

## Doble Grado en Informática y Matemáticas

### Ejercicios de Cálculo I – Relación 2 - Supremo e ínfimo. Inducción matemática. (para hacer en casa)

1. Sean  $A$  y  $B$  conjuntos no vacíos y mayorados de números reales positivos. Definamos:

$$C = \left\{ \frac{1}{a^2 + b} : a \in A, b \in B \right\}$$

Calcula el extremo inferior de  $C$ . ¿Qué pasa si alguno de los conjuntos  $A$  o  $B$  no está mayorado?

2. Sean  $A$  y  $B$  conjuntos no vacíos y mayorados de números reales positivos. Prueba que el conjunto

$$C = \{ab - c^2 : a \in A, b \in B, c \in B\}$$

está mayorado y calcula su supremo.

3. Prueba, usando el principio de inducción matemática, que para todo número natural  $n \in \mathbb{N}$  se verifica que:

$$\frac{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots (2n)}{5 \cdot 7 \cdot 9 \cdots (2n+3)} < \frac{2}{(n+1)\sqrt{2n+4}}$$

4. Sea  $A$  un conjunto denso en  $\mathbb{R}$ . Prueba que la intersección de  $A$  con cualquier intervalo abierto no vacío es un conjunto infinito.

Para entregar el lunes 29 de octubre.