

ANÁLISIS FUNCIONAL, GRADO EN MATEMÁTICAS

Tercer curso, 12/09/2017

1. **(2 puntos)** Teorema de caracterización de bases hilbertianas en un espacio de Hilbert separable de dimensión infinita.
2. **(0.5+3.5 puntos)** Sea X un espacio normado, $X^\#$ el dual algebraico y $L \in X^\#$. Demuéstrese que $L \in X^*$ (dual topológico) si y solamente si el núcleo de L es cerrado.
3. Sea H un espacio de Hilbert de dimensión infinita.
 - (a) **(3 puntos)** Demuéstrese que no existe ningún subconjunto $\mathcal{A} \subset H$ ortogonal que cumpla la propiedad siguiente:
“Cualquier elemento de H es combinación lineal finita de elementos de \mathcal{A} ”
 - (b) **(1 punto)** Interpretese el resultado en términos de bases de Hamel.