

Doble Grado en Informática y Matemáticas

Ejercicios de Cálculo I – Relación 1 - Desigualdades (para hacer en clase)

1. Estudia los intervalos en los que un trinomio de segundo grado, $p(x) = ax^2 + bx + c$, es positivo o negativo. Debes considerar todos los casos posibles según que el trinomio tenga raíces reales o no.
2. Calcula para qué valores de $x \in \mathbb{R}$ se verifica que $x^4 - 7x^2 + 2 > 3x^3 - 7x$.
3. Calcula los valores de $x \in \mathbb{R}$ para los que se verifica que $\frac{x^3 - 33}{x^2 - 2x - 4} \geq 6$.
4. Calcula para qué valores de x se verifica la desigualdad $|x + 1| + |x^2 - 3x + 2| < 4$.
5. Calcula para qué valores de $x \in \mathbb{R}$ se verifica que $\left| \frac{x - 2}{x^2 - 2x - 1} \right| > \frac{1}{2}$.
6. Calcula para qué valores de $x \in \mathbb{R}$ se verifica que

$$|x^2 + 3x - 9| = |x^2 + x - 6| + |2x - 3|.$$

7. Supuesto que $0 < a < b$, calcula para qué valores de $x \in \mathbb{R}$ se verifica la desigualdad

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{a + b - x} < \frac{1}{a} + \frac{1}{b}.$$

8. Prueba cada una de las siguientes desigualdades y estudia, en cada caso, cuándo se da la igualdad.

$$\text{a) } 2xy \leq x^2 + y^2, \quad \text{b) } 4xy \leq (x + y)^2, \quad \text{c) } x^2 + xy + y^2 \geq 0.$$