

ANÁLISIS FUNCIONAL, GRADO EN MATEMÁTICAS

Tercer curso, 18/11/2015

1. Teorema de Riesz (compacidad de la bola cerrada unidad y su relación con la dimensión del espacio)

2. Sea $(X, \|\cdot\|)$ un espacio normado. Para $x \in X$ y $r > 0$, pruébese razonadamente que

$$B(x; r) = \text{int}(\overline{B}(x; r))$$

3. Decídase, razonadamente, si las afirmaciones siguientes son verdaderas o falsas:
 - (a) Cualquier subconjunto cerrado y acotado de un espacio normado es compacto.
 - (b) En un espacio normado, el dual algebraico y el dual topológico siempre coinciden.
 - (c) Existen espacios normados de dimensión infinita con base (algebraica) numerable.
 - (d) Existen espacios normados completos de dimensión infinita con base algebraica no numerable
4. Enúnciese el Teorema de Hahn-Banach y, usando 15 líneas como máximo, escríbase un resumen de las principales ideas de la demostración.