

Aurora Hermoso Carazo y M^a Dolores Ruiz Medina

Parcial

Este examen pertenece al Banco de Exámenes de la Asociación de Estudiantes de Matemáticas de la Universidad de Granada. Si bien su autoría corresponde a los profesores ya citados, en la asociación nos encargamos de almacenarlos y ceder su uso a los estudiantes para que sea más satisfactoria su labor a la hora de preparar un examen.

1. Sea (X_1, \dots, X_n) una muestra aleatoria simple de X con distribución en una familia $\{P_\theta/\theta \in \Theta\}$. Sea Θ_0 un subconjunto arbitrario de Θ y supongamos que se pretende contrastar la hipótesis $H_0 : \theta \in \Theta_0$.
 - a) Especificar la hipótesis alternativa y dar la formalización matemática de cualquier procedimiento para la resolución del problema de contraste planteado.
 - b) Definir el nivel de significación, tamaño y función potencia de un test arbitrario usado para resolver el problema anterior. ¿Cuál es, bajo la perspectiva clásica, la forma óptima de resolver tal problema?
 - c) Especificar el test de razón de verosimilitudes para la resolución del problema propuesto. Justificar el uso de ese test mediante la interpretación del estadístico utilizado para el contraste.
2. Dado (X_1, \dots, X_n) una muestra aleatoria simple de X , X variable con $f_\theta(x) = e^{\theta-x}$, $x \geq \theta$, encontrar el intervalo de confianza para θ de menor longitud media uniformemente a nivel de confianza $1 - \alpha$, basado en $T(X_1, \dots, X_n) = \min\{X_i\}$
3. Construir el test de Neyman-Pearson de tamaño α para contrastar $H_0 : \theta = \theta_0$ frente a $H_1 : \theta = \theta_1$, siendo $\theta_1 < \theta_0$, basándose en una muestra de tamaño n de una variable aleatoria con función de densidad:

$$f_\theta(x) = \frac{1}{x \ln \theta}, \quad 1 < x < \theta$$

Calcular la potencia del test de tamaño α y representarla en función de α .

Aplicación: Especificar los test óptimos para niveles de significación 0'01 y 0'05, si se usa una muestra de tamaño 30 para contrastar $H_0 : \theta = 6$ frente a $H_1 : \theta = 5$.

¿Qué decisión debe tomarse en el primer test si el mayor de los valores observados es 4'2? ¿Qué decisión debe tomarse con el segundo test si el mayor de los valores observados es 5'2?