

Aurora Hermoso Carazo y M^a Dolores Ruiz Medina

Parcial

Este examen pertenece al Banco de Exámenes de la Asociación de Estudiantes de Matemáticas de la Universidad de Granada. Si bien su autoría corresponde a los profesores ya citados, en la asociación nos encargamos de almacenarlos y ceder su uso a los estudiantes para que sea más satisfactoria su labor a la hora de preparar un examen.

1. Sea (X_1, \dots, X_n) una muestra aleatoria simple de una variable con distribución normal. Especificar la variable aleatoria usada para hacer inferencia sobre la media cuando la varianza es desconocida: deducir detalladamente su distribución.
2. Definir los siguientes conceptos:
 - Muestra aleatoria simple, estadístico y estimador.
 - Función de distribución muestral. Obtener de forma razonada su distribución.
 - Función de verosimilitud y estimador máximo verosímil de un parámetro.
 - Función de verosimilitud y estimador máximo verosímil de una función paramétrica arbitraria.
3. Sea (X_1, \dots, X_n) una muestra aleatoria simple de una variable X con función de densidad

$$f_{\theta}(x) = \frac{1}{x \ln \theta}, \quad 1 < x < \theta$$

- Encontrar el UMVUE para el parámetro θ .
 - Especificar la función de verosimilitud y encontrar el estimador máximo verosímil de θ^2 , justificando su obtención.
4. Sea (X_1, \dots, X_n) una muestra aleatoria simple de una variable X con función de densidad

$$f_{\theta}(x) = \theta x^{\theta-1}, \quad 0 < x < 1; \quad \left(E_{\theta}[\ln X] = \frac{-1}{\theta}, \text{Var}_{\theta}[\ln X] = \frac{1}{\theta^2} \right)$$

- Comprobar que la familia de distribuciones de X es regular y calcular la función de información.
- Encontrar la clase de funciones paramétricas con estimador eficiente, y el estimador de cada una de estas funciones.