Osnove operacionih istraživanja – Zadaća 2

Postavka zadaće:
Matematički model
arg max/min $Z(x) = 2*x_1 + -6*x_2$ → arg max/min $Z(x) = 2*x_1 - 6*x_2$
p.o.
$3*x_1 + 8*x_2 \leq 7$
$9*x_1 + 6*x_2 \leq 1$
$7*x_1 + 2*x_2 \leq 6$
$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

Grafički riješiti problem linearnog programiranja.
Ako se u funkciji cilja za drugi član pojavi + - vrijednost*x_2 znači da je drugi koeficijent u funkciji cilja negativan (pa + možete zanemariti, on je tu zbog ograničenja Moodle interfejsa).

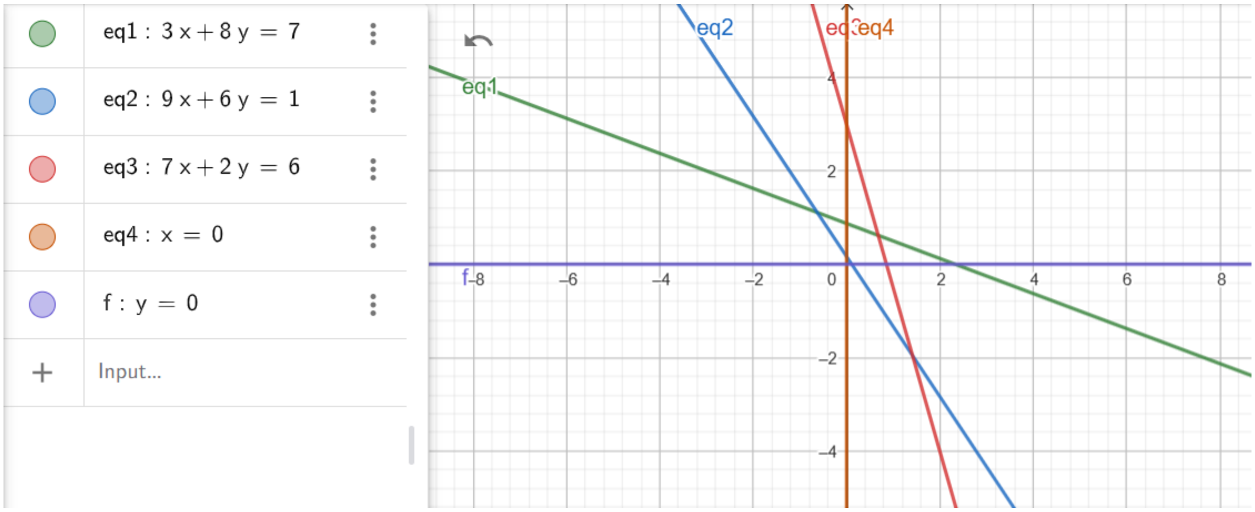
U sklopu rješenja potrebno je nacrtati sva ograničenja, dozvoljeni prostor i pravu koja predstavlja funkciju cilja sa takvom vrijednošću da pravac funkcije cilja presjeca dozvoljenu oblast. Potrebno je nacrtati prave koje predstavljaju funkciju cilja za njenu najveću i najmanju vrijednost na dozvoljenom prostoru.

(Pošto su vrijednosti parametara slučajno generisane, mogu se pojaviti različite situacije sa dozvoljenom oblasti. Nacrtajte najbolje što možete. Naglasak je na tome da pokažete da znate proceduru, a ne na preciznosti crtanja)

Potrebno je napisati vrijednosti x_1 i x_2 i Z, za najveću i najmanju vrijednost funkcije cilja.

Rješenje:
Dopustivi prostor je omeđen sa 5 ograničenja datim u postavci.

$3*x_1 + 8*x_2 \leq 7$	**$9*x_1 + 6*x_2 \leq 1$**	**$7*x_1 + 2*x_2 \leq 6$**	**$x_1 \geq 0$**	**$x_2 \geq 0$**
$3*x_1 + 8*x_2 = 7$	**$9*x_1 + 6*x_2 = 1$**	**$7*x_1 + 2*x_2 = 6$**	**$x_1 = 0$**	**$x_2 = 0$**
za $x_1=0 \rightarrow x_2=\frac{7}{8}$	**za $x_1=0 \rightarrow x_2=\frac{1}{6}$**	**za $x_1=0 \rightarrow x_2=3$**		
za $x_2=0 \rightarrow x_1=\frac{7}{3}$	**za $x_2=0 \rightarrow x_1=\frac{1}{9}$**	**za $x_2=0 \rightarrow x_1=\frac{6}{7}$**		



U uslove smo stavili znakove jednakosti zarad lakšeg crtanja grafa.

Sada ćemo uz stvarne nejednačine naći dopustivo područje:

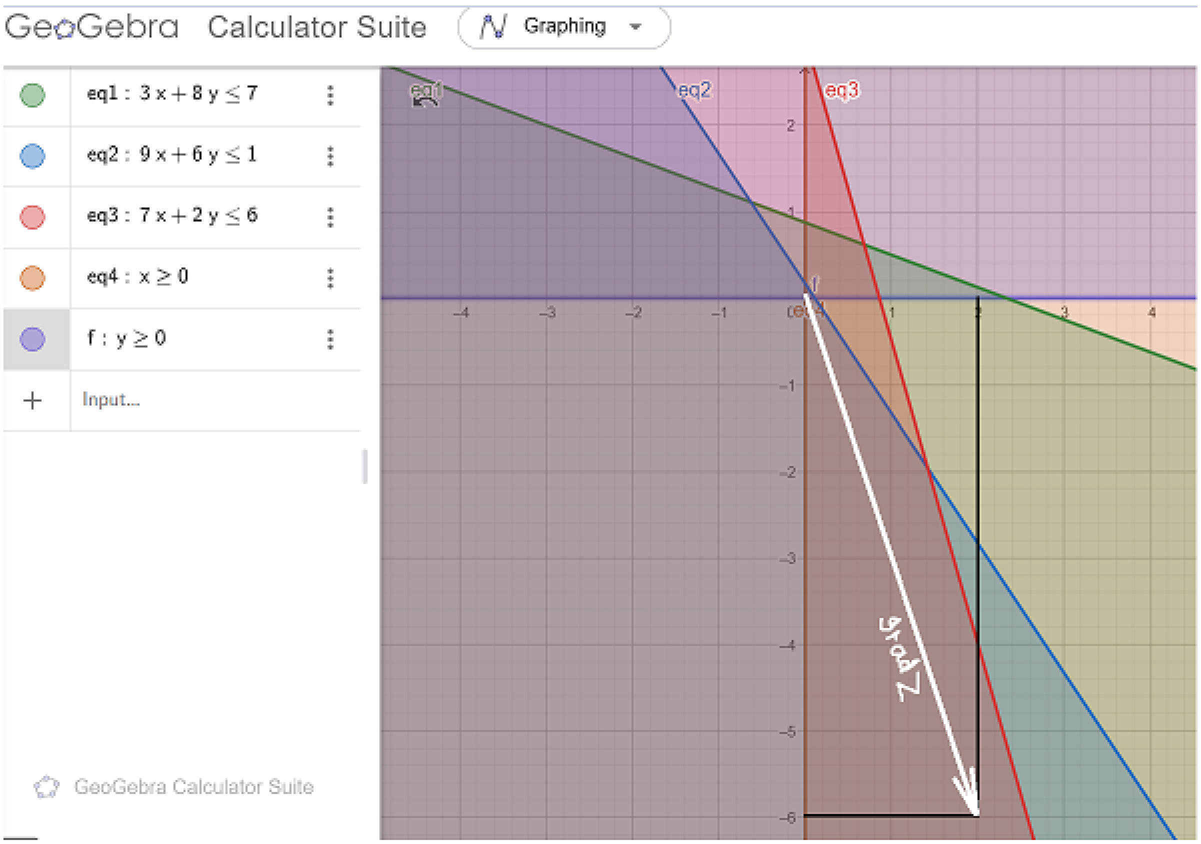
Dopustivo područje nam je obuhvaćeno najmanjim pravouglim trouglom na grafu, sa vrhovima u (0,0), $(0,\frac{1}{6})$, $(\frac{1}{9},0)$

Funkcija cilja se predstavlja nivo linijama i gradijentom.
Njena jednačina za nivo linije je: $\mathbf{2*x_1 - 6*x_2 = C}$
Eksplicitni oblik te jednačine je: $-6*x_2 = C - 2*x_1 \quad \rightarrow \quad x_2 = \frac{1}{3}*x_1 - \frac{1}{6}*C$

Koef. pravca prave $k = \frac{1}{3}$ (const.)
Odsječak na x_2 je $\frac{-C}{6}$

Kada u jednačinu za nivo linije stavimo x_1 i x_2 =0, dobijemo da nivo linije prolaze kroz tačke (0, $\frac{C}{c2}$) i ($\frac{C}{c1}$,0).

Gradijent funkcije je: gradZ = $(\frac{\partial z}{\partial x2}, \frac{\partial z}{\partial x3})^T$ = $(2, -6)^T$



U smjeru gradijenta kako funkcija raste, tangira rubne tačke $(0, \frac{1}{6})$ i $(\frac{1}{9}, 0)$.
Prva rubna tačka predstavlja njen minimum, a druga njen maksimum.

<u>Minimum:</u>

x_1=0

x_2=$\frac{1}{6}$

Z(x) = 2*x_1 - 6*x_2 = -1

<u>Maksimum:</u>

x_1=$\frac{1}{9}$

x_2=0

Z(x) = 2*x_1 - 6*x_2 = $\frac{2}{9}$

Zadaću radio: Mujkić Daris 19413