Aurora Hermoso Carazo y Juan José Serrano Pérez

Parcial

1. Define los conceptos de muestra aleatoria simple y de función de distribución muestral. Obtener de forma razonada la distribución de probabilidad de la función de distribución muestral.

2. Sea $(X_1, ..., X_n)$ una m.a.s. de $X \to N(\mu, \sigma^2)$. Especificar la variable aleatoria utilizada para hacer la inferencia sobre la varianza cuendo la media es desconocida. Deducir detalladamente su distribución a partir del lema de Fisher.

3. Sea $(X_1, ..., X_n)$ una m.a.s. de X con función de densidad $f_\theta(x) = \frac{\theta}{x^2} \quad x > 0$, se pide:

   - Encontrar un estadístico suficiente y completo. Demostrar que lo es.
   - Calcular, si existe, un UMVUE para θ. ¿Es suficiente? Razona tu respuesta.
   - Especificar la función de verosimilitud y encontrar el estimador de máxima verosimilitud de θ^2. Justifica su obtención

4. Sea $(X_1, ..., X_n)$ una m.a.s. de X con función masa de probabilidad:

$$P_p(X = x) = p(1-p)^x \quad x = 0, 1, ... \quad 0 < p < 1$$

$$E[X] = \frac{1-p}{p} \qquad Var[X] = \frac{1-p}{p^2}$$

   - Comprobar que la familia de distribuuciones es regular.
   - Encontrar la clase de funciones paramétricas que admiten estimador eficiente y el estimador de cada una de estas funciones.