Cuestiones 2.

1. En el caso de una curva parametrizada regular $\alpha: I \to \mathbb{R}^3$ ¿existe siempre $e_2(t)$ como en el caso de las curvas parametrizadas de $\mathbb{R}^2$?

2. Dada $\alpha: I \to \mathbb{R}^3$ parametrizada por el arco ¿en que se traduce para $\alpha''(t)$ el hecho de suponer $\{\alpha'(t), \alpha''(t)\}$ linealmente independiente?

3. ¿Puedes dar un ejemplo de una curva parametrizada regular $\alpha: I \to \mathbb{R}^3$ para la que no se pueda construir el triedro de Frenet en ningún $t \in I$?

4. El hecho de que $e_i'(t)$ no dependa de $e_i(t)$, $i = 1, 2, 3$ ¿de donde se deduce?

5. ¿Puede depender $e_1'(t)$ de $e_3(t)$? ¿Puede depender $e_3'(t)$ de $e_1(t)$?

6. ¿Cómo se deduce que $a_{32}(t) + a_{23}(t) = 0$?

7. ¿Qué propiedad tiene la curvatura de una curva parametrizada regular en $\mathbb{R}^3$ que no tiene la curvatura de una curva parametrizada regular en $\mathbb{R}^2$?

8. Si $\alpha: I \to \mathbb{R}^3$ es una curva parametrizada regular de manera que $\{\alpha'(t), \alpha''(t)\}$ es linealmente independiente para todo $t \in I$ y $\phi: J \to I$ es un difeomorfismo ¿Se cumple siempre que $\{\beta'(s), \beta''(s)\}$ es linealmente independiente, para todo s, siendo $\beta(s) := \alpha(\phi(s))$?

9. ¿Qué interpretación geométrica tiene que $\tau_\alpha = 0$?

10. Da un ejemplo de una curva en $\mathbb{R}^3$ que tenga curvatura constante.

11. Supongamos $\alpha : I \longrightarrow \mathbb{R}^3$ curva parametrizada regular con $\{\alpha'(t), \alpha''(t)\}$ linealmente independiente para todo t y que cumpla $\alpha(I) \subset \Pi$, para un cierto plano afín Π de $\mathbb{R}^3$. Dotemos a Π de una orientación y consideremos la curvatura de α como curva plana κ_α^π. ¿Qué relación hay entre κ_α^π y κ_α?

12. ¿Es posible encontrar $\gamma_1, \gamma_2 : I \longrightarrow \mathbb{R}^3$ de manera que $\kappa_{\gamma_1} = \tau_{\gamma_2}$ y $\tau_{\gamma_1} = \kappa_{\gamma_2}$?