

**Predmet: AUTOMATI I FORMALNI JEZICI**

Datum: 15.05.2024

**NAPOMENE:**

- **Rok za predaju zadaće br. 02: 09.06.2024 do 23:59:59 sati.**
- **Način slanja zadaće:**
  1. Zadaća se predaje putem platforme ZAMGER isključivo u PDF formatu do gore definiranog roka.
  2. Studenti mogu zadaću uraditi na papiru isključivo kemijskom olovkom (plava ili crna), a zatim mobitelom ili skenerom kreirati PDF datoteku sa urađenim zadacima.
  3. Studenti također mogu uraditi zadaću u nekom procesoru teksta (npr. MS Word), koristeći dizajnerski alat po vlastitom izboru (npr. <https://madebyevan.com/fsm/>), pri čemu datoteku sa rješenjima treba obavezno pretvoriti u PDF format.
  4. Prvu stranicu zadaće treba formatirati na način kako je to prikazano u prilogu ove zadaće (vidjeti prilog u posebnom PDF dodatku koji je postavljen ispod ove zadaće).
- **Zadaća nosi ukupno 9 bodova. Boduju se samo zadaće koje su urađene i predane u zadanom roku.**

**ZADACI ZA ZADAĆU br. 02**1. Odredite kontekstno neovisne gramatike za sljedeće jezike  $L$  ( $n \geq 0, m \geq 0$ ):

- (a)  $L$  je komplement jezika  $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ ,
- (b)  $L = \{a^n b^m \mid n \leq m + 2\}$ ,
- (c)  $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid n_a(w) = n_b(w)\}$ ,
- (d)  $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid n_a(w) \neq n_b(w)\}$ ,
- (e)  $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid n_a(w) = 2n_b(w) + 4\}$ ,
- (f)  $L = \emptyset$ .

Oznake  $n_a(w)$  i  $n_b(w)$  označavaju broj simbola  $a$  i  $b$  u riječi  $w$ , respektivno.

2. (a) Kontekstno neovisnu gramatiku  $G_1 = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P_1, S)$ , gdje je skup produkcija  $P_1$  sljedeći:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aA \mid bB \mid b, \\ A &\rightarrow Baa \mid ba, \\ B &\rightarrow bAAb \mid ab. \end{aligned}$$

transformirajte u gramatiku  $G_2$  koja ima Chomskyjev normalni oblik. Obavezno koristite postupak obrađen na predavanjima.

- (b) Koristeći zadanu gramatiku  $G_1$  generirajte dvije riječi iz jezika  $L(G_1)$  po vašem izboru.
- (c) Koristeći gramatiku  $G_2$  koju ste dobili u dijelu zadatka (a) generirajte iste dvije riječi iz jezika  $L(G_2)$  koje ste generirali i u dijelu zadatka (b).
3. Koristeći svojstvo napuhavanja za kontekstno neovisne jezike dokažite da sljedeći jezici nisu kontekstno neovisni:
- (a)  $L = \{a^n b^{2n} c^{3n} \mid n \geq 0\}$ ,
- (b)  $L = \{a^n b^n a^n b^n \mid n \geq 0\}$ ,
- (c)  $L = \{a^n \# a^{2n} \# a^{3n} \mid n \geq 0\}$ .
4. (a) Za zadanu kontekstno neovisnu gramatiku  $G_1 = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P_1, S)$ , gdje je skup produkcija  $P_1$  sljedeći:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AB, \\ A &\rightarrow aA \mid a, \\ B &\rightarrow bB \mid b. \end{aligned}$$

konstruirati ekvivalentni potisni automat koji prihvaća praznim stekom. Obavezno koristite postupak obrađen na predavanjima.

- (b) Koristeći potisni automat koji ste konstruirali u dijelu zadatka (a) napišite slijed promjena konfiguracija pri prihvaćanju riječi  $aabbbb$  i  $aaabb$ .
- (c) Za zadani potisni automat koji ste konstruirali u dijelu zadatka (a) konstruirajte ekvivalentni potisni automat koji prihvaća prihvatljivim stanjem. Obavezno koristite postupak obrađen na predavanjima.
- (d) Koristeći potisni automat koji ste konstruirali u dijelu zadatka (c) napišite slijed promjena konfiguracija pri prihvaćanju riječi  $aabbbb$  i  $aaabb$ .
5. (a) Zadan je PA  $M_N = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, \{a, Z_0\}, \delta_N, q_0, Z_0, \emptyset)$  koji prihvaća praznim stekom, gdje je funkcija prijelaza  $\delta_N$  definirana na sljedeći način:

$$1. \delta_N(q_0, a, Z_0) = \{(q_0, aZ_0)\}, \quad 4. \delta_N(q_1, \varepsilon, a) = \{(q_2, \varepsilon)\},$$

2.  $\delta_N(q_0, a, a) = \{(q_0, aa)\},$       5.  $\delta_N(q_2, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\},$   
 3.  $\delta_N(q_0, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\},$       6.  $\delta_N(q_2, \varepsilon, Z_0) = \{(q_3, \varepsilon)\}.$

Automat  $M_N$  praznim stekom prihvaća sljedeći jezik:

$$L(M_N) = \{a^{2n}b^n \mid n \geq 1\}.$$

Za gore zadani potisni automat  $M_N$  konstruirajte ekvivalentnu kontekstno neovisnu gramatiku  $G$ . Iz konstruirane gramatike  $G$  obavezno izbacite beskorisne neterminalne simbole. Obavezno koristite postupak obrađen na predavanjima.

- (b) Koristeći gramatiku koju ste konstruirali u dijelu zadatka (a) napišite postupak generiranja za riječi  $aab$  i  $aaaabb$ .
6. Konstruirajte (nacrtajte dijagram stanja) TM koje prihvaćaju sljedeće jezike definirane nad alfabetom  $\Sigma = \{a, b\}$ :
- (a)  $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid n_a = n_b\},$   
 (b)  $L = \{a^{n^2} \mid n \geq 1\},$   
 (c)  $L = \{a^{2n} \mid n \geq 0\}.$

Oznaka  $n_x(w)$  predstavlja broj simbola  $x$  u riječi  $w$ .

7. Konstruirati (nacrtati dijagram stanja) potisnog automata koji prihvaća prihvatljivim stanjem sljedeće jezike definirane nad alfabetom  $\Sigma = \{a, b, c\}$ :
- (a)  $L = \{b^{3n}a^{2n} \mid n \geq 0\},$   
 (b)  $L = \{a^n b^m c^{n+m} \mid n \geq 0, m \geq 0\},$   
 (c)  $L = \{a^n b^m \mid n \leq m \leq 4n\}.$
8. Konstruirati (nacrtati graf stanja) potisnog automata koji prihvaća praznim stekom sljedeće jezike definirane nad alfabetom  $\Sigma = \{a, b\}$ :
- (a)  $L = \{a^{2n+1}b^n \mid n \geq 0\}.$   
 (b)  $L = \{a^n b^m \mid n \leq m \leq 4n\}$

Pri rješavanju zadatka obavezno koristite postupak konstrukcije potisnog automata koji prihvaća praznim stekom za zadani potisni automat koji prihvaća prihvatljivim stanjem. Drugim riječima, prvo konstruirajte potisne automate koji prihvaćaju prihvatljivim stanjem, a zatim na temelju tih automata konstruirajte potisne automate koji prihvaćaju praznim stekom, koristeći postupak rađen na predavanjima i tutorijalima.

9. Konstruirajte (nacrtajte dijagram stanja) TM koja prihvaća jezik

$$L = L(b^*a^*baa).$$

10. Konstruirajte (nacrtajte dijagram stanja) TM koja prihvata jezik

$$L = \{a^n b^{2^n} c^n \mid n \geq 0\}.$$

11. Konstruirajte (nacrtajte dijagram stanja) TM koja izračunava funkciju

$$f(n) = 4n + 1,$$

gdje  $n$  predstavlja pozitivni cijeli broj prikazan na traci TM u unarnom brojnom sistemu. Glava za čitanje i pisanje TM je na početku izračunavanja pozicionirana na prvom simbolu broja  $n$ , a nakon zaustavljanja glava TM treba biti pozicionirana na prvom simbolu rezultirajućeg niza.

12. Konstruirajte (nacrtajte dijagram stanja) TM koja izračunava funkciju

$$f(x, y, z) = x + 2y + z + 1,$$

gdje  $x, y$  i  $z$  predstavljaju pozitivne cijele brojeve prikazane na traci TM u unarnom brojnom sistemu. Brojevi  $x, y$  i  $z$  su na traci odvojeni jednom praznom ćelijom. Glava za čitanje i pisanje TM je na početku izračunavanja pozicionirana na prvom simbolu broja  $x$ , a nakon zaustavljanja glava TM treba biti pozicionirana na prvom simbolu rezultirajućeg niza.

13. Konstruirajte (nacrtajte dijagram stanja) TM koja izračunava funkciju

$$f(n) = n + 7,$$

gdje  $n$  predstavlja pozitivni cijeli broj prikazan na traci TM u

- (a) Unarnom brojnom sistemu;
- (b) Binarnom brojnom sistemu;
- (c) Decimalnom brojnom sistemu.