MÓDULO I
SISTEMAS OPERATIVOS Y APLICACIONES INFORMÁTICAS

Lógica

- La lógica es la parte de las matemáticas que se ocupa de las reglas del razonamiento.
- Un enunciado o proposición es una frase declarativa que expresa algo de manera que podamos decir si es verdadero o falso.

Negación	**no**	$\neg$
Conjunción	**y**	$\wedge$
Disyunción	**o**	$\vee$
Condicional	**si...entonces**	$\rightarrow$
Bicondicional	**si y sólo si**	$\leftrightarrow$

Lógica – ejercicio / ejemplo

- Sean las proposiciones:
  - p = “Hace frío”
  - q = “Llueve”

expresar en lenguaje simbólico

- No hace frío $\neg p$
- Hace frío y llueve $p \wedge \mathbf{q}$
- Hace frío o llueve $p \vee \mathbf{q}$
- Llueve o no hace frío $q \vee \neg p$
- No hace frío y no llueve $\neg p \wedge \neg \mathbf{q}$
- No es verdad que no llueve $\neg(\neg \mathbf{q}) = \mathbf{q}$

Tablas de verdad

negación (¬, not, !)

p	$\neg p$
true	false
false	true

conjunción (∧, and, &)

p	q	$p \wedge q$
true	true	true
true	false	false
false	true	false
false	false	false

disyunción (∨, or, |)

p	q	$p \vee q$
true	true	true
true	false	true
false	true	true
false	false	false

condicional (→)

p	q	$p \rightarrow q$
true	true	true
true	false	false
false	true	true
false	false	true

bicondicional (↔)

p	q	$p \leftrightarrow q$
true	true	true
true	false	false
false	true	false
false	false	true

Equivalencia lógica (≡)

- Dos proposiciones compuestas p y q son lógicamente equivalentes cuando tienen la misma tabla de verdad.

$$\boldsymbol{p \equiv q}$$

Ejemplo

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

$p \rightarrow q$
V
F
V
V

$\neg p$
F
F
V
V

$\neg p \vee q$
V
F
V
V

$$\boldsymbol{p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q}$$

Álgebra de proposiciones

Idempotentes	$p \vee p \equiv p$	$p \wedge p \equiv p$
Asociativas	$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$	$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$
Conmutativas	$p \vee q \equiv q \vee p$	$p \wedge q \equiv q \wedge p$
Distributivas	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
De identidad	$p \vee F \equiv p$ $p \vee V \equiv V$	$p \wedge V \equiv p$ $p \wedge F \equiv F$
Involutiva o de doble negación	$\neg(\neg p) \equiv p$	
Del complementario	$p \vee \neg p \equiv V$ $\neg V \equiv F$	$p \wedge \neg p \equiv F$ $\neg F \equiv V$
De Morgan	$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$	$\neg(p \wedge q) \equiv (\neg p) \vee (\neg q)$

Razonamientos y reglas de inferencia

Un razonamiento es el proceso consistente en partir de un grupo de proposiciones (llamadas hipótesis o premisas) y obtener como resultado otra proposición (la conclusión).

$$\boldsymbol{P1}, \boldsymbol{P2}, \dots, \boldsymbol{Pn} \ \Rightarrow \boldsymbol{Q}$$

$$\boldsymbol{P1}, \boldsymbol{P2}, \dots, \boldsymbol{Pn} \ son\ las\ premisas\ y\ \boldsymbol{Q}\ la\ conclusión$$

Un razonamiento es correcto o válido si se cumple que cuando las premisas ***P1, P2,….., Pn*** son verdaderas, también lo es la conclusión ***Q***.

En este caso, decimos que ***P1, P2,….., Pn*** implican lógicamente ***Q***.

Un razonamiento no válido se llama falacia.

Razonamientos y reglas de inferencia (ejemplo)

Jorge tiene frío o tiene fiebre. Si Jorge tiene fiebre va al Médico. Jorge no va al Médico. Luego Jorge tiene frío.

Paso 1: formalizar el razonamiento

p = “Jorge tiene frío”
q = “Jorge tiene fiebre”
r = “Jorge va al médico”

Premisa 1: Jorge tiene frío o tiene fiebre: $p \vee q$
Premisa 2: Si Jorge tiene fiebre va al Médico: $q \rightarrow r$
Premisa 3: Jorge no va al Médico: $\neg r$
Conclusión: Jorge tiene frío: p

$$\begin{array}{l} \mathrm{p} \vee q \\ q \rightarrow r \\ \neg r \\ \hline p \end{array}$$

Razonamientos y reglas de inferencia (ejemplo)

Paso 2: Crear la tabla de verdad

p	q	r	$p \vee q$	$q \rightarrow r$	$\neg r$	p
V	V	V	V	V	F	V
V	V	F	V	F	V	V
V	F	V	V	V	F	V
V	F	F	V	V	V	V
F	V	V	V	V	F	F
F	V	F	V	F	V	F
F	F	V	F	V	F	F
F	F	F	F	V	V	F

$$\begin{array}{l} p \vee q \\ q \rightarrow r \\ \neg r \\ \hline p \end{array}$$

Paso 3:

Buscar en la tabla las líneas donde todas las premisas sean verdaderas.
Si en todas esas líneas la conclusión es verdadera, el razonamiento será **válido**.
Si al menos en una de esas líneas la conclusión es falsa, será una **falacia**.

Razonamientos y reglas de inferencia (ejemplo)

Paso 2: Crear la tabla de verdad

p	q	r	$p \vee q$	$q \rightarrow r$	$\neg r$	p
V	V	V	V	V	F	
V	V	F	V	F		
V	F	V	V	V	F	
V	F	F	V	V	V	V
F	V	V	V	V	F	
F	V	F	V	F		
F	F	V	F			
F	F	F	F			

$$
\begin{array}{l}
p \vee q \\
q \rightarrow r \\
\neg r \\
\hline
p
\end{array}
$$

Paso 3:

Buscar en la tabla las líneas donde todas las premisas sean verdaderas.
Si en todas esas líneas la conclusión es verdadera, el razonamiento será **válido**.
Si al menos en una de esas líneas la conclusión es falsa, será una **falacia**.

Conjuntos

- Es una **colección** bien definida de objetos.
- Estos objetos se denominan **elementos** del conjunto.
- Para indicar si un elemento x está en un conjunto A se indica

$x \in A$ **x** pertenece a **A**

o $x \notin A$ **x** NO pertenece a **A**

- Para que un conjunto esté bien definido debe ser posible discernir si un elemento arbitrario está o no en él.

Conjuntos

- Los conjuntos se pueden determinar por **extensión** (detallando los elementos de forma explícita) o por **comprensión** (indicando las propiedades que caracterizan a sus elementos).
- También se pueden determinar gráficamente.

Explícita

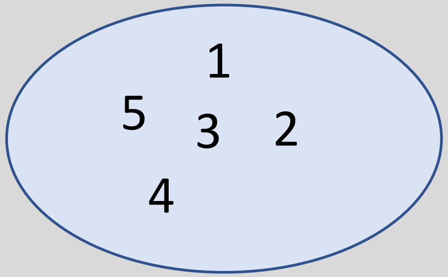
$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

Implícita

$A = \{\text{números naturales del 1 al 5}\}$

$A = \{x \;/\; x \in \mathbb{N} \wedge x \leq 5\}$

Diagrama de Venn



Conjuntos

- **Cardinal de un conjunto: card(A).** Número de elementos que posee. Puede ser infinito.
- **Conjunto universal: U**. Conjunto de todos los elementos que entran en consideración para un determinado problema.

Conjunto vacío

$\emptyset$

Inclusión

$$\left.\begin{array}{l} A = \{1, 2, 3, 4, 5\} \\ B = \{5, 2\} \end{array}\right\} \begin{array}{l} B \subset A \text{ o } B \subseteq A \\ A \supset B \text{ o } A \supseteq B \end{array}$$

B es un subconjunto de A

$$\left.\begin{array}{l} A = \{1, 2, 3, 4, 5\} \\ B = \{6, 2\} \end{array}\right\} \begin{array}{l} B \not\subset A \text{ o } B \nsubseteq A \\ A \nsupseteq B \text{ o } A \not\supset B \end{array}$$

$\forall A:\ \emptyset \subset A \subset U$

$\forall A: A \subset A$

$Si\ A \subset \mathrm{B}\ \mathrm{y}\ \mathrm{B} \subset C \implies A \subset C$

$A = \mathrm{B} \iff \mathrm{A} \subset B\ y\ B \subset A$

Conjuntos
Ejercicio: definir por extensión

$\boldsymbol{A = \{x \in N \ / \ 3 < x \leq 12\}}$

$\boldsymbol{A = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}}$

$\boldsymbol{B = \{x \in N \ / \ x \ es \ impar \ \wedge \ x < 9\}}$

$\boldsymbol{B = \{1, 3, 4, 5, 7\}}$

$\boldsymbol{C = \{x \in N \ / \ x^2 - 3x + 1 = 0\}}$

$\boldsymbol{C = \{\emptyset\}}$

D$\boldsymbol{= \{x \ / \ x > 0 \wedge 4 + x = 3\}}$

D$\boldsymbol{= \emptyset}$

E$\boldsymbol{= \{2x - 1 \ / \ x \in N\}}$

E$\boldsymbol{= \{1, 3, 5, 7, \ldots\}}$

Conjuntos
Ejercicio: definir por compresión

$\boldsymbol{A = \{4, 9, 16, 25, 36\}}$

$\boldsymbol{A = \{x^2 / x \in N \wedge 2 \leq x \leq 6\}}$

$\boldsymbol{C = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\}}$

$\boldsymbol{C = \{2^x \;/\; x \in N_0 \wedge x \leq 5\}}$

$\boldsymbol{B = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}}$

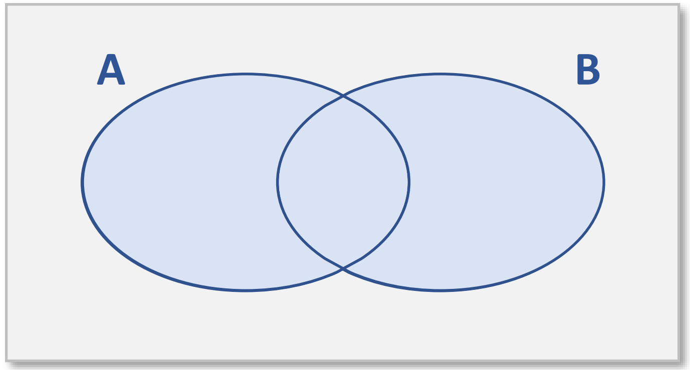
$\boldsymbol{B = \{x \epsilon Z \;/\; -3 \leq x \leq 3\}}$

D$\boldsymbol{= \{2, 4, 6, 8\}}$

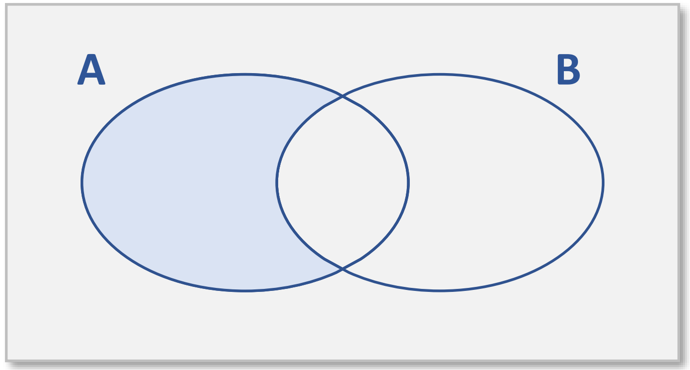
D $\boldsymbol{= \{2x \;/\; x \in N \wedge x \leq 4\}}$

Operaciones de Conjuntos

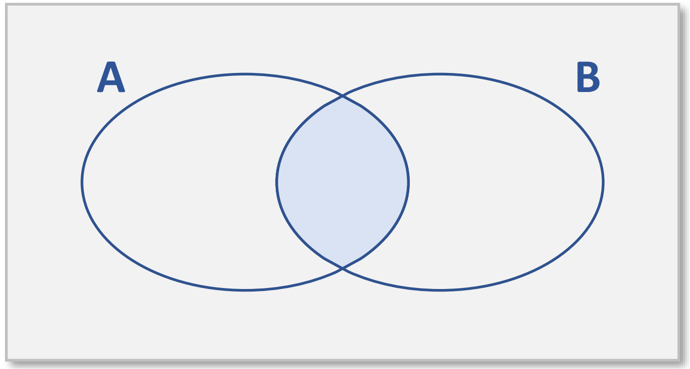
Unión: $A \cup B = \{x \,/\, x \in A \vee x \in B\}$



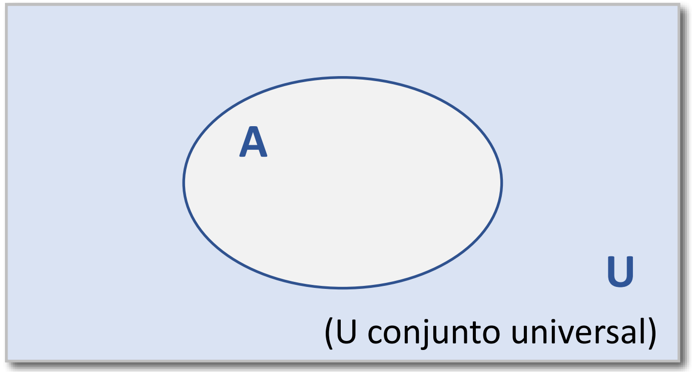
Diferencia: $A - B = \{x \,/\, x \in A \wedge x \notin B\}$



Intersección: $A \cap B = \{x \,/\, x \in A \wedge x \in B\}$

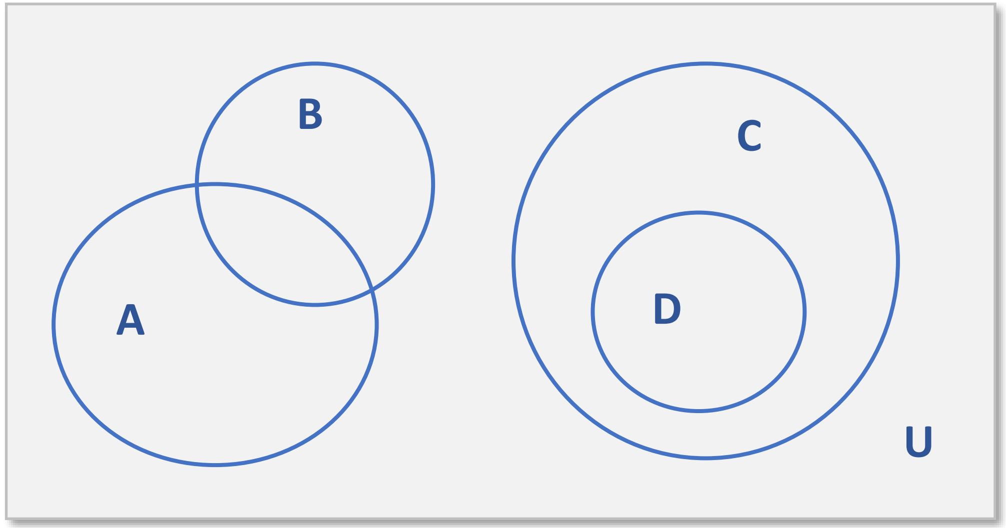


Complemento: $A^C = \{x \,/\, x \notin A\}$



Operaciones de Conjuntos. ejercicio

Dados U, A, B, C Y D



1- $\boldsymbol{A \cup B, A \cup C, B \cup D, C \cup D}$

2- $\boldsymbol{A \cap B, C \cap D, B \cap C}$

3- $\boldsymbol{A^C, C^C}$

4- $\boldsymbol{A - B, C - D}$

Bases numéricas

• Base decimal	12	(0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)
• Base binaria	1100	(0,1)
• Base Hexadecimal	C	(0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F)
• Base Octal	14	(0,1,2,3,4,5,6,7)

Sistemas numéricos
Conversión decimal a binario

$$
\begin{array}{l}
139 \;\lfloor\, 2 \\
1 \quad 69 \;\lfloor\, 2 \\
\quad 1 \quad 34 \;\lfloor\, 2 \\
\quad\quad 0 \quad 17 \;\lfloor\, 2 \\
\quad\quad\quad 1 \quad 8 \;\lfloor\, 2 \\
\quad\quad\quad\quad 0 \quad 4 \;\lfloor\, 2 \\
\quad\quad\quad\quad\quad 0 \quad 2 \;\lfloor\, 2 \\
\quad\quad\quad\quad\quad\quad 0 \quad 1
\end{array}
$$

$$139_{10} = 10001011_2$$

Sistemas numéricos
Conversión decimal a hexadecimal

$$\begin{array}{r|l} 139 & 16 \\ \hline 11 & 8 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 8 & 16 \\ \hline 8 & 0 \end{array}$$

11=B

$$139_{10} = 10001011_2 = 8B_{16}$$

Sistemas numéricos
Conversión a decimal

$$\mathbf{139_{10} = 10001011_2 = 8B_{16}}$$

1	0	0	0	1	0	1	1
$2^7 \times 1 = 128$	$2^6 \times 0 = 0$	$2^5 \times 0 = 0$	$2^4 \times 0 = 0$	$2^3 \times 1 = 8$	$2^2 \times 0 = 0$	$2^1 \times 1 = 2$	$2^0 \times 1 = 1$

$$\mathbf{128 + 8 + 2 + 1 = 139}$$

8	B
$16^1 \times 8 = 128$	$16^0 \times B = 11$

$$\mathbf{128 + 11 = 139}$$

Por qué Hexa y Octal

Binario	0000	1111
Hexa	0	F
Binario	000	111
Octal	0	7

- Binario 1010 0011
- Hexa A 3

$10100011_2 = A3_{16} = 163_{10}$

- Binario 101 110
- Octal 5 6

$101110_2 = 56_8 = 46_{10}$

Por qué Hexa y Octal

Con 4 dígitos binarios

• Binario	0000	1111
• Decimal	0	15
• Hexa	0	F

• Binario 1010 0011

• Hexa A 3

$$10100011_2 = A3_{16} = 163_{10}$$

Con 3 dígitos binarios

• Binario	000	111
• Decimal	0	7
• Octal	0	7

• Binario 101 110

• Octal 5 6

$$101110_2 = 56_8 = 46_{10}$$

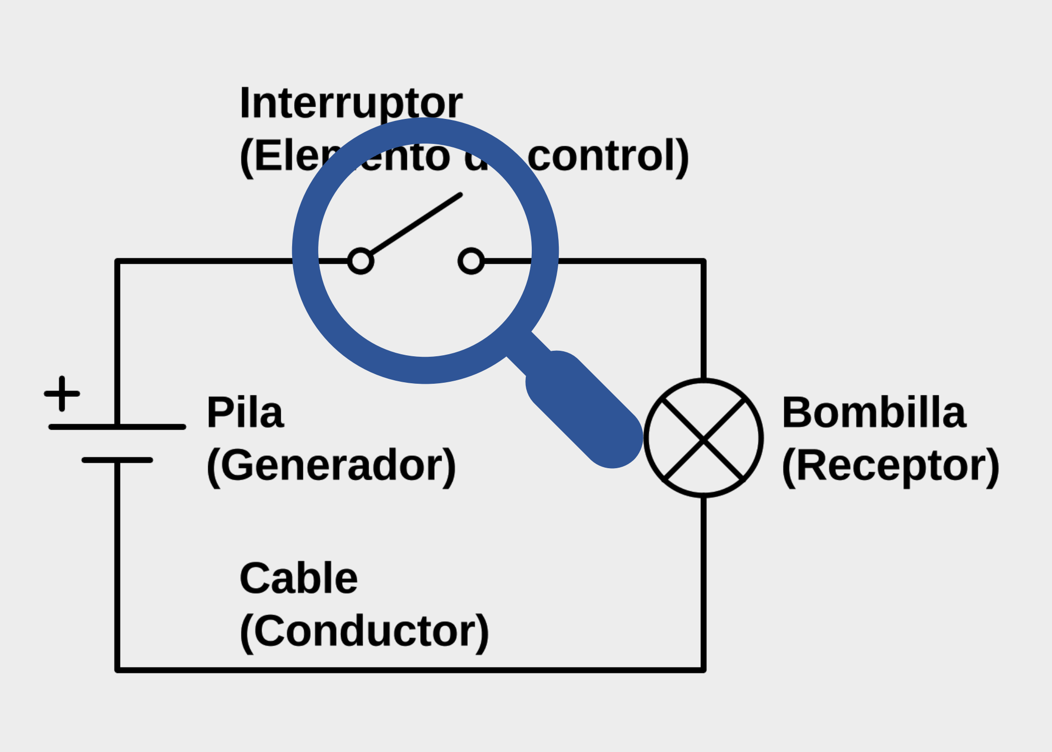
Álgebra de variables lógicas

- En 1938, Claude E. Shanon desarrolló la aplicación del cálculo lógico de enunciados a problemas de construcción y análisis de redes eléctricas.

- A partir de entonces, el Álgebra de Boole se ha utilizado en el diseño de circuitos lógicos de las computadoras, pues permite simplificar las conexiones físicas reduciendo el hardware y consiguientemente el espacio necesario para alojarlo.

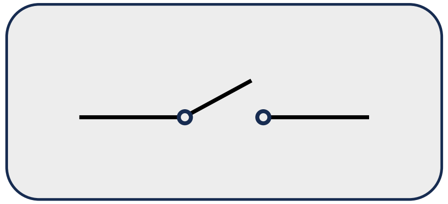
Álgebra de variables lógicas

Circuito eléctrico

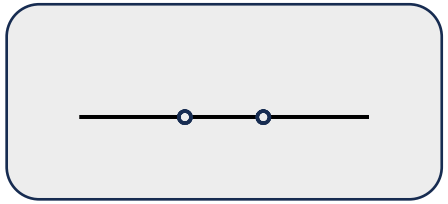


Álgebra de variables lógicas

Interruptor abierto



Interruptor cerrado



- Es un dispositivo de 2 estados.

Interruptor: **cerrado/abierto**

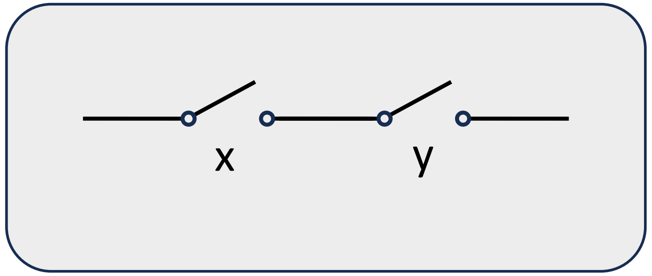
Cable: **pasa corriente/no pasa corriente**

Proposiciones: **verdadero/falso**

abierto, no, falso	**cerrado, si, verdadero**
0	**1**

Variables lógicas - operaciones

Interruptores en serie

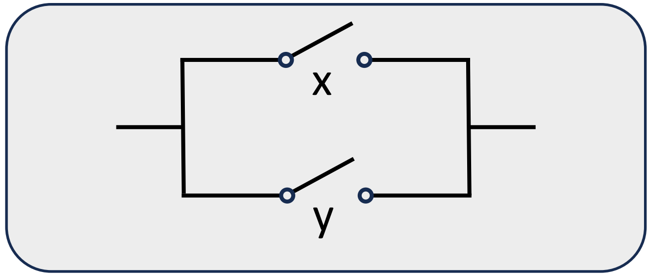


x . y

producto

x	y	x.y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Interruptores en paralelo



x + y

suma

x	y	x+y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

1 + 1 = 1

- x, y son variables lógicas o variables booleanas.
- Equivalencia entre

  . con ∧ y + con ∨
- Complemento:

  Si $x = 0$ $\overline{x} = 1$

  Si $x = 1$ $\overline{x} = 0$

Funciones lógicas

- Una función lógica es una expresión en la que aparecen variables y operaciones lógicas.

- Ejemplos:

a) $f(x, y, z) = x\,\overline{z} + y$

b) $g(x, y) = x\,y + \overline{x}\,(x + y)$

Si para la función f del punto a), $x = 0$, $y = 1$ y $z = 0$
$f(x, y, z) = x\,\overline{z} + y$ valdrá: $0 \,.\, 1 + 1 = 0 + 1 = 1$

Tabla de una función lógica

a) $f(x, y, z) = x\,\overline{z} + y$

x	y	z	$\overline{z}$	$x \cdot \overline{z}$	$x \cdot \overline{z} + y$
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	1
0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1

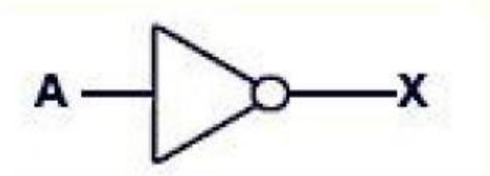
Álgebra de Boole binaria

Idempotentes	$x + x = x$	$x \cdot x = x$
Asociativas	$(x + y) + z = x + (y + z)$	$(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$
Conmutativas	$x + y = y + x$	$x \cdot y = y \cdot x$
Distributivas	$x + (y \cdot z) = (x + y) \cdot (x + z)$	$x \cdot (y + z) = (x \cdot y) + (x \cdot z)$
De identidad	$x + 0 = x$ $x + 1 = 1$	$x \cdot 1 = x$ $x \cdot 0 = 0$
Involutiva o de doble complementario	$\overline{\overline{x}} = x$	
Del complementario	$x + \overline{x} = 1$	$x \cdot \overline{x} = 0$
De Morgan	$\overline{x + y} = \overline{x} \cdot \overline{y}$	$\overline{x \cdot y} = \overline{x} + \overline{y}$

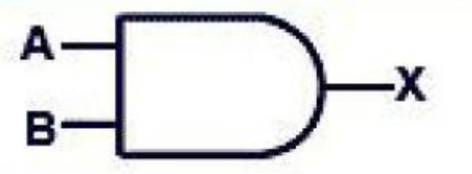
Puertas lógicas

- Son dispositivos que efectúan ciertas tareas durante el proceso de datos.
- Por ejemplos, dispositivos electrónicos con una función de tipo booleana

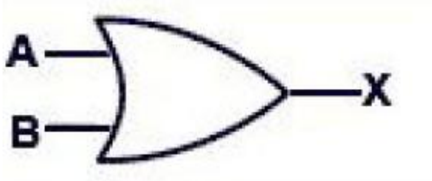
Puerta **NOT** (inversión)



Puerta **AND** (conjunción)



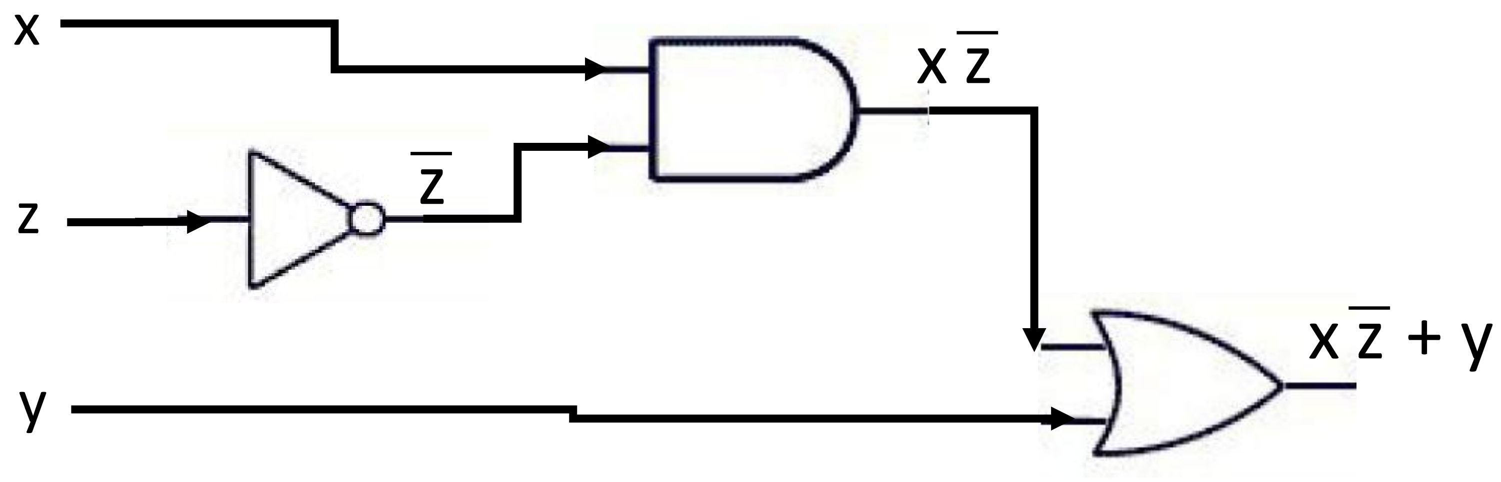
Puerta **OR** (disyunción)



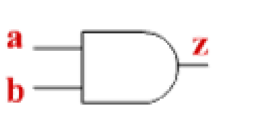
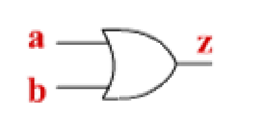
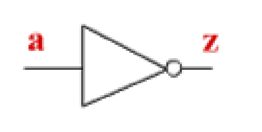
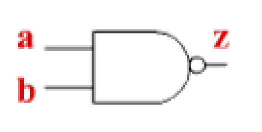
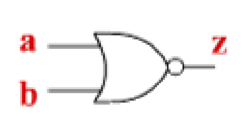
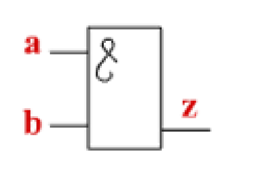
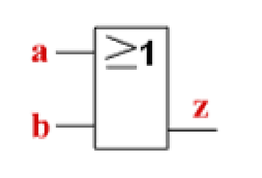
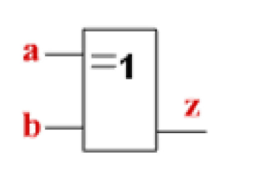
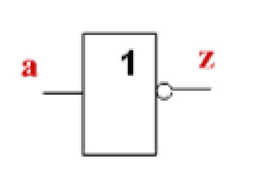
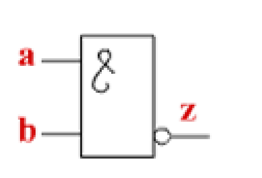
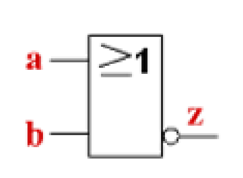
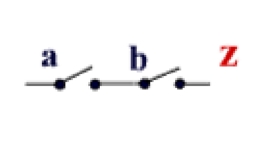
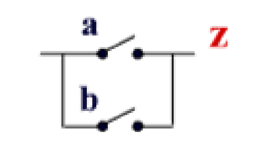
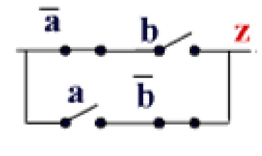
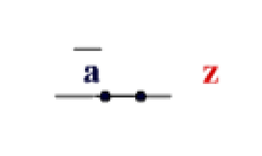
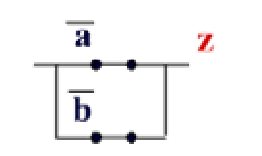
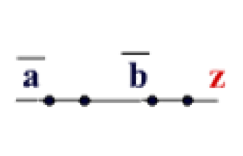
Puertas lógicas - ejemplo

- Construir un circuito para resolver

$$f(x, y, z) = x\,\overline{z} + y$$

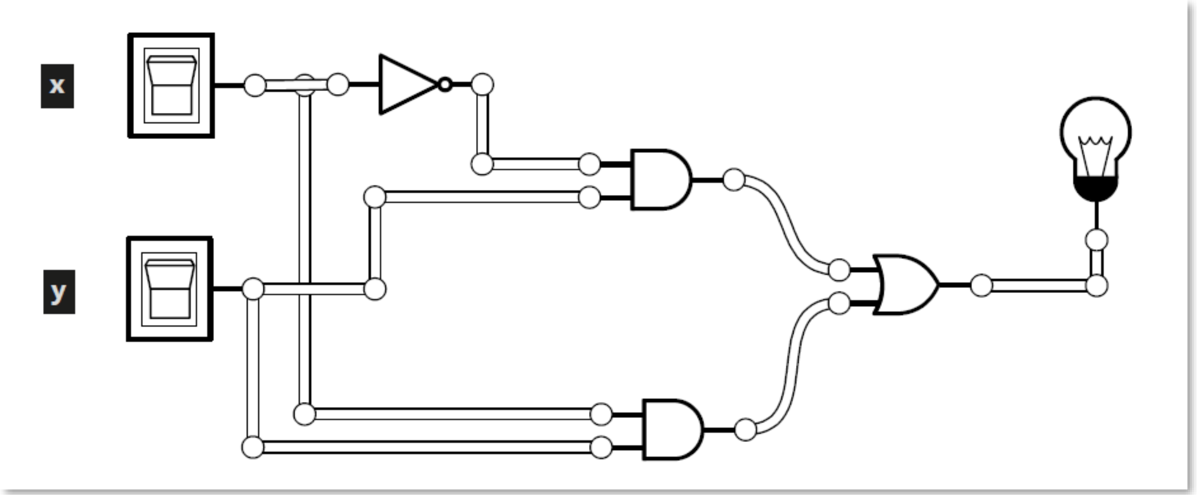


Operaciones lógicas o booleanas

NOMRE	AND - Y	OR - O	XOR O-exclusiva	NOT Inversor	NAND	NOR
SÍMBOLO						
SÍMBOLO						
TABLA DE VERDAD	a b z 0 0 0 0 1 0 1 0 0 1 1 1	a b z 0 0 0 0 1 1 1 0 1 1 1 1	a b z 0 0 0 0 1 1 1 0 1 1 1 0	a z 0 1 1 0	a b z 0 0 1 0 1 1 1 0 1 1 1 0	a b z 0 0 1 0 1 0 1 0 0 1 1 0
EQUIVALENTE EN CONTACTOS						
AXIOMA	$z = a \cdot b$	$z = a + b$	$z = \bar{a} \cdot b + a \cdot \bar{b}$	$z = \bar{a}$	$z = \overline{a \cdot b}$	$z = \overline{a + b}$

Simplificación de expresiones booleanas

$$f(x,y) = \bar{x}\,y + x\,y$$



x	y	$\bar{x}$	$\bar{x}$. y	x . y	$\bar{x}$. y + x . y
0	0	1	0	0	0
0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	1

$$\boldsymbol{f(x,y) = \bar{x}\,y + x\,y = y}$$

Mapas de Karnaugh

- Es un método gráfico para simplificar expresiones booleanas.

$$f(x,y) = \overline{x}\, y + x\, y$$

x	y	$\overline{x}$	$\overline{x}$. y	x . y	$\overline{x}$. y + x . y
0	0	1	0	0	0
0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	1

Mapa de Karnaugh para 2 variables

x \ y	1	0
1	1	
0	1	

$$\boldsymbol{f(x,y) = y}$$

Mapas de Karnaugh

Mapa de Karnaugh para 3 variables

$$f(x,y,z) = x\,y\,z + x\,y\,\overline{z} + \overline{x}\,y\,\overline{z} + \overline{x}\,\overline{y}\,\overline{z} + \overline{x}\,\overline{y}\,z$$

x \ yz	11	10	00	01
1	1	1		
0		1	1	1

$$\boldsymbol{f(x,y,z) = x\,y + y\,\overline{z} + \overline{x}\,\overline{y}}$$

x \ yz	11	10	00	01
1	1	1		
0		1	1	1

$$\boldsymbol{f(x,y,z) = x\,y + \overline{x}\,\overline{z} + \overline{x}\,\overline{y}}$$

Mapas de Karnaugh

Mapa de Karnaugh para 4 variables

$$f(w,x,y,z) = w\,\overline{x}\,y\,z + w\,x\,\overline{y}\,\overline{z} + \overline{w}\,\overline{x}\,y\,\overline{z} + \overline{w}\,\overline{x}\,y\,z + w\,x\,\overline{y}\,z + w\,\overline{x}\,y\,\overline{z} + \overline{w}\,x\,\overline{y}\,\overline{z}$$

wx \ yz	11	10	00	01
11			1	1
10	1	1		
00	1	1		
01			1	

$$\boldsymbol{f(w,x,y,z) = \overline{x}\,y + w\,x\,\overline{y} + x\,\overline{y}\,\overline{z}}$$

Ejercicios

1. Simplificar por el método de Karnaugh la siguiente expresión:

$$S = \overline{c} \cdot d + a \cdot \overline{b} \cdot c \cdot \overline{d} + a \cdot \overline{b} \cdot \overline{c} \cdot \overline{d} + a \cdot b \cdot \overline{c} \cdot \overline{d} + b \cdot c \cdot d$$

2. Diseñar un circuito electrónico que cumpla la siguiente tabla de verdad para la función f(a,b,c) con el menor número de puertas lógicas.

a	b	c	f
0	0	0	**0**
0	0	1	**1**
0	1	0	**1**
0	1	1	**0**
1	0	0	**0**
1	0	1	**1**
1	1	0	**0**
1	1	1	**1**

Ejercicios

3. Un motor eléctrico puede girar en ambos sentidos por medio de dos salidas (contactores) “D”, giro derecha e “I”, giro izquierda. Estos contactores son comandados por 3 interruptores, 2 de giro: “d” (derecha), “i” (izquierda) y uno de selección: “L” bajo las siguientes condiciones:

   Si se activa uno de los dos de giro y el otro no, el motor gira en el sentido correspondiente, independientemente del estado de “L”.

   Si se activan los dos de giro simultáneamente, el sentido de giro depende del estado del de selección:

      Si “L” está activado, gira a la derecha.

      Si “L” está desactivado, gira a la izquierda.

   Establecer:

   a) La tabla de verdad.
   b) Las funciones lógicas D e I y simplificarlas.
   c) Diseñar el circuito

Ejercicios

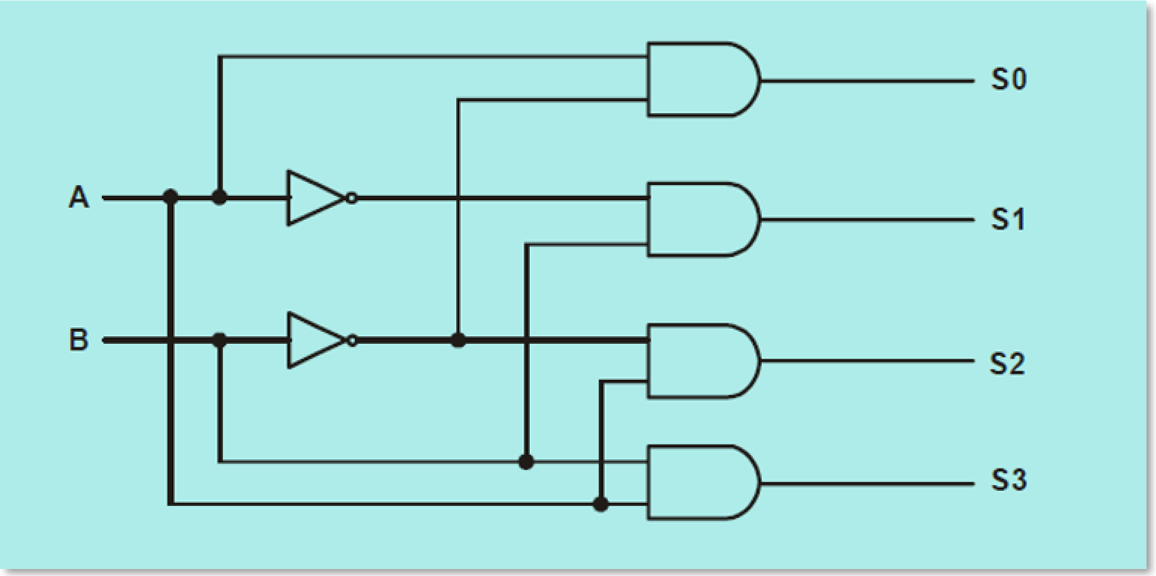
4. Un motor es controlado por tres interruptores A, B y C.

   Diseñe su circuito de control bajo las siguientes condiciones:

   - Si se activan los tres interruptores, el motor se activa.
   - Si se activan dos cualesquiera, el motor se activa, pero se enciende una lámpara adicional de emergencia.
   - Si sólo se activa uno, el motor no se activa, pero se enciende la lámpara de emergencia.
   - Si no se activa ningún interruptor, ni el motor ni la lámpara se activan.

Ejercicios

5. Obtener la tabla de verdad que se corresponde con el circuito siguiente; y las ecuaciones de cada una de las funciones S0, S1, S2 y S3.



Ejercicios

6. Diseñe un circuito que realice la suma aritmética de dos números binarios, uno de un bit y otro de dos bits.