(6 pages)

APRIL 2023

72073/SBAMM

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — ($10 \times 2 = 20$ marks)

Answer any TEN questions.

1. Write the expansion of $(1+x)^{-n}$.

   $(1+x)^{-n}$ –ன் விரிவை எழுதுக.

2. Write the Lagrange's formula.

   லெக்ராஞ்ஜியன் வாய்பாட்டை எழுதுக.

3. State the Cayley – Hamilton theorem.

   கெய்லி – ஹாமில்டன் தேற்றத்தை எழுதுக.

4. Define symmetric matrix.

   வரையறு – சமச்சீர் அணி.

5. Find the eigen values of the matrix $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$.

   $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$ என்ற அணியின் சிறப்பு மூலங்களைக் காண்க.

6. Find the Cubic equation two of whose roots are $1, 4\sqrt{3}$.

$1, 4\sqrt{3}$ என்ற இரு மூலங்களைக் கொண்ட முப்படிச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

7. Find the equation whose roots are half of the roots $x^4 + 5x^3 + x^2 + 2x - 1 = 0$.

$x^4 + 5x^3 + x^2 + 2x - 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் ஒவ்வொரு மூலங்களின் சரிபாதி மூலங்களைக் கொண்டு ஒரு சமன்பாட்டைக் காண்க.

8. Write down the expansion of $\sin 6\theta$.

$\sin 6\theta$ –ன் விரிவை எழுதுக.

9. Prove that $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$.

$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$ என நிறுவுக.

10. Find the nth derivative of $\sin(4x+3)$.

$\sin(4x+3)$ –ன் n –ஆவது வகைக் கெழுவைக் காண்க.

11. Find the radius of curvature for the curve $y = c.\cosh\left(\frac{x}{c}\right)$ at the point $(0, c)$.

$y = c.\cosh\left(\frac{x}{c}\right)$ என் வளைவரைக்கு $(0, c)$ என்ற புள்ளியில் வளை ஆரம் காண்க.

12. If $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$, then find $\frac{\partial(x, y)}{\partial(r, \theta)}$.

$x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$ எனில், $\frac{\partial(x, y)}{\partial(r, \theta)}$ – ஐக் கண்டுபிடிக்க.

SECTION B — ($5 \times 5 = 25$ marks)

Answer any FIVE questions.

13. Using Lagrange's interpolation formula, find $y(10)$.

x	5	6	9	11
y	12	13	14	16

லெக்ராஞ்சியன் இடைச்செருகல் வாய்ப்பாட்டைக் கொண்டு பின்வரும் மதிப்புகளைப் பயன்படுத்தி $y(10)$ –ன் மதிப்பு காண்க.

x	5	6	9	11
y	12	13	14	16

14. Prove that $\frac{e-1}{e+1} = \frac{\frac{1}{2!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{6!} + \ldots\infty}{\frac{1}{1!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{5!} + \ldots\infty}$.

$\frac{e-1}{e+1} = \frac{\frac{1}{2!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{6!} + \ldots\infty}{\frac{1}{1!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{5!} + \ldots\infty}$ என நிரூபிக்க.

15. Find the eigen values of the matrix $\begin{pmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

$\begin{pmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ என்ற அணியின் சிறப்பு மூலங்களைக் காண்க.

16. Solve $4x^3 - 24x^2 + 23x + 18 = 0$ whose roots are in Arithmatic progression.

$4x^3 - 24x^2 + 23x + 18 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் கூட்டுத்தொடரில் அமைந்தால், அந்த மூலங்களைக் காண்க.

17. Prove that $\cos^8 \theta = \frac{1}{128}[\cos 8\theta + 8\cos 6\theta + 28\cos 4\theta + 56\cos 2\theta + 35]$.

$\cos^8 \theta = \frac{1}{128}[\cos 8\theta + 8\cos 6\theta + 28\cos 4\theta + 56\cos 2\theta + 35]$ என நிரூபிக்க.

18. Prove that $\tanh^{-1} x = \frac{1}{2}\log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$.

$\tanh^{-1} x = \frac{1}{2}\log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ என நிரூபி.

19. If, $y = a\cos(\log x) + b\sin(\log x)$ show that $x^2 y_{n+2} + (2n+1)xy_{n+1} + (n^2+1)y_n = 0$.

$y = a\cos(\log x) + b\sin(\log x)$ எனில்
$x^2 y_{n+2} + (2n+1)xy_{n+1} + (n^2+1)y_n = 0$ என நிரூபி.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

20. Prove that $\frac{15}{16} + \frac{15.21}{16.24} + \frac{15.21.27}{16.24.32} + \ldots\infty = \frac{47}{9}$.

$\frac{15}{16} + \frac{15.21}{16.24} + \frac{15.21.27}{16.24.32} + \ldots\infty = \frac{47}{9}$ என நிரூபி.

21. Verify Cayley Hamilton theorem for $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ and hence find A^{-1}.

$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ –க்கு கெய்லி – ஹேமில்டன் தேற்றத்தை சரிபார்த்து, A^{-1} – ஐயும் காண்க.

22. Solve the equation $x^4 - 10x^3 + 26x^2 - 10x + 1 = 0$.

தீர்க்க : $x^4 - 10x^3 + 26x^2 - 10x + 1 = 0$.

23. If $\cos(A + iB) = x + iy$ then show that $\frac{x^2}{\cos^2 A} - \frac{y^2}{\sin^2 A} = 1$ and $\frac{x^2}{\cosh^2 B} - \frac{y^2}{\sinh^2 B} = 1$.

$\cos(A + iB) = x + iy$ எனில் $\frac{x^2}{\cos^2 A} - \frac{y^2}{\sin^2 A} = 1$, மற்றும் $\frac{x^2}{\cosh^2 B} - \frac{y^2}{\sinh^2 B} = 1$ என நிரூபி.

24. Show that the maximum value of $x^2y^2z^2$, if $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ is $\left(\frac{a^2}{3}\right)^3$.

$x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ எனில் $x^2y^2z^2$ ன் மீப்பெரு மதிப்பு $\left(\frac{a^2}{3}\right)^3$ எனக் காட்டுக.