

Aurora Hermoso Carazo y M^a Dolores Ruiz Medina

Parcial

Este examen pertenece al Banco de Exámenes de la Asociación de Estudiantes de Matemáticas de la Universidad de Granada. Si bien su autoría corresponde a los profesores ya citados, en la asociación nos encargamos de almacenarlos y ceder su uso a los estudiantes para que sea más satisfactoria su labor a la hora de preparar un examen.

1. **(2.5 puntos)** Sea (X_1, \dots, X_n) una muestra aleatoria simple de X con función de densidad

$$f_\theta(x) = e^{x-\theta}, \quad x < \theta$$

encontrar el intervalo de confianza para θ de menor longitud media uniforme a nivel de confianza $1 - \alpha$, basado en $T(X_1, \dots, X_n) = \max X_i$.

2. **(4 puntos)** Construir el test de Neyman-Pearson de tamaño α para contrastar $H_0 : \theta = \theta_0$ frente a $H_1 : \theta = \theta_1$, siendo $\theta_1 > \theta_0$, basándose en una muestra de tamaño n de una variable aleatoria con función de densidad:

$$f_\theta(x) = \frac{\theta}{x^2}, \quad x > \theta$$

- Calcular la potencia del test de tamaño α y representarla en función de α .
 - Si se considera $H_0 : \theta = 1$ frente a $H_1 : \theta = 1'1$ mediante una muestra de tamaño 28, especificar el test óptimo a nivel de significación 0'05. ¿Qué decisión debe tomarse con este test si el menor de los valores observados es 1'15?
3. **(3,5 puntos)** Análisis de la varianza de una vía.
- Explicar en qué consiste el problema. Plantearlo en términos de un modelo lineal, especificando todas las componentes de dicho modelo. Comprobar que es de Gauss-Markov y determinar su rango. Especificar el contraste de interés como caso particular de la hipótesis lineal general.
 - Se desea comparar los porcentajes de aprobados en cierta convocatoria de selectividad de tres provincias diferentes. Para ello, se toma una muestra de centros en cada provincia, y se mide el porcentaje de aprobados de dicha provincia, obteniéndose los siguientes resultados

Provincia 1:	60	40	55	65		
Provincia 2:	40	65	75	60	70	50
Provincia 3:	30	30	50	40	50	

¿Puede concluirse de estos datos que los porcentajes en las tres provincias no difieren al nivel de significación 0'05? ¿Y al nivel 0'025? Especificar previamente todas las hipótesis necesarias para la resolución del problema.