

**Câu 1.** Có 3 người bạn (An, Tý, và Tèo) lấy sách của Thầy. Khi Thầy hỏi, lần lượt trả lời như sau:

**An:**  $A = \text{"Bạn Tý lấy, không phải bạn Tèo lấy"}; \textbf{Tý: } B = \text{"Bạn Tèo lấy, bạn An không lấy"}; \textbf{Tèo: } C = \text{"Bạn Tý không lấy"}.$

Biết rằng trong 3 em thì có 2 em nói đúng, còn 1 em nói sai.

Gọi mệnh đề  $P = \text{"Bạn An lấy sách"}; Q = \text{"Bạn Tý lấy sách"}; R = \text{"Bạn Tèo lấy sách"}.$

**A. Phát biểu mệnh đề phủ định của P, Q, R?**

(1.0 điểm)

$\neg P = \text{"Bạn An không lấy sách"}; \neg Q = \text{"Bạn Tý không lấy sách"}; \neg R = \text{"Bạn Tèo không lấy sách"}.$

**B. Phát biểu 3 câu nói trên của 3 bạn ở dạng logic mệnh đề?**

(1.0 điểm)

Câu nói của **An:**  $A = Q \wedge \neg R$ ; Câu nói của **Tý:**  $B = R \wedge \neg P$ ; Câu nói của **Tèo:**  $C = \neg Q$ .

**C. Dùng phương pháp logic mệnh đề, cho biết ai là người lấy sách?**

(1.0 điểm)

Vì 2 trong 3 em nói đúng, nên ta có:

$$X = A \vee B = (Q \wedge \neg R) \vee (R \wedge \neg P) = \text{TRUE}$$

$$Y = A \vee C = (Q \wedge \neg R) \vee (\neg Q) = (\neg R \vee \neg Q) = \text{TRUE}$$

$$Z = B \vee C = (R \wedge \neg P) \vee (\neg Q) = (R \vee \neg Q) \wedge (\neg P \vee \neg Q) = \text{TRUE}$$

$$\Rightarrow (R \vee \neg Q) = \text{TRUE} \text{ và } (\neg P \vee \neg Q) = \text{TRUE}$$

Ta có:  $(\neg R \vee \neg Q) = \text{TRUE}$  và  $(R \vee \neg Q) = \text{TRUE}$ , nên suy ra  $\neg Q = \text{TRUE}$ , nghĩa là "Bạn Tý không lấy".

Suy ra, bạn Tèo nói đúng và bạn An nói sai. Vậy còn lại bạn Tý cũng nói đúng (2 người nói đúng, 1 người nói sai), nghĩa là "Bạn Tèo lấy, bạn An không lấy".

**Kết luận: Bạn Tèo là người lấy sách.**

**Câu 2.** Dùng phương pháp chứng minh quy nạp, chứng minh rằng:  $A(n) = 7^n + 3n - 1$  chia hết cho 9 với mọi số tự nhiên n. (1.0 điểm)

Bước 1: Bước Quy nạp. Với  $n = 0$ , ta có  $A(0) = 0$  chia hết cho 9  $\rightarrow$  đúng. Sang bước 2.

Bước 2: Bước Quy nạp:

Giả sử  $A(k) = 7^k + 3k - 1$  chia hết cho 9 với mọi k là số tự nhiên.

Ta cần chứng minh  $A(k+1) = 7^{k+1} + 3(k+1) - 1$  cũng chia hết cho 9.

Thật vậy, ta có:

$$\begin{aligned}
 A(k+1) &= 7^{k+1} + 3(k+1) - 1 = 7 \cdot 7^k + 3 \cdot k + 3 - 1 = 7 \cdot 7^k + 21 \cdot k - 7 - 18k + 9 \\
 &= 7(7^k + 3 \cdot k - 1) - 18k + 9 = 7 \cdot A(k) - 9(2 \cdot k - 1) \quad (*)
 \end{aligned}$$

Theo giả thuyết quy nạp thì  $A(k)$  chia hết cho 9. Do đó từ (\*) ta suy ra  $A(k+1)$  cũng chia hết cho 9.

**Vậy  $A(n)$  chia hết cho 9 với mọi số tự nhiên  $n$ .**

**Câu 3.** Một bài thi trắc nghiệm có 40 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 4 phương án trả lời. Hỏi 1 sinh viên có bao nhiêu cách chọn phương án trả lời tất cả các câu hỏi (không để trống)? **(1.0 điểm)**

Có 40 câu hỏi, mỗi câu có 4 phương án trả lời (không để trống), nên sinh viên trên có 4 cách chọn cho mỗi câu hỏi. Suy ra có tất cả  $4^{40}$  cách chọn phương án cho tất cả các câu.

**Câu 4.** Có bao nhiêu cách chia 20 cái kẹo cho 5 em sao cho:

**A. Em nào cũng có kẹo?**

**(1.0 điểm)**

Gọi  $x_i$  là số kẹo của em thứ  $i$  ( $1 \leq i \leq 5$ ,  $x_i \geq 1$ ,  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 20$ ).

Đặt  $y_i = x_i - 1$ , đưa phương trình về dạng  $y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 = 15$ . Số cách chia là số nghiệm nguyên không âm của phương trình  $y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 = 15$  ( $y_i \geq 0$ ), và bằng  $K_5^{15} = C_{19}^{15} = \frac{19!}{4!15!} = 3876$  cách.

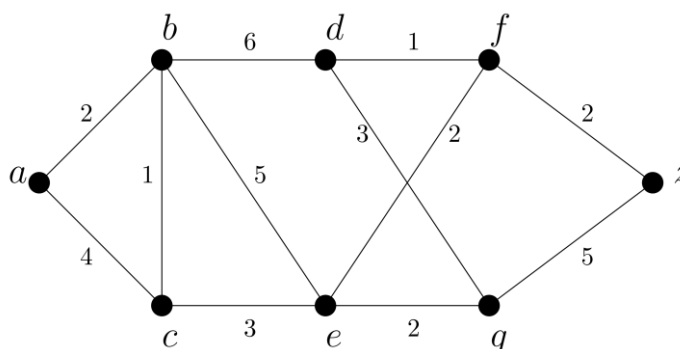
**B. Số kẹo của mỗi em là một số chẵn?**

**(1.0 điểm)**

Đặt  $x_i = 2y_i$ , đưa phương trình về dạng  $y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 = 10$ . Số cách chia là số nghiệm nguyên không âm của phương trình  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 20$  ( $x_i \geq 0$ ), và bằng  $K_5^{10} = C_{14}^{10} = \frac{14!}{4!10!} = 1001$  cách.

**Câu 5.** Đồ thị có trọng số?

**(1.0 điểm)**



**Câu 6.** Các đỉnh (theo thứ tự abc) khi duyệt đồ thị trên theo chiều sâu?

**(1.0 điểm)**

$a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow e \rightarrow f \rightarrow d \rightarrow g \rightarrow z$ .

**Câu 7.** Đồ thị trên có là đồ thị Euler hay nửa Euler không? Tại sao?

**(1.0 điểm)**

Không là đồ thị Euler, cũng không là nửa Euler. Vì số đỉnh các bậc lẻ là 4 ( $c, d, f, g$ ).

----- Hết -----