Modelos de Computación: Relación 1

Daniel Monjas Miguélez

23 de octubre de 2020

Calcule una gramática que genere el siguiente lenguaje $\{u1^n \in \{0,1\}^*$ donde $|u| = n\}$

Defino la gramática generativa G=(V,T,P,S) donde $V = \{S, X, Y\}$, $T = \{0, 1\}$, P es el conjunto de las reglas de producción y S es el estado inicial. Y en el conjunto P se incluyen las siguientes reglas de producción,

$$S \rightarrow XSY|\epsilon$$
$$X \rightarrow 0|1$$
$$Y \rightarrow 1$$

La regla de producción sobre S nos permite colocar tantos símbolos no terminales ,X a la izquierda e Y a la derecha del símbolo no terminal S, como queramos dando lugar a X^nSY^n, o bien la palabra vacía. Con esto nos aseguramos que la palabra tenga longitud par pues las regla de producción sobre X e Y solo permiten generar símbolos no terminales, no la palabra vacía. La regla de producción sobre X nos permite sustuir todas la X por 1 o 0, según nos convenga generando una subcadena cualquiera u de $\{0,1\}^*$ de longitud n. Por otro lado la regla de producción sobre Y nos permite únicamente sustituir las Y por 1, dando lugar a 1^n. Si lo juntamos todo llegamos a $uS1^n$. Finalmente se aplica la regla de producción sobre $S \rightarrow \epsilon$ obteniendo una palabra con la forma $u1^n$ donde u tiene longitud n.

Ahora tomemos una palabra $w \in L$. Esta palabra tendrá la forma $u1^n$, donde u tiene longitud n. Aplico la regla de producción $S \rightarrow XSY$ n veces con lo que llegaremos a X^nSY^n. Seguidamente usamos la regla de producción $S \rightarrow \epsilon$ obteniendo así X^nY^n. Como la regla de producción sobre Y únicamente nos permite generar unos llegamos a X^n1^n. Ahora finalmente usamos la regla de producción $X \rightarrow 0|1$ sustituyendo cada símbolo terminal X por el símbolo no terminal que más convenga hasta obtener la subcadena u, con lo que tendremos finalmente la palabra u,1^n que es una palabra aleatoria tomada del lenguaje. Si n=0 simplemente se aplica al principio $S \rightarrow \epsilon$.