

Aurora Hermoso Carazo y Juan José Serrano Pérez

Parcial

Este examen pertenece al Banco de Exámenes de la Asociación de Estudiantes de Matemáticas de la Universidad de Granada. Si bien su autoría corresponde a los profesores ya citados, en la asociación nos encargamos de almacenarlos y ceder su uso a los estudiantes para que sea más satisfactoria su labor a la hora de preparar un examen.

1. Define los conceptos de muestra aleatoria simple y de función de distribución muestral. Obtener de forma razonada la distribución de probabilidad de la función de distribución muestral.
2. Sea (X_1, \dots, X_n) una m.a.s. de $X \rightarrow N(\mu, \sigma^2)$. Especificar la variable aleatoria utilizada para hacer la inferencia sobre la varianza cuando la media es desconocida. Deducir detalladamente su distribución a partir del lema de Fisher.
3. Sea (X_1, \dots, X_n) una m.a.s. de X con función de densidad $f_\theta(x) = \frac{\theta}{x^2}$ $x > 0$, se pide:
 - Encontrar un estadístico suficiente y completo. Demostrar que lo es.
 - Calcular, si existe, un UMVUE para θ . ¿Es suficiente? Razona tu respuesta.
 - Especificar la función de verosimilitud y encontrar el estimador de máxima verosimilitud de θ^2 . Justifica su obtención
4. Sea (X_1, \dots, X_n) una m.a.s. de X con función masa de probabilidad:

$$P_p(X = x) = p(1 - p)^x \quad x = 0, 1, \dots \quad 0 < p < 1$$

$$E[X] = \frac{1 - p}{p} \quad Var[X] = \frac{1 - p}{p^2}$$

- Comprobar que la familia de distribuciones es regular.
- Encontrar la clase de funciones paramétricas que admiten estimador eficiente y el estimador de cada una de estas funciones.