

Aurora Hermoso Carazo y M^a Dolores Ruiz Medina

Final

Este examen pertenece al Banco de Exámenes de la Asociación de Estudiantes de Matemáticas de la Universidad de Granada. Si bien su autoría corresponde a los profesores ya citados, en la asociación nos encargamos de almacenarlos y ceder su uso a los estudiantes para que sea más satisfactoria su labor a la hora de preparar un examen.

1. Deducir la distribución de $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$, siendo (X_1, \dots, X_n) muestra aleatoria simple de $X \rightarrow \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, partiendo de la dependencia de \bar{X} y S^2 .
2.
 - a) Especificar las condiciones que debe cumplir una familia de distribuciones para ser regular en el sentido de Frechet-Cramer-Rao y definir la función de información. Dar la definición de estimador eficiente (especificando cada una de las condiciones que aparecen en la definición) y el teorema de caracterización de tales estimadores.
 - b) Sea (X_1, \dots, X_n) muestra aleatoria simple de X con función de densidad $f_\theta(x) = e^{\theta-x}$, $x \geq \theta$.
 - Encontrar un estadístico suficiente y completo, probando que lo es.
 - Encontrar, si existe, un UMVUE para θ . ¿Es suficiente? Razonar la respuesta.
 - Encontrar el estimador máximo verosímil de θ . ¿Es insesgado este estimador? Razonar la respuesta.
3.
 - a) Sea (X_1, \dots, X_n) una muestra aleatoria simple de una variable $X \rightarrow \mathcal{N}(\mu_0, \sigma^2)$ con media conocida. Encontrar el test de la razón de verosimilitud de tamaño α para contrastar:
$$\begin{cases} H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \\ H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2 \end{cases}$$
 - b) El n° de clientes que visitan una oficina sigue una distribución de Poisson con parámetro λ , $P(\lambda)$, y el n° de visitas al día es independiente un día de otro. Para contrastar que el n° medio de visitas por día es 0'5 frente a que es 0'6, se hace un estudio durante 10 días y el n° total que visitan es 12. Plantear y resolver el contraste de hipótesis adecuada a la hipótesis con el test más potente de tamaño 0'005 y ver si se acepta o no la hipótesis nula, H_0 .
4.
 - a) Definir el modelo de Gauss-Markov especificando el significado de sus componentes. Explicar en qué consiste el problema de regresión lineal simple, plantear este problema en términos de un modelo lineal y especificar el contraste de regresión como caso particular de la hipótesis lineal general.

- b) Comparan 4 métodos de enseñanza seleccionando 22 alumnos. Las calificaciones obtenidas fueron:

Método 1	2	4	4,5	4,5	8	7		
Método 2	3	8,5	8	5,5	5			
Método 3	6,5	2	2,5	3,5	8	4	5	
Método 4	5	7,5	3,5	6				

¿Se puede afirmar que los 4 métodos son igualmente eficaces? Especificar las hipótesis necesarias para la resolución de este problema.

5. A partir de los siguientes datos sobre el n° de visitas diarias a un banco, durante 200 días, contrastar si el n° de visitas diarias sigue una distribución $\mathcal{P}(\lambda)$, con $\lambda = 2$.

n° de vistas	0	1	2	3	4	5	6	7
n° de días	29	51	60	30	19	9	1	1