

Pràctica 1: Aritmètica

1. Criteris de Divisibilitat (3 punts)

- (a) Criteri del 9. Un nombre és divisible per 9 si la suma de les seves xifres també és divisible per 9. Si no sabem si el resultat és múltiple de 9, aleshores podem repetir el procés de sumar les xifres del resultat. Escriuiu una funció que retorni True si un nombre és divisible per 9 usant l'anterior criteri. Per a implementar aquesta funció no podeu utilitzar cap altra funció o criteri que indiqui la divisibilitat (e.g. mòdul).
- (b) Criteri de l'11. Un nombre és divisible per 11 començant per la xifra més a la dreta i anant cap a l'esquerra anirem restant i sumant alternativament les xifres. Si el resultat final és zero o un múltiple d'11, el nombre original també ho serà. Si no sabem si el resultat és múltiple d'11, aleshores podem repetir el procés. (És possible que durant el càlcul s'obtinguin nombres negatius.) Escriuiu una funció que retorni True si un nombre és divisible per 11 usant l'anterior criteri. Per a implementar aquesta funció no podeu utilitzar cap altra funció o criteri que indiqui la divisibilitat (e.g. mòdul).

2. Algoritme d'Euclides (3.5 punts)

- (a) Implementeu la funció `EuclidesMCD(m, n)` que calculi el màxim comú divisor de dos enters utilitzant l'algoritme d'Euclides.
- (b) Dos nombres són coprimers si el seu màxim comú divisor és 1. Si escollim dos nombres a l'atzar, quina és la probabilitat que siguin coprimers?
Utilitzant la funció `EuclidesMCD(m, n)`, feu una estimació d'aquesta probabilitat. Per això, construïu M parelles d'enters (m, n) amb $m, n \in [1..N]$ i on M serà la mida de la mostra i N el valor màxim que poden prendre els enters aleatoris (`randint()`).
- (c) Feu diverses estimacions de la probabilitat. S'observa alguna tendència?
Imagineu que en un casino tenen un joc en el qual esculls dos enters aleatoris. Si són coprimers perdeu 5 euros i si no en guanyeu 5. Jugaríeu una partida? I cent partides?

3. Funció d'Euler (3.5 punts)

- (a) Usant la funció `EuclidesMCD`, creeu la funció `PhiEuler(n)` la qual retorni el valor de $\phi(n)$, on ϕ és la funció d'Euler.
- (b) Implementeu l'algoritme de multiplicar i elevar.
- (c) Utilitzant les dues funcions anteriors calculeu l'invers de 96 a \mathbb{Z}_{191} .