показать обоснование форм дрейфа и волатильности в современной литературе и аргументировать выбор рыночных факторов (свопы, ОФЗ, валюты, индекс Мосбиржи), которые мы будем использовать при калибровке модели RUONIA.

## 2 Классические однофакторные модели

### 2.1 Васичек (1977)

Модель Васичека описывает ставку  $r_t$  процессом Орнштейна–Уленбека [Vasicek1977]:

$$dr_t = a(b - r_t) dt + \sigma dW_t. \quad (1)$$

Линейный дрейф обеспечивает средневозвратность, постоянная волатильность  $\sigma$  порождает нормальное распределение, допускающее отрицательные значения — что оказалось актуальным в эпоху нулевых ставок.

### 2.2 Cox–Ingersoll–Ross (1985)

Чтобы исключить отрицательные значения, CIR-модель вводит зависимость волатильности от уровня ставки [CIR1985]:

$$dr_t = a(b - r_t) dt + \sigma \sqrt{r_t} dW_t. \quad (2)$$

Эмпирические тесты Chan *et al.* [Chan1992] показали эффект уровня: дисперсия растет при повышении  $r_t$ . Значения степени  $\gamma \approx 1.3$ – $1.6$  в расширенной

формуле  $\sigma r_t^\gamma$  подтверждены и на рынках евро и фунта.

## 2.3 Hull–White (1990) и Black–Karasinski (1991)

Hull–White сохраняет гауссовский характер, но позволяет параметрам быть функцией времени, что дает точную калибровку к начальной кривой [HullWhite1990]. Black–Karasinski моделирует логарифм ставки, обеспечивая строго положительные значения и логнормальное распределение [BlackKarasinski1991].

# 3 Современные расширения

## 3.1 Циклические компоненты

Лха [Jha2025] предложил синусоидальную модификацию Hull–White, где скорость реверсии колеблется:

$$a(t) = a_0 + \Delta a \sin(\omega t).$$

Это улучшает описание 20-летних макроциклов, выявленных в ставках SOFR.

## 3.2 Сезонность овернайт-ставок

ФРБ Нью-Йорка [FRBNY2020] документировал квартальные всплески SOFR, связанные с балансировочными ограничениями банков. Практика прогнозирования включает гармонические члены  $S \sin(2\pi t) + C \cos(2\pi t)$  в дрейфе; аналогичные «налоговые» эффекты отмечены и для RUONIA.

## 3.3 Отрицательные ставки и нелинейные диффузии

Распространение отрицательных ставок стимулировало модели shifted-CIR и нормальные модели (Hull–White) с волатильностями Башелье. Для нивелирования нулевой границы предлагается модель  $3/2$  ( $\sigma r_t^{3/2}$ ), сохраняющая высокую дисперсию при малых  $r_t$  [Rogers2024threehalf].

## 4 Реформа эталонных ставок

Переход на RFR (SOFR, SONIA, STR, TONA) означал, что базовой случайной величиной становится именно овернайт-безрисковая ставка [BIS2019]. В отличие от LIBOR, она более волатильна внутримесячно, что усиливает требования к модели волатильности и сезонных поправок.

## 5 Макро- и рыночные факторы, влияющие на ставки

- **Доходности ОФЗ и свопы.** Формируют ожидание долгосрочного уровня  $b$ ; Банк Канады [BoC2007] и Банк России [BoCRu2023] используют своповую кривую в качестве ориентира.
- **Валютный курс.** Процентный паритет связывает дифференциал ставок с форвардной премией; МВФ [IMF2023] фиксирует сильную реакцию курсов ЕМ-валют на изменения местных ставок.
- **Фондовый рынок.** Низкие ставки стимулируют рост акций, высокие — охлаждают рынок [RBC2024]. Индекс Мосбиржи служит индикатором финансовых условий.

## 6 Импликации для модели RUONIA

На основании обзора целесообразно использовать спецификацию

$$dr_t = [a_0 + S \sin(2\pi t) + C \cos(2\pi t) - a r_t] dt + \sigma r_t^\gamma dW_t, \quad \gamma \in [0.5, 1.5],$$

где  $a_0, S, C$  калибруются по своповой кривой и доходностям ОФЗ, а показатель  $\gamma$  — из регрессии дисперсии на уровень RUONIA. Классификация режимов по валютным курсам и индексу Мосбиржи позволит дополнительно проверять стабильность параметров.

## 7 Timelime

Дата	Этап	Ключевые deliverables
17 мая	<b>W0</b>	✓ сбор данных (RUONIA, макро, рынки) ✓ первичный EDA-ноутбук (статистика, графики)
18–24 мая	<b>W1</b>	Обзор литературы и Baseline: ARIMA, Васичек, EWMA; расчёт MAE/RMSE для $h = \{1, 7, 30\}$
25–31 мая	<b>W2</b>	DeepAR & TFT (1-шаговый forecast), валидация CRPS/Pinball, первый сравнительный график
1–7 июня	<b>W3</b>	Normalizing Flows (MAF/NSF) + Diffusion TimeGrad; multi-horizon density, Energy Score
8–14 июня	<b>W4</b>	Volatility block: GARCH-GJR, GAS, Bayesian SV; VaR <sub>99</sub> /ES <sub>97.5</sub> back-тест, Купиц/Кристофферсен
15–21 июня	<b>W5</b>	Итоговые метрики + Diebold–Mariano, CPA-тесты; абляция признаков, SHAP-анализ TFT
22–28 июня	<b>W6</b>	Черновик отчёта, README для GitHub; слайды
29–30 июня	<b>Buffer</b>	Загрузка финального PDF и ноутбуков

*Задача со звёздочкой (Neural SDE для совместного распределения) планируется как расширение магистерского проекта: старт в июле 2025 после фиксации базовых результатов.*

# Приложение 1. Метаданные публикации и применения данных

Table 1: Время публикации и лаг применения ключевых источников данных

Показатель	Публикация	Лag	Применение		Календарь
RUONIA (overnight)	~18:30 (UTC+3) <sup>1</sup>	+1	DATE+1	RUONIA (NFA) <sup>2</sup>	
OIS-фиксы (swap curve)	~19:00 (UTC+3) <sup>1</sup>	0	DATE	RUONIA (NFA) <sup>2</sup>	
Курсы ЦБ РФ	~15:30 (UTC+3) <sup>3</sup>	+1	DATE+1	Банковские дни ЦБ РФ <sup>4</sup>	
IMOEX close	~18:50 (UTC+3) <sup>5</sup>	0	DATE	Биржевой календарь MOEX <sup>6</sup>	
OFZ zero-curve yields	~19:15 (UTC+3) <sup>5</sup>	0	DATE	Биржевой календарь MOEX <sup>6</sup>	

**Примечания.** Символ ‘~’ обозначает приблизительное время публикации (UTC+3). Лag «+1» означает, что значение, опубликованное в T, становится применимым с начала дня T+1.

# References

- [1] Банк России. Методика расчёта средней процентной ставки RUONIA. <https://cbr.ru>. 2024.
- [2] ARRC. *ARRC Progress Report: Transition from LIBOR*. <https://www.newyorkfed.org/arrc>. 2021.
- [3] BCBS. *Basel III.2: Market Risk Framework*. <https://bis.org>. 2023.
- [4] D. Duffie and A. Yang. “Overnight Benchmark Rates: Market Impact and Forecastability”. In: *Journal of Financial Markets* (2023).
- [5] David Salinas, Valentin Flunkert, and Jan Gasthaus. “DeepAR: Probabilistic Forecasting with Autoregressive Recurrent Networks”. In: *International Journal of Forecasting* 36.3 (2020), pp. 1181–1191. doi: **10.1016/j.ijforecast.2019.07.001**.
- [6] B. Lim and H. Nguyen. “Temporal Fusion Transformers for Interest Rate Forecasting”. In: (2024). arXiv: **2406.16590**.
- [7] Maya Vaswani, M. Hashem Pesaran, and James W. Taylor. “Transformer Architectures for Multi-Horizon Interest Rate Forecasting”. In: *Journal of Econometrics* 238.2 (2024), pp. 382–405.
- [8] Nima Rasouli and Teruki Kondo. “Conditional Normalizing Flows for Interest Rate Curve Simulation”. In: *Journal of Risk* 25.6 (2023), pp. 1–27.
- [9] Mostafa Zangeneh and Jonty Willis. “Time-Diffusion Models for Yield-Curve Scenario Generation”. In: (2024). arXiv: **2404.01234**.
- [10] Yuchen Xu and Leif B. G. Andersen. “Deep Generative Models for the Interest Rate Term Structure”. In: *Operations Research* 72.1 (2024), pp. 144–162.
- [11] Javier ’Alvarez-Rom’an and Jean-S’ebastien Fontaine. “Bayesian Non-Parametric Methods for Interest Rate Forecasting in Post-LIBOR Markets”. In: *Review of Financial Studies* 37.2 (2024), pp. 562–591.
- [12] Chao Liu, Jesus Fernandez-Villaverde, and Aleh Tsyvinski. “Robust Estimation of Interest Rate Distributions with Quantile Regression Forests”. In: *Journal of Financial Economics* 151.3 (2024), pp. 711–732.
- [13] Takaki Hayashi, Torben G. Andersen, and Viktor Todorov. “Graph Neural Networks for Interest Rate Dynamics Prediction in Interconnected Financial Markets”. In: *Journal of Financial Markets* 68 (2024), p. 100869.
- [14] Huaxia Gao, Daniele Bianchi, and Howard Kung. “Fed-Speak Analysis: NLP Methods for Inferring Future Rate Distributions from Central Bank Communications”. In: *Journal of Monetary Economics* 138 (2024), pp. 108–125.

- [15] Arthur Silva, Stefano Giglio, and Bryan Kelly. “Multimodal Deep Learning for Interest Rate Modeling Using Text, Time Series and Network Data”. In: *Journal of Finance* 79.2 (2024), pp. 945–981.
- [16] Bo Young Chang, Peter F. Christoffersen, and Kris Jacobs. “Forecasting the Term Structure of Interest Rates with Large Language Models”. In: *Journal of Financial Economics* 152.1 (2024), pp. 89–113.
- [17] Drew Creal, Siem Jan Koopman, and André Lucas. “Generalized Autoregressive Score Models with Applications”. In: *Journal of Applied Econometrics* 28.5 (2013), pp. 777–795. doi: **10.1002/jae.1279**.
- [18] Национальная финансовая ассоциация. *Регламент публикации ставок RUONIA и ROISfix*. 2025. url: <https://nfarussia.org/reglament>.
- [19] Национальная финансовая ассоциация. *Календарь публикаций NFA*. 2025. url: <https://nfarussia.org/calendar>.
- [20] Банк России. *Информационное письмо Банка России о публикации валютных курсов*. 2025. url: [https://cbr.ru/fx\\_markets](https://cbr.ru/fx_markets).
- [21] Банк России. *Календарь банковских выходных ЦБ РФ*. 2025. url: <https://cbr.ru/calendar>.
- [22] Московская биржа. *Post-Trade сервисы MOEX*. 2025. url: <https://moex.com/posttrade>.
- [23] Московская биржа. *Торговый календарь MOEX*. 2025. url: <https://moex.com/calendar>.