

Dado un vector de enteros, determinar mediante DyV los elementos máximo y mínimo. El vector no está ordenado

0	1	2	3	4	5	6	7
16	54	7	98	2	66	30	14

Divide

16	54	7	98
----	----	---	----

2	66	30	14
---	----	----	----

Divide

16	54
----	----

7	98
---	----

2	66
---	----

30	14
----	----

Caso base

$\text{Max} = 54$; $\text{Max} = 98$
 $\text{Min} = 16$; $\text{Min} = 7$

$\text{Max} = 66$; $\text{Max} = 30$
 $\text{Min} = 2$; $\text{Min} = 14$

$\text{Max} = \text{Max}(54, 98) = 98$

$\text{Min} = \text{Min}(16, 7) = 7$

$\text{Max} = \text{Max}(66, 30) = 66$

$\text{Min} = \text{Min}(2, 14) = 2$

$\text{Max} = \text{Max}(98, 66) = 98$

$\text{Min} = \text{Min}(7, 2) = 2$

Solución

98	2
Max	Min

Idea:

Caso base: Si solo tenemos 2 números a comparar el máximo será el mayor y el mínimo el menor.
Si solo tenemos 1 número, será tanto el max como el min

Dividir:

Se divide el vector en 2 subvectores de "igual" tamaño

Combinar:

Máximo = mayor (máximo subvector 1, máximo subvector 2)

Mínimo = menor (mínimo subvector 1, mínimo subvector 2)

```
void calculaMaxMin (vector &vector, int max, min,
                    int inf, sup);
{
    int medio, max1, max2, min1, min2;
```

```
    if (sup - inf) ≤ 1
```

CASO BASE:

```
    else
```

```
        { medio = (inf + sup) / 2;
```

```
          calculaMaxMin (vector, max1, min1, inf, medio)
```

```
          calculaMaxMin (vector, max2, min2, medio + 1, sup);
```

```
          max = maximo (max1, max2);
```

```
          min = minimo (min1, min2);
```

```
        }
```

```
    }
```


Dado un vector de enteros de tamaño N , diseñar un algoritmo DyV para determinar la longitud de la secuencia estrictamente creciente más larga

3	2	7	4	8	4	6	7	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Dado un vector que contiene secuencias de números enteros, diseñar un algoritmo DyV que determine la longitud de la secuencia más larga de una determinada clave k

6	6	4	4	4	4	4	6	6	6	6	6	3	3	3	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Dado un vector de enteros de tamaño N , diseñar un algoritmo DyV que determine la posición dentro del vector, si existe, de 2 elementos consecutivos que tengan el mismo signo y que su suma (en valor absoluto) sea máxima

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	-2	20	-20	2	3	-3	-10	2	3	4

Devolvería 6 \rightarrow elementos -3, -10, suma 13

Trasposición de una matriz usando Dyv

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

 →

1	5	9	13
2	6	10	14
3	7	11	15
4	8	12	16

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

1	5
2	6

3	7
4	8

1	5	9	13
2	6	10	14
3	7	11	15
4	8	12	16

9	13
10	14

11	15
12	16

Idea:

Se intercambian los valores que NO están en la diagonal principal

Dividir

se divide la matriz en 4 submatrices de igual tamaño, disponiendo cada una de ellas

Combinar:

Intercambiar las dos submatrices que NO están en la diagonal principal

Caminos más cortos desde un nodo a los demás. (Algoritmo de Dijkstra)

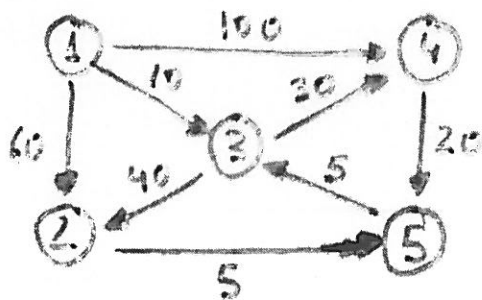
Suponemos un grafo dirigido y ponderado con pesos no negativos, cuyos nodos están numerados: $0, \dots, n-1$. Su matriz de costes es C , de tal modo que $C[i, j]$ indica el coste de ir desde el nodo i al nodo j . Si no existe ese lado, el coste es ∞ .

- S: Conjunto de vértices $\{v\}$ para los que conocemos el camino mínimo de 0 a v .
D: Vector que almacena en la posición v , el coste de viajar desde 0 a v , pasando sólo por nodos de S.
P: Vector de nodos, tal que $P[v]$ es el nodo anterior a v en el camino desde 0 a v .

```
1: S = {0};
2: para (i = 1; i < n; i++)
3:     D[i] = C[0, i];
4:     P[i] = 0;
5: para (i = 0; i < n-1; i++)
6:     Escoger un vértice  $w \in V - S$  tal que
       D[w] es un mínimo;
7:     insertar(S, w);
8:     para (cada vértice  $v \in V - S$ )
9:         si ( $D[w] + C[w, v] < D[v]$ )
10:            D[v] = D[w] + c[w, v];
11:            P[v] = w;
```

- Eficiencia: Matriz de Adyacencia: $O(n^2)$
Lista de Adyacencia: $O(a \log n)$
- El algoritmo es un ejemplo de Técnica "voraz" (Greedy).
- Ejemplo de aplicación: planificación de vuelos.

EJEMPLO



ENCONTRAR CAMINOS MÍNIMOS DEL
VERTICE 1 A LOS DEMÁS

INICIALMENTE

$$S = \{1\}$$

$$D[2] = 60; \boxed{D[3] = 40}; D[4] = 100; D[5] = \infty$$

$$P[i] = 1 \quad \forall i$$

ITERATION 1

$$V - S = \{2, 3, 4, 5\} \quad w = 3 \Rightarrow S = \{1, 3\} \Rightarrow V - S = \{2, 4, 5\}$$

$$D[2] = \min(D[2], D[3] + c[3, 2]) = \min(60, 50) = 50 \Rightarrow P[2] = 3$$

$$D[4] = \min(D[4], D[3] + c[3, 4]) = \min(100, 40) = 40 \Rightarrow P[4] = 3$$

$$D[5] = \min(D[5], D[3] + c[3, 5]) = \min(\infty, \infty) = \infty$$

$$D[2] = 50; \boxed{D[4] = 40}; D[5] = \infty; P[2] = 3; P[4] = 3; P[5] =$$

ITERATION 2

$$V - S = \{2, 4, 5\} \quad w = 4 \Rightarrow S = \{1, 3, 4\} \Rightarrow V - S = \{2, 5\}$$

$$D[2] = \min(D[2], D[4] + c[4, 2]) = \min(50, \infty) = 50; P[2] = 3$$

$$D[5] = \min(D[5], D[4] + c[4, 5]) = \min(\infty, 60) = 60; P[5] = 4$$

$$\boxed{D[2] = 50}; D[5] = 60; P[2] = 3; P[5] = 4;$$

ITERATION 3

$$V - S = \{2, 5\} \quad w = 2 \Rightarrow S = \{1, 3, 4, 2\} \Rightarrow V - S = \{5\}$$

$$D[5] = \min(D[5], D[2] + c[2, 5]) = \min(60, 55) = 55; P[5] = 2;$$

$$\boxed{D[5] = 55}; P[5] = 2$$

FINALMENTE

$$w = 5 \Rightarrow S = \{1, 3, 4, 2, 5\} \rightarrow \text{FIN}$$

CAMINO DE 1 A 5

$$P[5] = 2 \rightarrow P[2] = 3 \rightarrow P[3] = 1 \rightarrow \boxed{(1, 3, 2, 5)} \quad \text{COSTO } 55$$

