

OOI – Zadaća 3

Student: Daris Mujkić 19413

Zadatak: Farma planira posaditi pšenicu, ječma i raž na svojoj zemlji. Prodajna cijena pšenice je 502 KM po hektaru, cijena ječma je 503 KM po hektaru, a cijena raža je 501 KM po hektaru. Za proizvodnju jednog hektara pšenice potrebno je 2004 kg đubriva, za proizvodnju jednog hektara ječma potrebno je 2008 kg đubriva, a za proizvodnju jednog hektara raža potrebno je 2006 kg đubriva. Farma raspolaže sa ukupno 49 tona đubriva. Farma ima ukupno 52.55 hektara zemljišta, a želi maksimizirati svoju zaradu.

Potrebno je odrediti koliko hektara pšenice, ječma i raža treba posaditi kako bi se postigla maksimalna zarada, uz poštivanje ograničenja zemljišta i resursa.

- Riješite postavljeni problem uz pomoć simpleks metoda. Sve podatke koji se ne mogu tačno izraziti kao cijeli brojevi ili decimalni brojevi sa konačno mnogo i relativno malo decimala vodite u simpleks tabelama kao razlomke. Obavezno prodiskutirajte ne samo koliko treba hektara žitarica proizvesti, nego i koliko iznose "rezerve", odnosno koliko još zaliha đubriva ostaje na raspolaganju i da li je iskorišten sav zemljišni prostor. Također istaknite koja su ograničenja "uska grla" koja sprečavaju da se postigne veća zarada farme od dobijene optimalne vrijednosti. Problem riješite na dva načina: koristeći Dantzigovo pravilo pivotiranja, te koristeći pravilo maksimalnog prirasta funkcije cilja.
- Rješenje dobijeno pod a. provjerite uz pomoć odgovarajućih funkcija za rješavanje problema linearnog programiranja u Juliji (potrebno je navesti šta su bili ulazni podaci i šta je dobijeno kao izlaz).

Izrada:

$$\arg \max Z(x) = 502x_1 + 503x_2 + 501x_3$$

p.o.

$$2004x_1 + 2008x_2 + 2006x_3 \leq 49000$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 52.55$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Uvedimo dopunska ograničenja:

$$\arg \max Z(x) = 502x_1 + 503x_2 + 501x_3$$

p.o.

$$2004x_1 + 2008x_2 + 2006x_3 + x_4 = 49000$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_5 = 52.55$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

Konstruišimo simpleks tabelu:

B	b _i	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	t _{max}
x ₄	49000	2004	2008	2006	1	0	$\frac{6125}{251}$
x ₅	$\frac{1051}{20}$	1	1	1	0	1	$\frac{1051}{20}$
	0	502	503	501	0	0	

Za ulazak u bazu biramo x₂ jer uz njega stoji najveći koeficijent.

Iz baze će izaći x₄ jer je tu t_{max} najmanji.

B	b _i	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	t _{max}
x ₂	$\frac{6125}{251}$	$\frac{501}{502}$	1	$\frac{1003}{1004}$	$\frac{1}{2008}$	0	$\frac{12250}{501}$
x ₅	$\frac{141301}{5020}$	$\frac{1}{502}$	0	$\frac{1}{1004}$	$-\frac{1}{2008}$	1	$\frac{141301}{10}$
	$-\frac{3080875}{251}$	$\frac{1}{502}$	0	$-\frac{1505}{1004}$	$-\frac{503}{2008}$	0	

Za ulazak u bazu biramo x₁ jer uz njega stoji najveći koeficijent (jedini pozitivan).

Iz baze će izaći x₂ jer je tu t_{max} najmanji.

B	b _i	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅
x ₁	$\frac{12250}{501}$	1	$\frac{502}{501}$	$\frac{1003}{1002}$	$\frac{1}{2004}$	0
x ₅	$\frac{281551}{10020}$	0	$-\frac{1}{501}$	$-\frac{1}{1002}$	$-\frac{1}{2004}$	1
	$-\frac{6149500}{501}$	0	$-\frac{1}{501}$	$-\frac{752}{501}$	$-\frac{251}{1002}$	0

Algoritam terminira jer su svi koeficijenti u posljednjem redu ≤ 0.

Rješenje: $X = (\frac{12250}{501}, 0, 0, 0, \frac{281551}{10020})$ $Z = \frac{6149500}{501}$

Maksimizirani prirast funkcije:

B	b _i	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	t _{max1}	t _{max2}	t _{max3}
x ₄	49000	2004	2008	2006	1	0	$\frac{12250}{501}$	$\frac{6125}{251}$	$\frac{24500}{1003}$
x ₅	$\frac{1051}{20}$	1	1	1	0	1	$\frac{1051}{20}$	$\frac{1051}{20}$	$\frac{1051}{20}$
	0	502	503	501	0	0			

Za svaki x₁, x₂ i x₃ sada računamo c*t_{max} pri čemu je t_{max}=tmin{t₁,t₂}

Za x₁ c=502, t_{max} = 12250/501 → c*t_{max} = 6149500/501

Za x₂ c=503, t_{max} = 6125/251 → c*t_{max} = 3080875/251

Za x₃ c=501, t_{max} = 24500/1003 → c*t_{max} = 12274500/1003

Najveći od ovih je prirast od x₁, dakle on ulazi u bazu, a izlazi x₄.

B	b _i	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅
x ₁	$\frac{12250}{501}$	1	$\frac{502}{501}$	$\frac{1003}{1002}$	$\frac{1}{2004}$	0
x ₅	$\frac{281551}{10020}$	0	$-\frac{1}{501}$	$-\frac{1}{1002}$	$-\frac{1}{2004}$	1
	$-\frac{6149500}{501}$	0	$-\frac{1}{501}$	$-\frac{752}{501}$	$-\frac{251}{1002}$	0

Vidimo da algoritam terminira nakon prve iteracije jer su svi koeficijenti u posljednjem redu ≤ 0.

Rješenje: $X = \left(\frac{12250}{501}, 0, 0, 0, \frac{281551}{10020}\right)$ $Z = \frac{6149500}{501}$

```

188     model=Model(HiGHS.Optimizer)
189     @variable(model,x1>=0)
190     @variable(model,x2>=0)
191     @variable(model,x3>=0)
192     @objective(model,Max,502x1+503x2+501x3)
193     @constraint(model,c1,x1+x2+x3<=52.55)
194     @constraint(model,c2,2004x1+2008x2+2006x3<=49000)
195     print(model)
196
197     optimize!(model)
198     termination_status(model)
199     primal_status(model)
200     println("Rjesenje je ",objective_value(model))
201     println("x1 = ",value(x1))
202     println("x2 = ",value(x2))
203     println("x3 = ",value(x3))
204     println("x4= ",52.55-value(c1))
205     println("x5 = ",49000-value(c2))
206

```

PROBLEMS OUTPUT DEBUG CONSOLE TERMINAL PORTS COMMENTS

```

Objective value      :  1.2274451098e+04
HiGHS run time       :           0.04
Rjesenje je 12274.45109780439
x1 = 24.451097804391217
x2 = 0.0
x3 = 0.0
x4= 28.09890219560878
x5 = 0.0

```

(Na slici su zamijenjeni x4 i x5 zbog drugog redoslijeda za constrainte.)