APELLIDOS: .... GRUPO: ....

NOMBRE: .... NIF: .... Nº HOJAS: ......

LMD

Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas

14 de febrero de 2018

1. Demuestre que para todo número natural n, $\sum_{i=0}^{n} i!i = (n+1)! - 1$.

2. Resuelva la relación de recurrencia $u_n = 3u_{n-1} + 10u_{n-2} + 7 \cdot 5^n$ y encuentre la solución particular que cumple $u_0 = 4$ y $u_1 = 3$.

3. Sea $\Gamma \cup \{\alpha, \beta, \gamma\}$ un conjunto de fórmulas del lenguaje proposicional. Demuestre que si $\alpha \vee \beta \in \mathrm{Con}(\Gamma)$ y $\neg\alpha \vee \gamma \in \mathrm{Con}(\Gamma)$, entonces $\beta \vee \gamma \in \mathrm{Con}(\Gamma)$.

4. Haciendo uso del algoritmo de Davis y Putnam, estudie si el siguiente conjunto de cláusulas:

$$\{\neg a \vee c \vee d, \neg b \vee c \vee c, a \vee \neg c \vee d, a \vee d \vee e, \neg a \vee \neg c, \neg a \vee \neg b, \neg a \vee b \vee \neg d, a \vee b \vee \neg d\}$$

   es o no insatisfacible y caso de ser satisfacible, dé una asignación que lo ponga de manifiesto.

5. Determine una expresión de mínimo costo como suma de productos y otra como producto de sumas para la función:

$$f(a,b,c,d) = \sum m(4,6,8,10,11,12,15) + \sum d(3,5,7,9)$$

   y dé el costo de cada una de ellas.

6. Demuestre que para cualesquiera fórmulas de primer orden α y β es cierta la afirmación:

$$\vDash \exists x(\alpha \wedge \beta) \rightarrow ((\exists x\alpha) \wedge (\exists x\beta))$$

   pero que en general **no** es cierta la afirmación:

$$\vDash ((\exists x\alpha) \wedge (\exists x\beta)) \rightarrow \exists x(\alpha \wedge \beta)$$

7. Use el algoritmo de unificación para decidir si son unificables las siguientes fórmulas:

   - $p(g(f(x),u), f(a), g(z, f(y)))$
   - $p(g(f(f(y)), g(v,a)), f(v), g(g(x,b), x))$

   y en caso de serlo, dé un unificador de ambas que sea de máxima generalidad o principal.

8. Demuestre, usando resolución lineal ordenada, que la fórmula

$$\neg\forall x o(x)$$

   es consecuencia de las fórmulas:

   - $\forall x((q(x) \wedge \neg t(x)) \rightarrow s(x))$
   - $\forall x((q(x) \wedge t(x)) \rightarrow (r(x) \vee p(x)))$
   - $\forall x((s(x) \vee r(x) \vee p(x)) \rightarrow \neg o(x)$
   - $\exists x q(x)$