

CUESTIONES PARA PENSAR

En las preguntas siguientes, una respuesta afirmativa debe ser justificada, mientras que una respuesta negativa requiere un contraejemplo o un argumento apropiado.

- 1.- ¿Es regular toda curva parametrizada?
- 2.- ¿Es inyectiva toda curva parametrizada regular?
- 3.- Imaginemos curvas parametrizadas $\alpha: I \rightarrow \mathbb{R}^3$, $\beta: J \rightarrow \mathbb{R}^3$ que cumplen $\text{Im}(\alpha) = \text{Im}(\beta)$ y sean $t_0 \in I$, $s_0 \in J$ de manera que $\alpha(t_0) = \beta(s_0)$ ¿puede ocurrir que $\alpha'(t_0) \neq 0$ pero $\beta'(s_0) = 0$?
- 4.- ¿Se conserva la regularidad de una curva parametrizada en cada reparametrización suya?
- 5.- ¿Se puede reparametrizar por la longitud de arco cualquier curva parametrizada regular?
- 6.- Supongamos que una curva parametrizada $\alpha: I \rightarrow \mathbb{R}^3$ cumple $\alpha'(t_0) = 0$ para cierto $t_0 \in I$ ¿admite α una reparametrización por el parámetro longitud de arco?
- 7.- Sean $\alpha: I \rightarrow \mathbb{R}^3$ una curva parametrizada y F un movimiento rígido de \mathbb{R}^3 . Considera $\beta := F \circ \alpha$ ¿es cierto que α es regular si y sólo si lo es β ?
- 8.- Para una ^(parametrizada) curva regular $\alpha: I \rightarrow \mathbb{R}^2$ ¿es cierto que $e_2(t)$ se define a partir de $e_1(t)$ sin tener en cuenta $\alpha''(t)$?
- 9.- Para una curva regular $\alpha: I \rightarrow \mathbb{R}^2$ que cumpla $|\alpha'(t)| = 1$, para todo $t \in I$ ¿es $e_2(t)$ un escalar, dependiente de t , multiplicado por $\alpha''(t)$?
- 10.- ¿Es cierto que para una curva parametrizada cualquiera $\alpha: I \rightarrow \mathbb{R}^2$ puedo hablar de la curvatura $k(t)$ de α en t ?

11.- Sea $\alpha: I \rightarrow \mathbb{R}^2$ una curva parametrizada regular y sea s_L la simetría en \mathbb{R}^2 respecto de una recta afín L . Llamamos $\beta := s_L \circ \alpha$.
¿Tienen alguna relación $K_\beta(t)$ y $K_\alpha(t)$, $t \in I$?

12.- Si $\alpha(t) = (t, f(t))$ para $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ diferenciable ¿es cierto que $K(t)$ tiene el mismo signo que $f''(t)$?

13.- Considera $\alpha: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ dada por $\alpha(t) = (a \cos t, b \sin t)$ con $a, b \in \mathbb{R}$, $a > b$. ¿puede ser $K = \text{constante}$ para alguna relación entre a y b ?