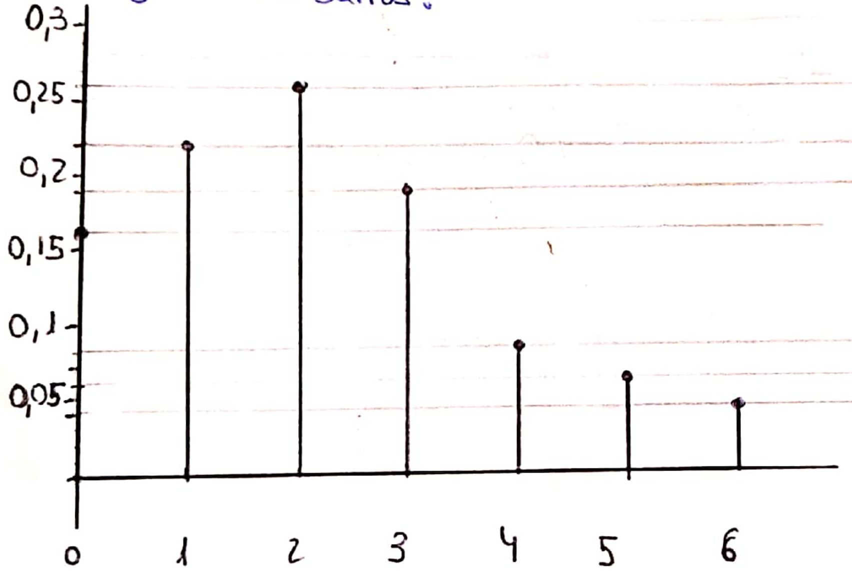
Relación 1

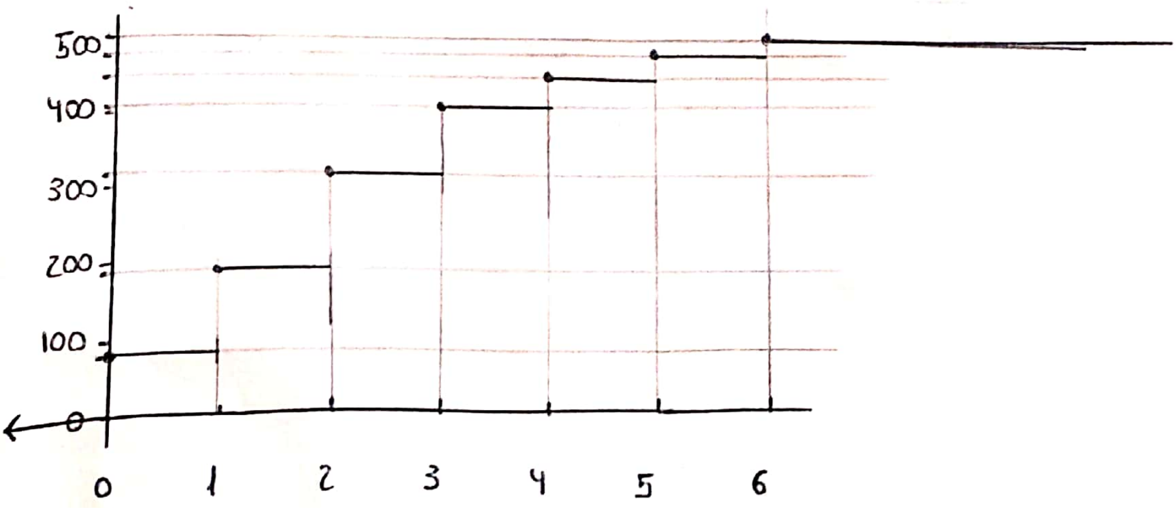
1) a)

X_i	n_i	N_i	f_i
0	80	80	0,16
1	110	190	0,22
2	130	320	0,26
3	90	410	0,18
4	40	450	0,08
5	30	480	0,06
6	20	500	0,04

b) Diagrama de barros:



Curva de distribución:



Por lo tanto se trata de una distribución casi simétrica.

c)

$$\bar{x} = \frac{0\cdot 80 + 1\cdot 110 + 2\cdot 130 + 3\cdot 90 + 4\cdot 40 + 5\cdot 30 + 6\cdot 20}{500} = 2{,}14$$

$M_e = 2$

$M_o = 2$

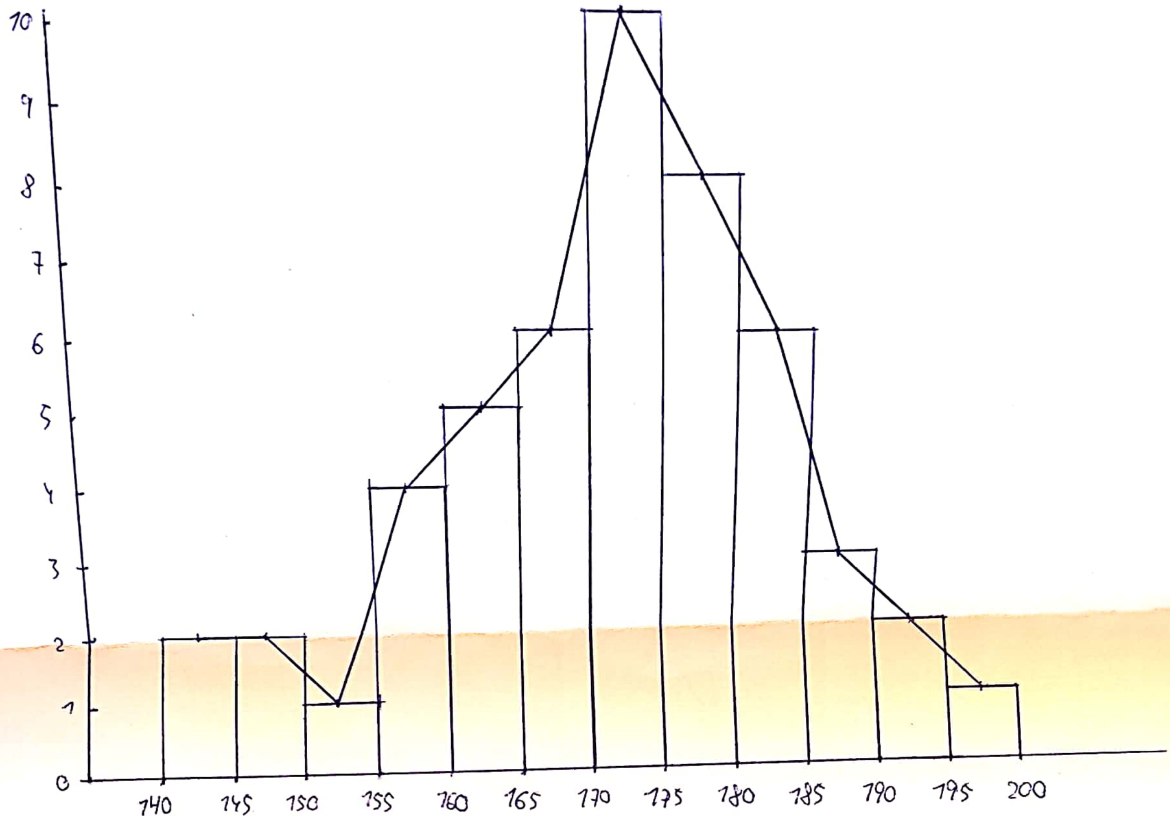
2:

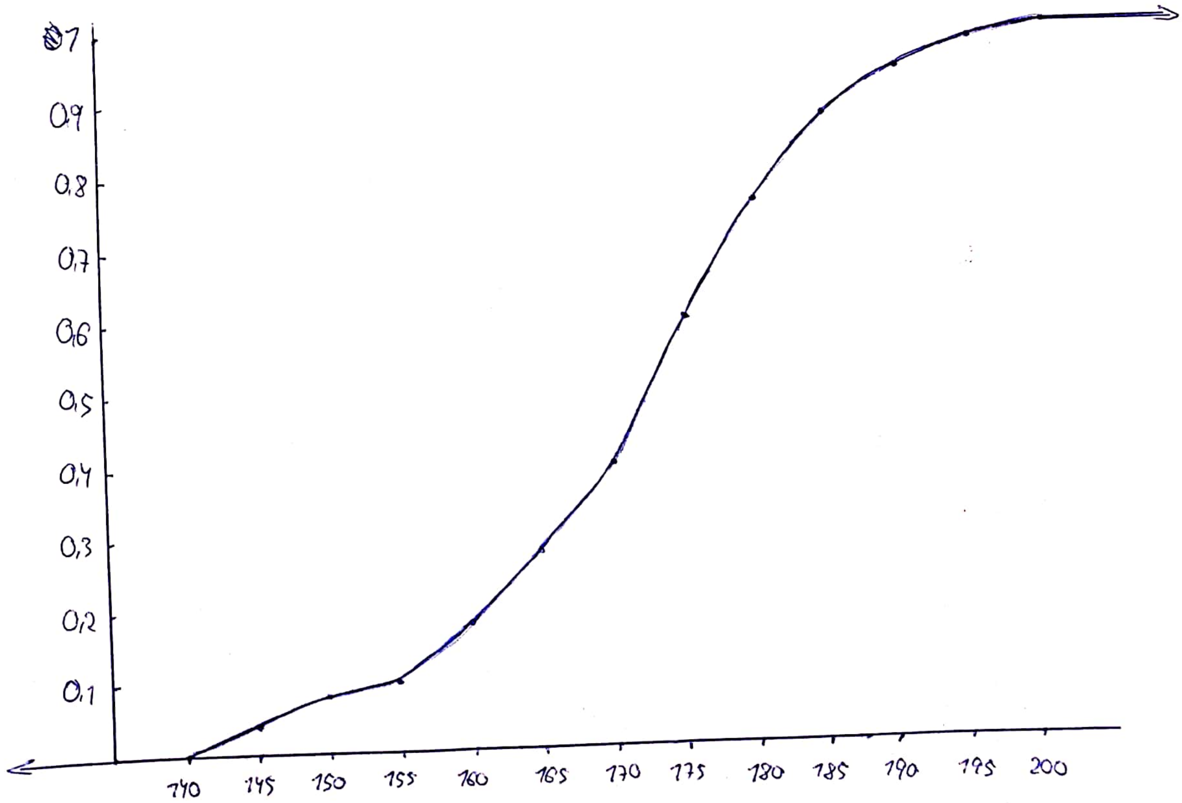
a)

I_i	n_i	N_i	f_i	F_i
[140,145]	2	2	0,04	0,04
[145,150)	2	4	0,04	0,08
[150,155)	1	5	0,02	0,1
[155,160)	4	9	0,08	0,18
[160,165)	5	14	0,1	0,28
[165,170)	6	20	0,12	0,4
[170,175)	10	30	0,2	0,6
[175,180)	8	38	0,16	0,76
[180,185)	6	44	0,12	0,88
[185,190)	3	47	0,06	0,94
[190,195)	2	49	0,04	0,98
[195,200)	1	50	0,02	1
	50			

2:

b)





Scanned by CamScanner

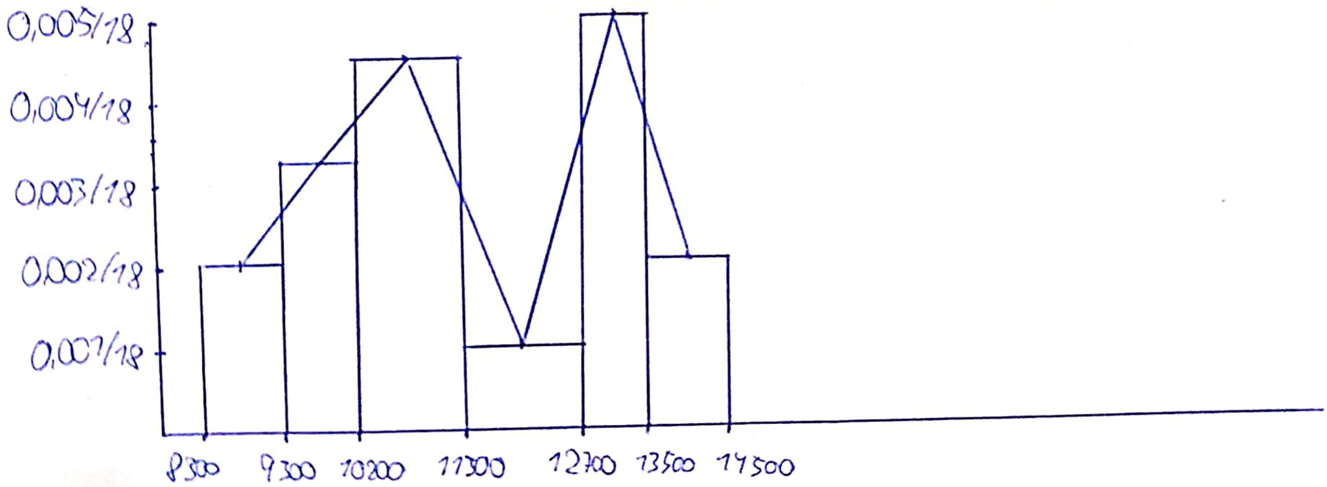
3)

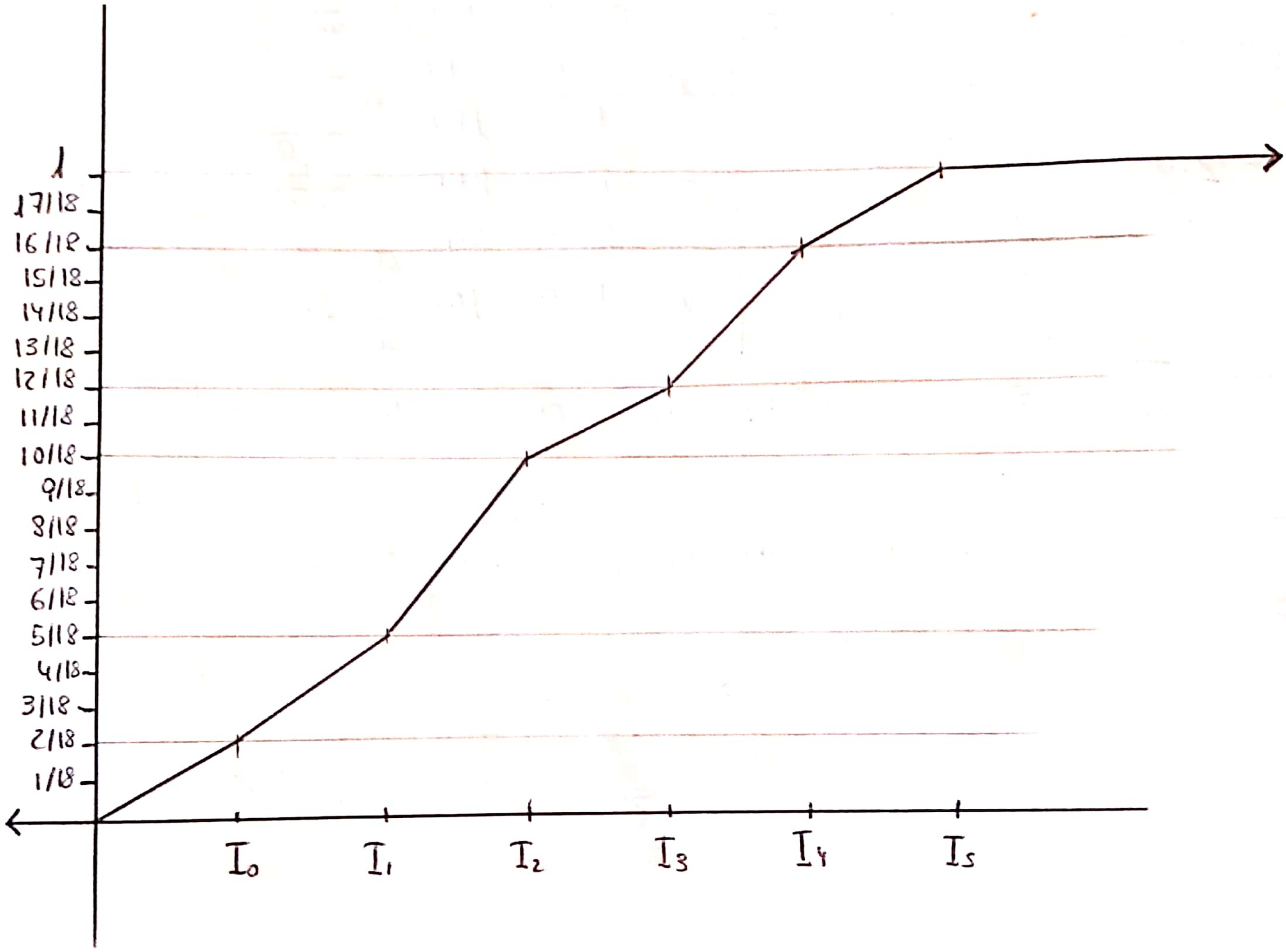
I_i	n_i	N_i	f_i	F_i	c_i	a_i	h_i
[8300,9300]	2	2	$\frac{2}{18}$	$\frac{2}{18}$	8800	1000	$\frac{1}{9000}$
(9300,10200]	3	5	$\frac{3}{18}$	$\frac{5}{18}$	9750	900	$\frac{1}{5400}$
(10200,11300]	5	10	$\frac{5}{18}$	$\frac{10}{18}$	10750	1100	$\frac{1}{3960}$
(11300,12700]	2	12	$\frac{2}{18}$	$\frac{12}{18}$	12000	1400	$\frac{1}{12600}$
(12700,13500]	4	16	$\frac{4}{18}$	$\frac{16}{18}$	13100	800	$\frac{0{,}005}{18}$
(13500,14500]	2	18	$\frac{2}{18}$	1	14000	1000	$\frac{0{,}002}{18}$

c) ~~4 Comu~~ $\sum_{i=0}^{3} n_i = 2+3+5+2 = 12$ Comunidades cumplen esta condición

$\sum_{i=3}^{5} n_i = 2+4+2 = 8$ comunidades cumplen la segunda condición

b)




1
17/18
16/18
15/18
14/18
13/18
12/18
11/18
10/18
9/18
8/18
7/18
6/18
5/18
4/18
3/18
2/18
1/18
I_0
I_1
I_2
I_3
I_4
I_5

④ Nº piezas defectuosas: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Nº de cajas: 6 9 10 11 14 16 16 9 4 3 2

a) $\bar{x} = \frac{1}{100} \cdot \sum_{i=1}^{10} n_i x_i = \frac{1}{100} \cdot (6 \cdot 0 + 9 \cdot 1 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 11 + 4 \cdot 14 + 5 \cdot 16 + 6 \cdot 16 +$

$+ 7 \cdot 9 + 8 \cdot 4 + 9 \cdot 3 + 10 \cdot 2 = 4'36$ piezas defectuosas por caja.

b) Las modalidades que mayor frecuencia absoluta tienen son x_5 y x_6, es decir, 5 y 6 piezas defectuosas.

c) $\frac{n}{2} = 50$

N_i	6	15	25	36	50	66	82	91	95	98	100

$N_i = 50$

Como la frecuencia absoluta acumulada coincide con la de N_5, entonces para obtener la mediana:

$$\frac{x_i + x_{i+1}}{2} \to \frac{x_5 + x_6}{2} = \frac{4+5}{2} = 4'5$$

d) Empezaremos calculando el cuartil 1, que es valor cuya $N_i = \frac{100 \cdot 25}{100} = 25$, es decir, la modalidad cuya frecuencia absoluta acumulada sea 25. Como N_i coincide con x_3, entonces:

$$Q_1 = \frac{x_3 + x_4}{2} = \frac{2+3}{2} = 2'5$$ piezas defectuosas.

Scanned by CamScanner

Repetiremos el proceso con Q_3, ya que

$Me = Q_2 = 4'5$ piezas defectuosas

$$\frac{100 \cdot 75}{100} = 75.$$

$Q_3 = X_5 = 6$ piezas defectuosas

e) Para el cálculo de los deciles haremos de forma simultánea a los cuantiles.

$$N_i = \frac{100 \cdot 3}{10} = 30$$

ninguna modalidad tiene dicha frecuencia absoluta acumulada igual a 30 y tomamos la modalidad que sea inmediatamente superior.

$D_3 = 3$ piezas defectuosas

$\cancel{D_7}$ $N_{i=7} = \frac{100 \cdot 7}{10} = 70$ y repetimos razonamiento

$D_7 = X_6 = 6$ piezas defectuosas

f) Rango o recorrido:

$$R = X_K + X_1 = X_{11} - X_0 = 10 - 0 = 10$$

Ventajas: ~~Se puede analizar cuando es la distancia entre~~ se puede analizar la distancia entre la primera y la última modalidad suponiendo que estas están ordenadas

Inconvenientes: Apenas aporta información.

Recorrido intercuartílico:

$$R_I = Q_3 - Q_1 = 6 - 2'5 = 3'5$$

Proporciona información sobre ~~cual es el valor~~ el tamaño del intervalo en el que se encuentra el 50% de los datos centrales de la distribución.

No proporciona información de los datos que se encuentran fuera del intervalo.

Desviación absoluta media respecto a $\bar{X}$.

$$D_{\bar{X}} = \sum_{i=1}^{n} n_i |x_i - \bar{x}| = 2 \text{ piezas}$$

Lo que indica la distancia media de cualquier valor a la media aritmetica es 2.

Varianza:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} n_i (x_i - \bar{x})^2 = 5'8704 \text{ ~~piez~~ piezas.}$$

Desviación tipica.

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} n_i (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{5'8704} \approx 2'42289 \text{ piezas}$$

defectuosas

Coeficiente de Pearson:

$$CV(x) = \frac{\sigma}{|\bar{x}|} = \frac{\sqrt{5'8704}}{4'36} \approx 0'55571$$

Ventaja: Es una medida de dispersión que no se ve afectada por la media y que permite comparar la dispersión de dos distribuciones.

Desventaja: ~~unas~~ Si las medidas de dispersión son muy elevadas hacen las medidas de centralización poco representativas.

5. Dados las siguientes distribuciones, calcula para cada una de ellas.

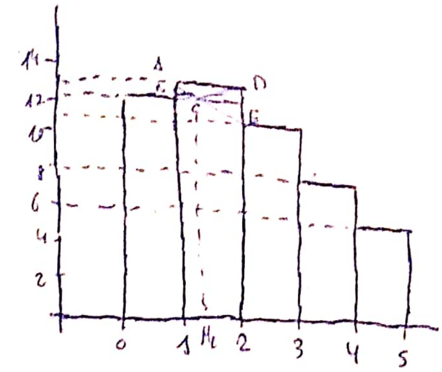
a) Media aritmética, armónica y geométrica

b) El valor más frecuente

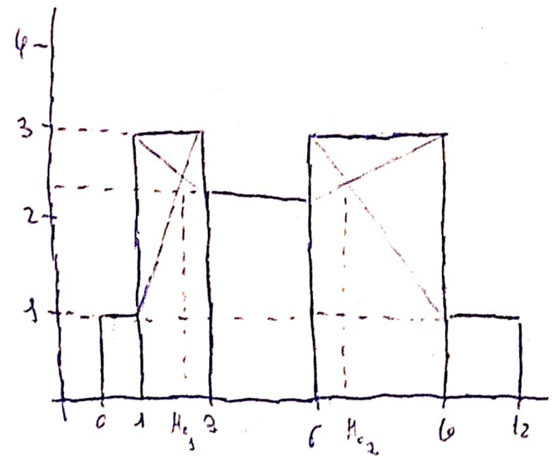
c) El valor superado por el 50 % de las observaciones

d) Recorrido, recorrido intercuartílico y desviación típica. Interpretarlos. ¿Cuál distribución es más homogénea?

$I_i^{(1)}$	$n_i^{(1)}$	N_i	c_i	a_i	h_i
(0,1]	12	12	1/2	1	12
(1,2]	13	25	3/2	1	13
(2,3]	11	36	5/2	1	11
(3,4]	8	44	7/2	1	8
(4,5]	6	50	9/2	1	6
	50				



$I_i^{(2)}$	$n_i^{(2)}$	N_i	c_i	a_i	h_i
(0,1]	1	1	1/2	1	1
(1,3]	6	7	2	2	3
(3,6]	7	14	9/2	3	7/3
(6,10]	12	26	8	4	3
(10,12]	2	28	11	2	1
	28				



Relación de problemas 1

5.

a) Distribución 1:

$$\bar{X} = \frac{12\cdot\frac{1}{2} + 13\cdot\frac{3}{2} + 11\cdot\frac{5}{2} + 8\cdot\frac{7}{2} + 6\cdot\frac{9}{2}}{50} = \boxed{2'16}$$

$$G = \sqrt[50]{\left(\frac{1}{2}\right)^{12}\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{13}\cdot\left(\frac{5}{2}\right)^{11}\cdot\left(\frac{7}{2}\right)^{8}\cdot\left(\frac{9}{2}\right)^{6}} = \boxed{1'6847}$$

$$H = \frac{50}{\frac{12}{\frac{1}{2}} + \frac{13}{\frac{3}{2}} + \frac{11}{\frac{5}{2}} + \frac{8}{\frac{7}{2}} + \frac{6}{\frac{9}{2}}} = \frac{50}{24 + \frac{26}{3} + \frac{22}{5} + \frac{16}{7} + \frac{12}{9}} = \boxed{1'2289}$$

Distribución 2:

$$\bar{x} = \frac{1\cdot\frac{1}{2} + 6\cdot 2 + 7\cdot\frac{9}{2} + 12\cdot 8 + 2\cdot 11}{28} = \boxed{5'7857}$$

$$G = \sqrt[28]{\left(\frac{1}{2}\right)^{1}\cdot(2)^{6}\cdot\left(\frac{9}{2}\right)^{7}\cdot(8)^{12}\cdot(11)^{2}} = \boxed{4'7696}$$

$$H = \frac{28}{\frac{1}{\frac{1}{2}} + \frac{6}{2} + \frac{7}{\frac{9}{2}} + \frac{12}{8} + \frac{2}{11}} = \frac{28}{2 + 3 + \frac{14}{9} + \frac{3}{2} + \frac{2}{11}} = \boxed{3'3991}$$

1) Distribución 1:

$$Mo_{1} = 1 + \frac{13-12}{2\cdot 13 - 12 - 11}\cdot 1 = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3} = \boxed{1'333}$$

(b)
$$Mo_{2,1} = 1 + \frac{3-1}{2\cdot 3 - 1 - \frac{7}{3}}(3-1) = \boxed{2'5}$$

$$Mo_{2,2} = 6 + \frac{3-\frac{7}{3}}{2\cdot 3 - \frac{7}{3} - 1}(10-6) = \boxed{7}$$

c) Distribución 1: Calculamos las respectivas medianas, una por cada distribución:

$\frac{50}{2} = 25 = N_2 \Rightarrow Me = 2$ es el valor superado por el 50% de las observaciones

Distribución 2

$\frac{28}{2} = 14 = N_3 \Rightarrow Me = 6$ es el valor superado por el 50% de las observaciones

d) Distribución 1:

Recorrido: $R = x_8 - x_1 = 5 - 0 = \boxed{5}$

Recorrido intercuartílico: $R_{IC} = Q_3 - Q_1$

$= 3'1875 - 1'0385 = \boxed{2'149}$

$$Q_3 = P_{75} = 3 + \frac{\frac{50\cdot 75}{100} - 36}{8}(4-3) = 3'1875$$

$$Q_1 = P_{25} = 1 + \frac{\frac{50\cdot 25}{100} - 12}{13}(2-1) = 1'0385$$

$$\bar{X} = \frac{12\cdot\frac{1}{2} + 13\cdot\frac{3}{2} + 11\cdot\frac{5}{2} + 8\cdot\frac{7}{2} + 6\cdot\frac{9}{2}}{50} = 2'16$$

Desviación típica: $\sigma = +\sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{12\cdot(\frac{1}{2}-2'16)^2 + 13\cdot(\frac{3}{2}-2'16)^2 + 11\cdot(\frac{5}{2}-2'16)^2 + 8\cdot(\frac{7}{2}-2'16)^2 + 6(\frac{9}{2}-2'16)^2}{50}}$

$= \boxed{1'3207}$

EDSP

Relación de problemas 1

5. d) Distribución 2

$$12-0 \quad \boxed{12}$$

Recorrido: $R = \cancel{x_5} - \cancel{x_1} = \cancel{\frac{11-1}{2}} = \boxed{\cancel{X}}$

$$Q_3 = P_{75} = 6 + \frac{\frac{28\cdot 75}{100} - 14}{12}(10-6) = 8'3333$$

Recorrido intercuartílico: $R_{SC} = Q_3 - Q_1 = 8'3333 - 3 = \boxed{5'3333}$

$$Q_1 = P_{25} = 3$$

$$\bar{x} = \frac{1\cdot\frac{1}{2} + 6\cdot 2 + 7\cdot\frac{9}{2} + 12\cdot 8 + 2\cdot 11}{28} = 5'7857$$

Desviación típica: $\sigma = +\sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{1(\frac{1}{2}-5'7857)^2 + 6(2-5'7857)^2 + 7(\frac{9}{2}-5'7857)^2 + 12(8-5'7857)^2 + 2(11-5'7857)^2}{28}}$

$$= \boxed{2'9198}$$

Probaremos los coeficientes de variación:

Distribución 1:

$$V_1 = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1'3207}{2'16} = 0'6111$$

Distribución 2

$$V_2 = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2'9198}{5'7857} = 0'5047$$

luego la variación de la distribución 2 es menor y, por tanto, es mayor su homogeneidad.

6. Un móvil efectúa un recorrido de 100 km a dos salidas. En uno va a una velocidad constante de $V_1 = 60$ km/h y en el otro va a una velocidad constante de $V_2 = 70$ km/h. Calcular la velocidad media del recorrido.

(~~Sea d la distancia total~~)

$$V_{media} = \frac{esp}{tiempo}$$

El primer recorrido tarda a realizarlo: $t_1 = \frac{100}{60} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$ horas

El segundo recorrido tarda a realizarlo: $t_2 = \frac{100}{70} = \frac{10}{7}$ horas.

En total recorre 200 kms.

$$V_{media} = \frac{\text{espacio total}}{\text{tiempo total}} = \frac{200}{\frac{5}{3} + \frac{10}{7}} = \frac{200}{\frac{35+30}{21}} = \frac{4200}{65} = \boxed{64'615 \ \frac{km}{h}}$$

7 - Como se trata de una variable de valores acumulativos, es conveniente el uso de la media geométrica.

$$G = \sqrt[5]{12 \cdot 10 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5} = 7,591\,\%.$$

8. Un profesor califica a sus alumnos según el criterio siguiente: 40% suspensos, 30% de aprobados, 15% notables, 10% sobresalientes y 5% matrículas. Las notas obtenidas son las siguientes: Calcular las notas mínimas para obtener cada una de las calificaciones.

c_i	Notas	(n_i) Alumnos	N_i	h_i
1	[0,1]	34	34	34
1	(1,2]	74	108	74
1	(2,3]	56	164	56
1	(3,4]	81	245	81
1	(4,5]	94	339	94
1	(5,6]	70	409	70
1	(6,7]	41	450	41
1	(7,8]	28	478	28
1	(8,9]	16	494	16
1	(9,10]	4	498	4
		498		

Hallamos los percentiles:

$$P_{40} = 3 + \frac{\frac{498 \cdot 40}{100} - 164}{81} \cdot 1 = 3 + \frac{199'2 - 164}{81} = \boxed{3'43}$$

La nota máxima del 40% de alumnos suspensos es de 3'43.

$$P_{70} = 5 + \frac{\frac{498 \cdot 70}{100} - 339}{70} \cdot 1 = 5 + \frac{348'6 - 339}{70} = \boxed{5'14}$$

La nota máxima del 30% de aprobados es del 5'14.

$$P_{85} = 6 + \frac{\frac{498 \cdot 85}{100} - 409}{41} = \boxed{6'35}$$

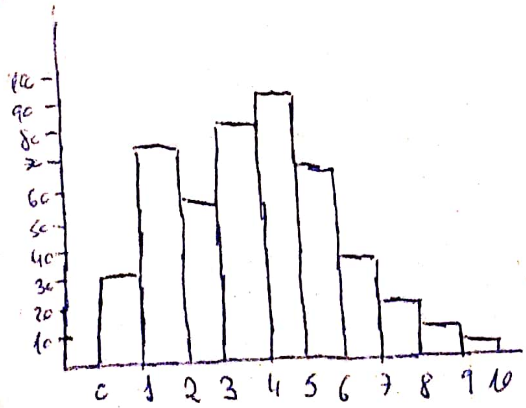
La nota máxima del 15% en notable es de 6'35.

$$P_{95} = 7 + \frac{\frac{498 \cdot 95}{100} - 450}{28} = \boxed{7'825}$$

La nota máxima del 10% en sobresaliente es de 7'825.

$$P_{100} = 9 + \frac{498 - 494}{4} = 9 \cdot 1 = \boxed{10}$$

La nota máxima de 5% en matrículas es de 10.



9)

Altura	(1,55, 1,60]	(1.60, 1.70]	(1.70, 1.80]	(1.80, 1.90]	(1.90, 2.00]
Nº jóvenes	18	31	24	20	17

a) Calcularemos el percentil 3 que es el valor máximo del 3% mínimo de datos. (n= 110)

$$N_i = \frac{110 \cdot 3}{100} = 3{,}3$$ que no coincide con el N_i de ningún I_i

luego

$$P_3 = 1.55 + \frac{\frac{110 \cdot 3}{100} - 0}{18} \cdot (1.60 - 1.55) = 1{,}559$$ es la altura máxima que pueden alcanzar

b) En este caso no podemos calcular el percentil 18 pues el percentil calcula ~~la~~ el máximo valor. En este caso calcularemo el percentil 82 que es a la vez el máximo que alcanzan el 82% inferior de la distribución y el mínimo del 18% superior de la distribución

$$N_i = \frac{110 \cdot 82}{100} = 90{,}2$$ que no coincide con la N_i de ningún I_i

$$P_{82} = 1.80 + \frac{\frac{110 \cdot 82}{100} - 73}{20} \cdot (1.90 - 1.80) = 1{,}886$$ es la altura máxima que alcanza el 82% inferior de la población y la mínima del 18% superior de la población

c) Para este apartado calcularemos el percentil 75 o lo que es igual Q_3.

$$Q_3 = \frac{110 \cdot 75}{100} = \frac{110 \cdot 3}{4} = 82{,}5$$ que tampoco coincide con ningún N_i de ningún

I_i

$$Q_3 = 1.80 + \frac{82{,}5 - 73}{20} \cdot (1.9 - 1.8) = 1{,}8475$$ es la altura buscada

d) Para hallar esto despejaremos la ecuación para calcular el percentil

$$P_r = e_{i-1} + \frac{\frac{n\cdot r}{100} - N_{i-1}}{n_i}\cdot(e_i - e_{i-1})$$

Sabemos que $P_r = 1{,}75$ $e_{i-1} = 1.7$ $e_i = 1.8$ $N_{i-1} = 49$ y $n_i = 24$

$$\left(\frac{P_r - e_{i-1}}{e_i - e_{i-1}}\cdot n_i + N_{i-1}\right)\cdot\frac{100}{n} = r$$ sustituimos y hallamos r

$$\left(\frac{1{,}75 - 1.7}{1.8 - 1{,}7}\cdot 24 + 49\right)\cdot\frac{100}{110} = 55{,}\widehat{45}$$

luego el $55{,}\widehat{45}$ % de los sujetos estudiados miden menos de 1,75 y por tanto el $44{,}\widehat{54}$ % de los sujetos son más altos de 1,75

Ahora calculamos el porcentaje a la población total

$$\cancel{\frac{n\cdot 100}{44{,}54}} = \frac{n\cdot 44{,}54}{100} = 49$$ luego 49 sujetos son miden más que 1,75.

e) Para hacer el cálculo simplemente despejaré las anteriores ecuaciones

$$\frac{110\cdot r}{100} = 11 \Longrightarrow r = \frac{11\cdot 100}{110} = 10$$

Ahora calculamos el P_{10}

$$P_{10} = 1.55 + \frac{\frac{110\cdot 10}{100} - 0}{18}\cdot(1.6 - 1.55) = 1{,}5806$$ es la altura máxima de los 11 jóvenes más bajos

f) Repetimos el proceso para calcular la altura mínima de los 11 más altos.
Para empezar calculamos el percentil en el que la altura del percentil supere la del 99 % de los sujetos estudiados

$$\frac{110 \cdot r}{100} = 99 \Rightarrow r = \frac{99 \cdot 100}{110} = 90$$

A continuación calculamos el percentil 90.

~~P_{90}~~ $N_i = \frac{n \cdot 90}{100} = 99$ no coincide con ningún N_i de ningún I_i

$N_i = 110$
$N_{i-1} = 93$
$e_i = \cancel{1.9}\ 2$
$e_{i-1} = \cancel{2}\ 1.9$

$$P_{90} = 1.9 + \frac{\frac{110 \cdot 90}{100} - 93}{17} \cdot (2 - 1.9) = 1,9353$$ es la altura mínima de los once ~~estudiantes~~ jóvenes más altos

10.-

Edad	n_i	h_i	N_i	c_i	$\left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_x}\right)^3$	$(x_i - \bar{x})^2$	$\frac{n_i(x_i - \bar{x})^2}{n}$
[10,30)	15	0,75	15	20	-6,31	823,69	82,369
(30,40]	22	2	37	35	-0,69	187,69	27,53
[40,50)	48	4,8	85	45	-0,014	13,69	4,38
[50,60]	40	4	125	55	0,067	39,69	10,584
[60,90)	25	0,83	150	75	4,88	697,69	115,282

$\sigma^2 = 270,145$

a) $M_o = 40 + \frac{4,8 - 2,2}{2 \cdot 4,8 - \cancel{2,2} 4} (10) = 47,647$

b)

$150 \cdot 0,35 = 52,5$

$150 \cdot 0,3 = 45$

$150 \cdot 0,35 = 52,5$

[52,5 , 97,5) nº personas

$P_{35\%} = 40 + \frac{52,5 - 37}{48} (10) = 43,23$ Edad mínima

$P_{65\%} = 50 + \frac{97,5 - 85}{40} (10) = 53,125$ Edad máxima

c) $P_{25\%} = 40 + \frac{37,5 - 37}{48} (10) = 40,1$

$\bar{x} = 48,7$

$P_{75\%} = 50 + \frac{112,5 - 85}{40} (10) = 56,875$

$R_I = Q_3 - Q_1 = 56,875 - 40,1 = 16,775$

$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{270,145} = 15,5$

d)

$\gamma_1(X) = 0{,}0907 > 0$ la distribución es asimétrica por la derecha

$P_{10\%} = 30$

$P_{90\%} = 60 + \frac{135 - 125}{25}(30) = 72$

$K = \frac{1}{2}\frac{16{,}775}{72-30} - 0{,}263 = -0{,}0633$ tiene forma (~~platicúrtica~~) mesocúrtica

RELACIÓN I

EDIP

GRUPO BΓ

Mario Rubio Venzal
Manuel Torres Cañero
Antonio José Lara Pérez
Carlos Romero Cruz
Daniel Monjas Miguélez
Hugo Teruel Muñoz