



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ _____ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА _____ «Теоретическая информатика и компьютерные технологии»

Лабораторная работа № 1

по курсу «Теория формальных языков»

Студент группы ИУ9-51Б Санталов Д.А.

Преподаватель Непейвода А. Н.

Москва 2025

Содержание

1	Постановка задачи	3
2	Основная часть	4
2.1	Завершимость	4
2.2	Конечность классов эквивалентности	4
2.3	Локальная конфлюэнтность и пополняемость по Кнуту-Бендиксу	4
3	Тестирование	10

1 Постановка задачи

По имеющейся SRS определить:

1. завершимость;
2. конечность классов эквивалентности по НФ (для построения эквивалентностей считаем, что правила могут применяться в обе стороны). Если их конечное число, то построить минимальную систему переписывания, им соответствующую;
3. локальную конfluence-ность и пополняемость по Книту-Бендиксу.

По SRS \mathcal{T} тем самым (исключая случай, когда она сразу локально конfluence-на или конечна и минимальна) строится другая SRS \mathcal{T}' , которая должна сохранять те же классы эквивалентности. Если исходная SRS завершима, то правила в \mathcal{T}' должны удовлетворять условию убывания левой части относительно правой по выбранному фундированному порядку \preceq .

Исходная SRS:

$$babb \rightarrow bbbab$$

$$baabb \rightarrow babbaab$$

$$baaabb \rightarrow baabbbaaab$$

$$bbbb \rightarrow abab$$

$$aaaa \rightarrow a$$

Фазз-тестирование эквивалентности: строится случайное слово ω и случайная цепочка переписываний его в ω' по \mathcal{T} . Проверить, можно ли получить ω' из ω (или наоборот) в рамках правил \mathcal{T}' .

Метаморфное тестирование: выбрать инварианты, которые должны сохраняться (либо монотонно изменяться) при переписывании в рамках \mathcal{T} . Породить случайную цепочку переписываний над случайным словом в \mathcal{T}' и проверить выполнимость инвариантов.

2 Основная часть

2.1 Завершимость

Исходная SRS незавершима, поскольку есть цикл: $w_1 babb bbw_2 \rightarrow w_1 bb babb bw_2 \rightarrow w_1 bbbb babb w_2 \rightarrow w_1 bbbb bbbabw_2 \rightarrow w_1 a bbbbb abw_2 \rightarrow w'_1 babbbbw'_2$.

2.2 Конечность классов эквивалентности

Рассмотрим слова: $b(aab)^+$, то есть слова вида: $baab, baabaab, baabaabaab, \dots$. Поскольку таких слов бесконечно много, и к словам такого вида нельзя применить ни одно из правил, кроме $aaaa \leftrightarrow a$. Но, применяя это правило в обе стороны, не возникнет ситуации, когда мы получим слово, к которому можно будет применить одно из исходных правил (кроме, опять же, $aaaa \leftrightarrow a$). Отсюда: классов эквивалентности бесконечно.

2.3 Локальная конфлюэнтность и пополняемость по Книту-Бендиксу

Система не локально конфлюэнтна, так как строка $bbbbbb$ может быть редуцирована к двум разным нормальным формам: $bbbbbb \rightarrow ababb \rightarrow abbbab$ и $bbbbbb \rightarrow babab$.

Пополним исходную систему по алгоритму Кнута-Бендикса и получим эквивалентную систему.

Исходные правила:

$$bbbab \rightarrow babb$$

$$babbaab \rightarrow baabb$$

$$baabbbaaab \rightarrow baaabb$$

$$bbbb \rightarrow abab$$

$$aaaa \rightarrow a$$

Шаг 1.

- Рассмотрим неразрешимую критическую пару $(babbbaab, bbbaabb)$

Добавляем новое правило: $babbbaab \rightarrow bbbaabb$

- Рассмотрим неразрешимую критическую пару (bbbabb, ababbab)
Добавляем новое правило: $ababbab \rightarrow babb$
- Рассмотрим неразрешимую критическую пару (bbabb, ababab)
Добавляем новое правило: $ababab \rightarrow bbabb$
- Рассмотрим неразрешимую критическую пару (babbbbbb, bbbaabab)
Добавляем новое правило: $bbbaabab \rightarrow baababb$
- Рассмотрим неразрешимую критическую пару (baabbbbaaab, babbaaabb)
Добавляем новое правило: $baabbbbaaab \rightarrow babbaaabb$
- Рассмотрим неразрешимую критическую пару (baabbbbb, babbaaabab)
Добавляем новое правило: $babbaaabab \rightarrow baaababb$
- Рассмотрим неразрешимую критическую пару (baaabbbbb, baabbaaabab)
Добавляем новое правило: $baabbbabab \rightarrow bababb$
- Рассмотрим неразрешимую критическую пару (bbbabab, ababbbb)
Добавляем новое правило: $abaabab \rightarrow babbab$
- Рассмотрим неразрешимую критическую пару (bbabab, ababbbb)
Добавляем новое правило: $bbabab \rightarrow ababbbb$
Обновляем правило: $baabbbabab \rightarrow bababb \rightarrow baaababbbb \rightarrow bababb$
- Рассмотрим неразрешимую критическую пару (babab, ababb)
Добавляем новое правило: $babab \rightarrow ababb$
Обновляем правило: $ababab \rightarrow bbabb \rightarrow aababb \rightarrow bbabb$
Удаляем правило: $bbabab \rightarrow ababbbb$
Обновляем правило: $baaababbbb \rightarrow bababb \rightarrow baaababbbb \rightarrow ababbbb$

Шаг 2.

- Рассмотрим неразрешимую критическую пару (ababb, aabbabb)
Добавляем новое правило: $aabbabb \rightarrow ababb$
Обновляем правило: $bbbaabab \rightarrow baababb \rightarrow bbbaabab \rightarrow babb$
Обновляем правило: $baaababbbb \rightarrow ababbbb \rightarrow babbabbbb \rightarrow ababbbb$
Обновляем правило: $babbaaabab \rightarrow baaababb \rightarrow babbaaabab \rightarrow babbabb$
- Рассмотрим неразрешимую критическую пару (abaabab, aaababbab)
Добавляем новое правило: $abbabbab \rightarrow babbab$
- Рассмотрим неразрешимую критическую пару (ababbab, aaababbbb)
Добавляем новое правило: $abbabbbb \rightarrow babb$
Обновляем правило: $babbabbbb \rightarrow ababbbb \rightarrow bbabbbb \rightarrow ababbbb$

- Рассмотрим неразрешимую критическую пару (aabaabab, bbabbbb)
Добавляем новое правило: $bbaabab \rightarrow babb$
Обновляем правило: $abbabbb \rightarrow babb \rightarrow ababbb \rightarrow babb$
Обновляем правило: $bbbaabab \rightarrow babb \rightarrow ababbb \rightarrow babb$
- Рассмотрим неразрешимую критическую пару (abaabaabab, babbabbbb)
Добавляем новое правило: $baabbab \rightarrow babb$
Обновляем правило: $bbabbb \rightarrow ababbb \rightarrow bbabbb \rightarrow babb$
- Рассмотрим неразрешимую критическую пару (ababbaabab, babbabbbb)
Добавляем новое правило: $baabab \rightarrow babb$
Обновляем правило: $abaabab \rightarrow babbab \rightarrow babb \rightarrow babbab$
Удаляем правило: $bbaabab \rightarrow babb$
- Рассмотрим неразрешимую критическую пару (babbbbaabab, bbbaabbbbb)
Добавляем новое правило: $babbbbaabab \rightarrow babb$
Удаляем правило: $ababbab \rightarrow babb$
Удаляем правило: $abbabbab \rightarrow babbab$
Обновляем правило: $babbaaabab \rightarrow babbab \rightarrow babbaaabab \rightarrow babb$
- Рассмотрим неразрешимую критическую пару (ababbbaab, babaabb)
Добавляем новое правило: $bbbaabb \rightarrow babaabb$
Обновляем правило: $babbbbaab \rightarrow bbbaabb \rightarrow babbbbaab \rightarrow babaabb$
- Рассмотрим неразрешимую критическую пару (ababbbbaab, babbbaabb)
Добавляем новое правило: $babaabb \rightarrow abaabbb$
Обновляем правило: $bbbaabb \rightarrow babaabb \rightarrow bbbaabb \rightarrow abaabbb$
Обновляем правило: $babbbbaab \rightarrow babaabb \rightarrow babbbbaab \rightarrow abaabbb$
- Рассмотрим неразрешимую критическую пару (bbabbaab, aabaabb)
Добавляем новое правило: $aabaabb \rightarrow bbaabb$
- Рассмотрим неразрешимую критическую пару (bbabbbbaab, aabbbaabb)
Добавляем новое правило: $abbaabbb \rightarrow abaabbb$
- Рассмотрим неразрешимую критическую пару (babbabbaab, abaabaabb)
Добавляем новое правило: $bbaabbb \rightarrow abaabbb$
Удаляем правило: $abbaabbb \rightarrow abaabbb$
- Рассмотрим неразрешимую критическую пару (babbabbbaab, abaabbbaabb)
Добавляем новое правило: $abaaabab \rightarrow abaabbb$
- Рассмотрим неразрешимую критическую пару (baabbbbaaab, babbabbaaabb)

Добавляем новое правило: $baaababaaaab \rightarrow babbbbaaabb$

Шаг 3.

- Рассмотрим неразрешимую критическую пару (abaabb, aabbaabb)

Добавляем новое правило: $aabbaabb \rightarrow abaabb$

- Рассмотрим неразрешимую критическую пару (bbaaabab, abaabbbb)

Добавляем новое правило: $bbaaabab \rightarrow abaabbbb$

Обновляем правило: $babbaaabab \rightarrow babbbb \rightarrow abaabbbb \rightarrow babbbb$

Обновляем правило: $babbbbaaabab \rightarrow babbbb \rightarrow abaabbbb \rightarrow babbbb$

- Рассмотрим неразрешимую критическую пару (babbaabb, bbabaabbbb)

Добавляем новое правило: $baabbbb \rightarrow babbbb$

Удаляем правило: $abaabbbb \rightarrow babbbb$

Обновляем правило: $babaabb \rightarrow abaabbbb \rightarrow babaabb \rightarrow babbbb$

Удаляем правило: $bbaabbbb \rightarrow abaabbbb$

Обновляем правило: $bbbaabb \rightarrow abaabbbb \rightarrow bbbaabb \rightarrow babbbb$

Обновляем правило: $abaaabab \rightarrow abaabbbb \rightarrow abaaabab \rightarrow babbbb$

Обновляем правило: $babbbbaab \rightarrow abaabbbb \rightarrow babbbbaab \rightarrow babbbb$

Обновляем правило: $bbaaabab \rightarrow abaabbbb \rightarrow bbaaabab \rightarrow babbbb$

Обновляем правило: $baabbbbaaab \rightarrow babbaaabbb \rightarrow babbbbaaab \rightarrow babbaaabbb$

- Рассмотрим неразрешимую критическую пару (bbaabbbaaab, aabaaabb)

Добавляем новое правило: $aabaaabb \rightarrow bbaaabbb$

Обновляем правило: $baaababaaaab \rightarrow babbbbaaabb \rightarrow baaababaaaab \rightarrow babbaaabbbb$

- Рассмотрим неразрешимую критическую пару (abaabbbaaab, babaabbb)

Добавляем новое правило: $babbaaabbb \rightarrow babaabbb$

Обновляем правило: $babbbbaaab \rightarrow babbaaabbb \rightarrow babbbbaaab \rightarrow babaabbb$

Обновляем правило: $baaababaaaab \rightarrow babbaaabbbb \rightarrow baaababaaaab \rightarrow babaabbbb$

- Рассмотрим неразрешимую критическую пару (baabbbb, baabaabbbb)

Добавляем новое правило: $baaabab \rightarrow babbbb$

Удаляем правило: $abaaabab \rightarrow babbbb$

Удаляем правило: $bbaaabab \rightarrow babbbb$

Обновляем правило: $baaababaaaab \rightarrow babaabbbb \rightarrow babaabbb \rightarrow babaabbbb$

- Рассмотрим неразрешимую критическую пару (abaabbbaaab, bbabbaaabbb)

Добавляем новое правило: $bbabaaabb \rightarrow babaabb$

- Рассмотрим неразрешимую критическую пару ($abaabbbaaab$, $bbbaabb$)

Добавляем новое правило: $bbbaabb \rightarrow babaabb$

- Рассмотрим неразрешимую критическую пару ($baaababaabbb$, $babbbaabbab$)

Добавляем новое правило: $ababaaabbab \rightarrow babbb$

- Рассмотрим неразрешимую критическую пару ($abaabbbaaab$, $ababbbaabb$)

Добавляем новое правило: $ababaaabb \rightarrow babaabb$

Обновляем правило: $ababaaabbab \rightarrow babbb \rightarrow babaabbab \rightarrow babbb$

- Рассмотрим неразрешимую критическую пару ($baaabbaaab$, $baabbabbbaabb$)

Добавляем новое правило: $baaabbaaab \rightarrow babaabb$

Шаг 4.

- Рассмотрим неразрешимую критическую пару ($abaaabb$, $aabbbaabb$)

Добавляем новое правило: $aabbbaabb \rightarrow abaaabb$

- Рассмотрим неразрешимую критическую пару ($aabaaaabab$, $bbaaabbbb$)

Добавляем новое правило: $abbabb \rightarrow babbb$

Обновляем правило: $aabbabb \rightarrow ababb \rightarrow babbb \rightarrow ababb$

- Рассмотрим неразрешимую критическую пару ($babaaaabab$, $babaaabbb$)

Добавляем новое правило: $babaaabb \rightarrow ababb$

Обновляем правило: $ababbb \rightarrow babbb \rightarrow bbabb \rightarrow ababb$

Обновляем правило: $abbabb \rightarrow babbb \rightarrow abbabb \rightarrow ababb$

Обновляем правило: $baabab \rightarrow babbb \rightarrow baabab \rightarrow ababb$

Обновляем правило: $baabbb \rightarrow babbb \rightarrow baabbb \rightarrow ababb$

Обновляем правило: $babbab \rightarrow babbb \rightarrow babbab \rightarrow ababb$

Обновляем правило: $bbabbb \rightarrow babbb \rightarrow bbabb \rightarrow ababb$

Обновляем правило: $baaabab \rightarrow babbb \rightarrow baaabab \rightarrow ababb$

Обновляем правило: $baabbab \rightarrow babbb \rightarrow baabbab \rightarrow ababb$

Обновляем правило: $babaabb \rightarrow babbb \rightarrow babaabb \rightarrow ababb$

Обновляем правило: $bbbaabb \rightarrow babbb \rightarrow bbbaabb \rightarrow ababb$

Обновляем правило: $babbbaab \rightarrow babbb \rightarrow abaabb \rightarrow ababb$

Обновляем правило: $bbbaabb \rightarrow babaabb \rightarrow bbbaabb \rightarrow ababb$

Обновляем правило: $ababaaabb \rightarrow babaabb \rightarrow bbabb \rightarrow ababb$

Обновляем правило: $babaaabbbb \rightarrow babaaabb \rightarrow bbabb \rightarrow ababb$

Обновляем правило: $babbaaabb \rightarrow babaaabb \rightarrow babbaaabb \rightarrow ababb$

Обновляем правило: $babbbbaaab \rightarrow babaaabb \rightarrow ababbbaaab \rightarrow ababb$

Обновляем правило: $bbabaaabb \rightarrow babaaabb \rightarrow bbabb \rightarrow ababb$

Обновляем правило: $babaaabbab \rightarrow babbb \rightarrow bbabb \rightarrow ababb$

Обновляем правило: $baaabbabaaab \rightarrow babaaabb \rightarrow baaabbabaaab \rightarrow ababb$

• Рассмотрим неразрешимую критическую пару (baabbabbb, baaabbab)

Добавляем новое правило: $baaabbab \rightarrow ababb$

Обновляем правило: $aababb \rightarrow bbabb \rightarrow aababb \rightarrow ababb$

Удаляем правило: $abbabb \rightarrow ababb$

Обновляем правило: $aabaabb \rightarrow bbaabb \rightarrow ababb \rightarrow bbaabb$

Удаляем правило: $babaabb \rightarrow ababb$

Обновляем правило: $aabbaabb \rightarrow abaabb \rightarrow aabbaabb \rightarrow ababb$

Удаляем правило: $baaabbabaaab \rightarrow ababb$

• Рассмотрим неразрешимую критическую пару (abaabbbaaab, aabbaaabb)

Добавляем новое правило: $abaabbbaaab \rightarrow ababb$

Удаляем правило: $bbbaabb \rightarrow ababb$

Обновляем правило: $aabbaaabb \rightarrow bbaaabb \rightarrow ababb \rightarrow bbaaabb$

Удаляем правило: $aabbaabb \rightarrow ababb$

Удаляем правило: $babaaabb \rightarrow ababb$

Обновляем правило: $aabbaaabb \rightarrow abaabb \rightarrow aabbaaabb \rightarrow ababb$

Шаг 5.

• Рассмотрим неразрешимую критическую пару (baaababb, baaabbb)

Добавляем новое правило: $baaabbb \rightarrow ababb$

Удаляем правило: $bbbaaabb \rightarrow ababb$

Удаляем правило: $aabbaaabb \rightarrow ababb$

Удаляем правило: $babbaaabb \rightarrow ababb$

Шаг 6.

Неразрешимых критических пар не осталось.

Эквивалентная система:

$aaaa \rightarrow a$

$bbbb \rightarrow abab$

$babab \rightarrow ababb$

$babbb \rightarrow ababb$
 $bbabb \rightarrow ababb$
 $bbbab \rightarrow babb$
 $aababb \rightarrow ababb$
 $abaabb \rightarrow ababb$
 $baabab \rightarrow ababb$
 $baabbb \rightarrow ababb$
 $babbab \rightarrow ababb$
 $bbaabb \rightarrow ababb$
 $abaaabb \rightarrow ababb$
 $baaabab \rightarrow ababb$
 $baaabbb \rightarrow ababb$
 $baabbab \rightarrow ababb$
 $babbaab \rightarrow baabb$
 $bbaaabb \rightarrow ababb$
 $baaabbbab \rightarrow ababb$
 $ababbbaab \rightarrow ababb$
 $baabbbaab \rightarrow baaabb$

3 Тестирование

В качестве инвариантов для метаморфного тестирования были рассмотрены:

1. Последняя буква в исходном слове и в слове, полученном при переписывании в рамках SRS, не меняется.
2. Число подряд идущих букв a в конце слова по модулю 3 совпадает.
3. $(|w|_{ba} + |w|_{bb} + |w|_b)$ по модулю 2 не возрастает.
4. $|w|_{ab} + |w|_{bb} - |w|_b$ не возрастает.