① $F[y] = \int_0^1 (x^2 + y'(x)^2)\,dx$ $\quad \mathcal{D} = \{ \mathcal{C}^2[0,1] : y(0) = y(1) = 0 \quad \int_0^1 y^2 = 1 \}$ (3pt)

i) Extremales

ii) ¿Alcanza mínimo? Calcúlalo y donde se alcanza.

iii) i) y ii) si $\mathcal{D} = \{ \mathcal{C}^2[0,1] / \int_0^1 y^2 = 1 \}$

(4pt)

② $(P) = \begin{cases} -\frac{1}{4}\Delta u + x\cdot\nabla u + (|x|^2+1)u = f(x) & B(0,1) \\ u = 0 & \partial B(0,1) \end{cases}$, $f \in L^2(B(0,1))$

i) Plantea formulación variacional (o débil) (PV) del problema, i.e., encontrar H de Hilbert, $a : H \times H \to \mathbb{R}$ bilineal y $F : H \to \mathbb{R}$ lineal tq (P) equivale $a(u,v) = F(v)$ $\forall v \in H$

ii) Dem $\int_\Omega \left((x \cdot \nabla\varphi(x))\varphi(x) + (|x|^2+1)\varphi(x)^2 \right) dx \geq 0 \quad \forall \varphi \in H$

iii) Dem que el problema (PV) tiene sol. única. ¿En qué sentido es solución del problema (P)?

iv) ¿Permite Lax-Milgram asociar al prob. variacional anterior un problema de minimización? Justifica.

③ $k_1, k_2, k_3 > 0$ $\quad A + B \xrightarrow{k_1} C$, $C \xrightarrow{k_2} D$, $D \xrightarrow{k_3} 2A$

i) Ecuaciones.

ii) Encontrar ley de conservación.

iii) Dados $A_0, B_0, C_0, D_0 > 0$ ¿A qué equilibrio converge el sistema a $t \to \infty$?