

计算物理 实验报告4

羊达明 PB16000647

用Schrage方法编写随机数子程序，用连续两个随机数作为点的坐标值绘出若干点的平面分布图。再用 $\langle x^k \rangle$ 测试均匀性（取不同量级的N值，讨论偏差与N的关系）、C(l) 测试其2维独立性（总点数 $N > 10^7$ ）。

两种检验方法具体实现如下：

1. 用 $\langle x^k \rangle$ 测试均匀性

X 是 $[0, 1]$ 上均匀分布的随机变量，它的 k 阶原点矩理论值为 $\langle x^k \rangle = \int_0^1 x^k dx = \frac{1}{k+1}$.

计算伪随机序列的 k 阶矩 $\langle x^k \rangle = \sum_{n=1}^N x_n^k$ ，比较实际值和理论值的偏差.偏差越小，均匀性越好.

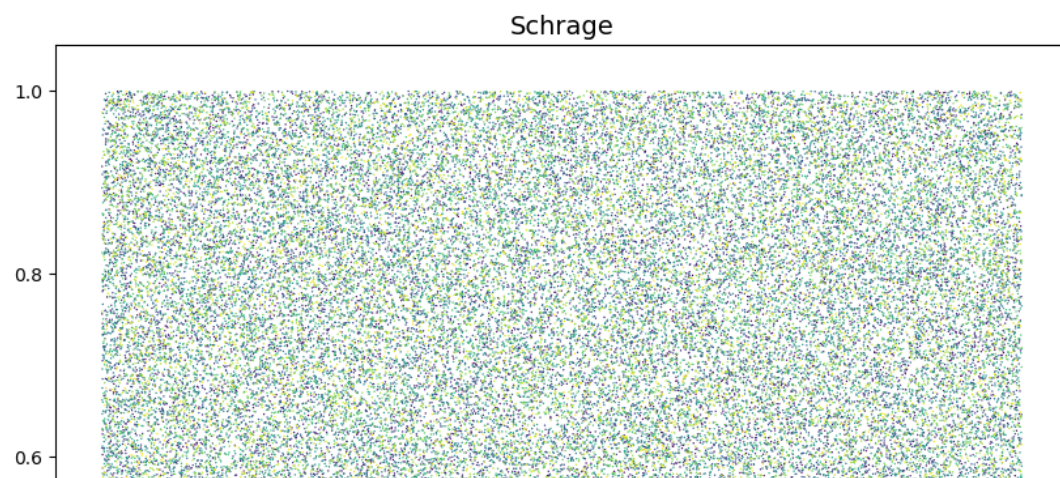
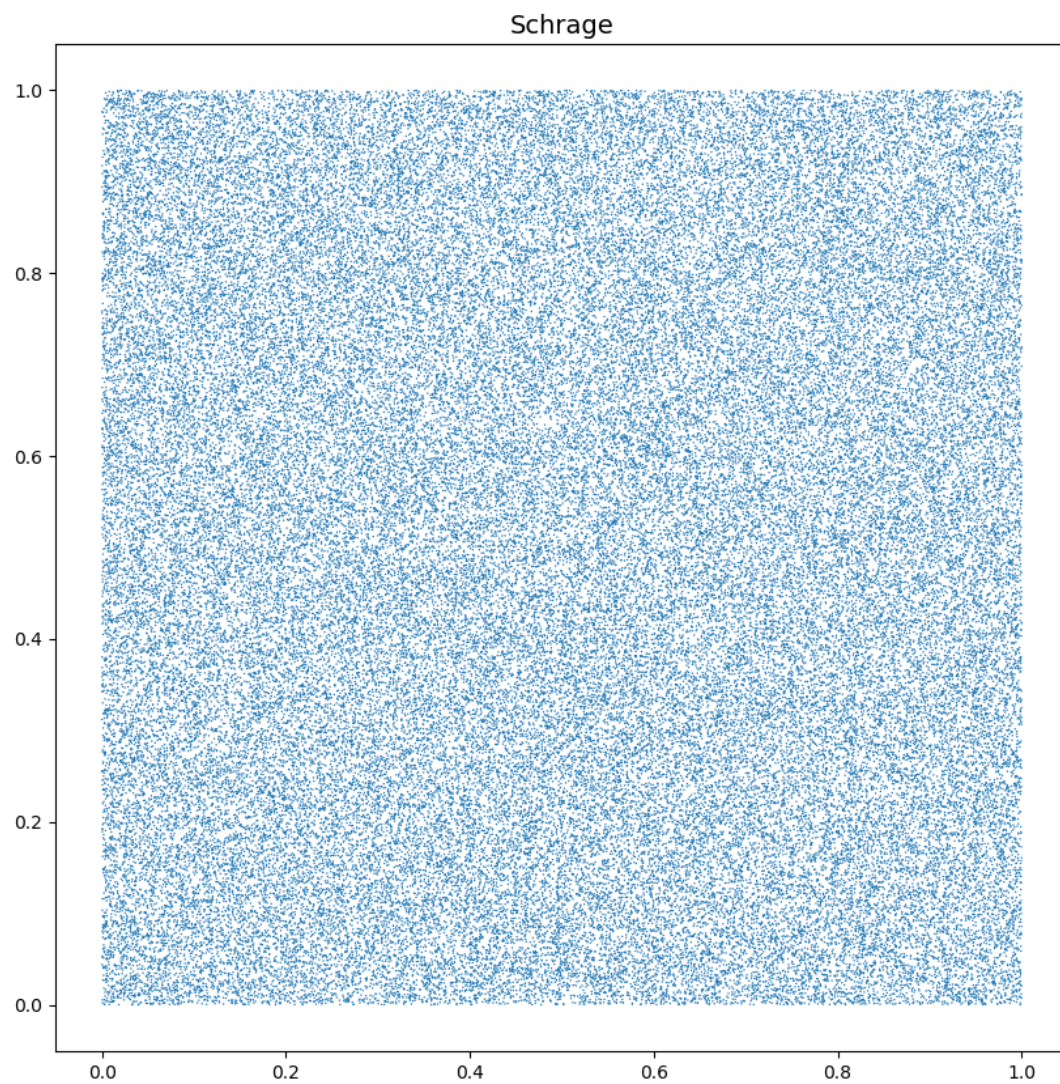
2. 用 $C(l)$ 测试独立性

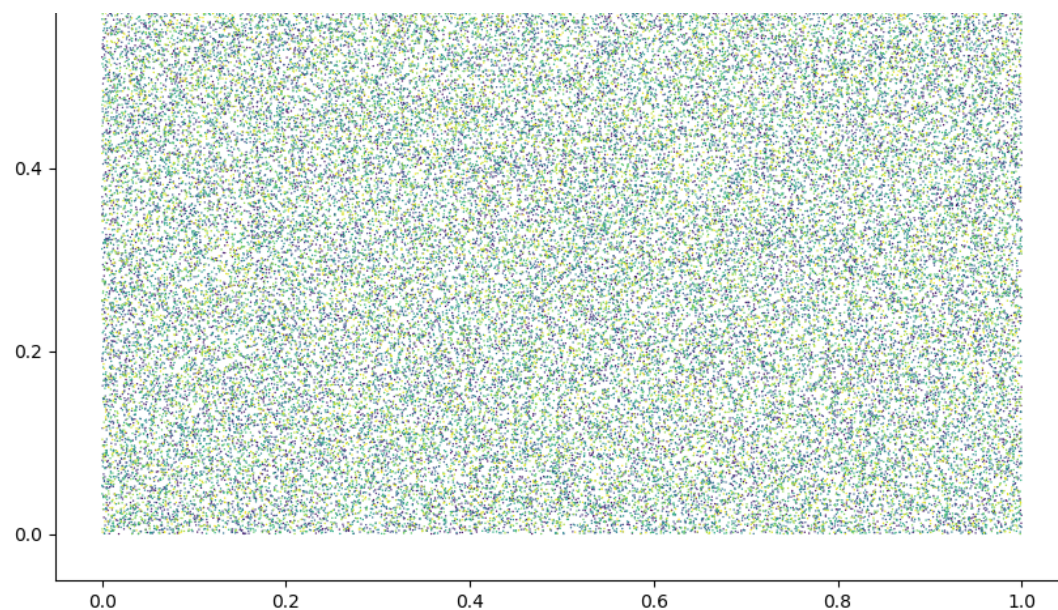
讨论伪随机数序列独立性的一个方法是顺序相关法，用相邻两个随机数的相关系数来标识伪随机数序列的独立性情况，相关系数越小，独立性越好.相距为 l 的相关系数为 $C(l) = \frac{\langle x_n x_{n+l} \rangle - \langle x_n \rangle^2}{\langle x_n^2 \rangle - \langle x_n \rangle^2}$.

其中平均值的定义是 $\langle x_n \rangle = \sum_{n=1}^N x_n / N$.当两个随机数序列 x_n 与 x_{n+l} 不相关时，相关系数为 0.

结果：

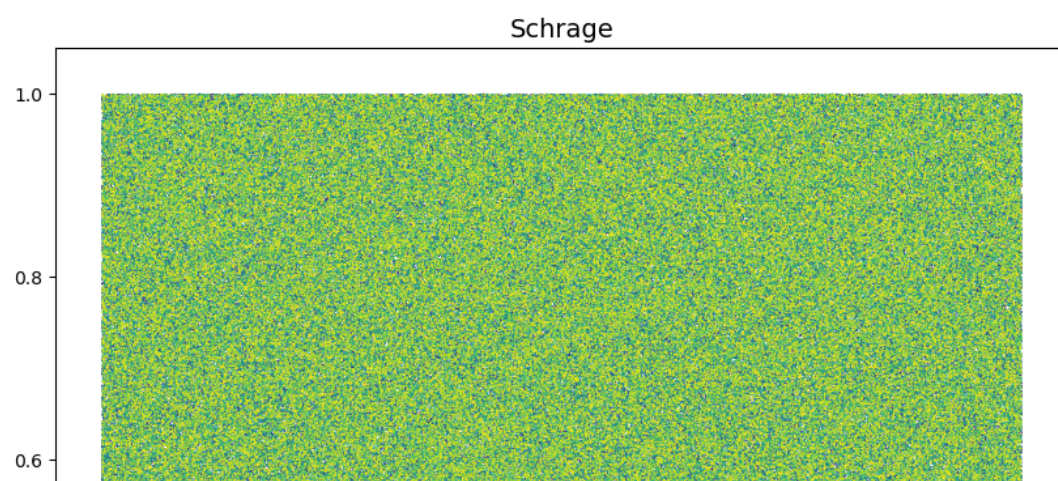
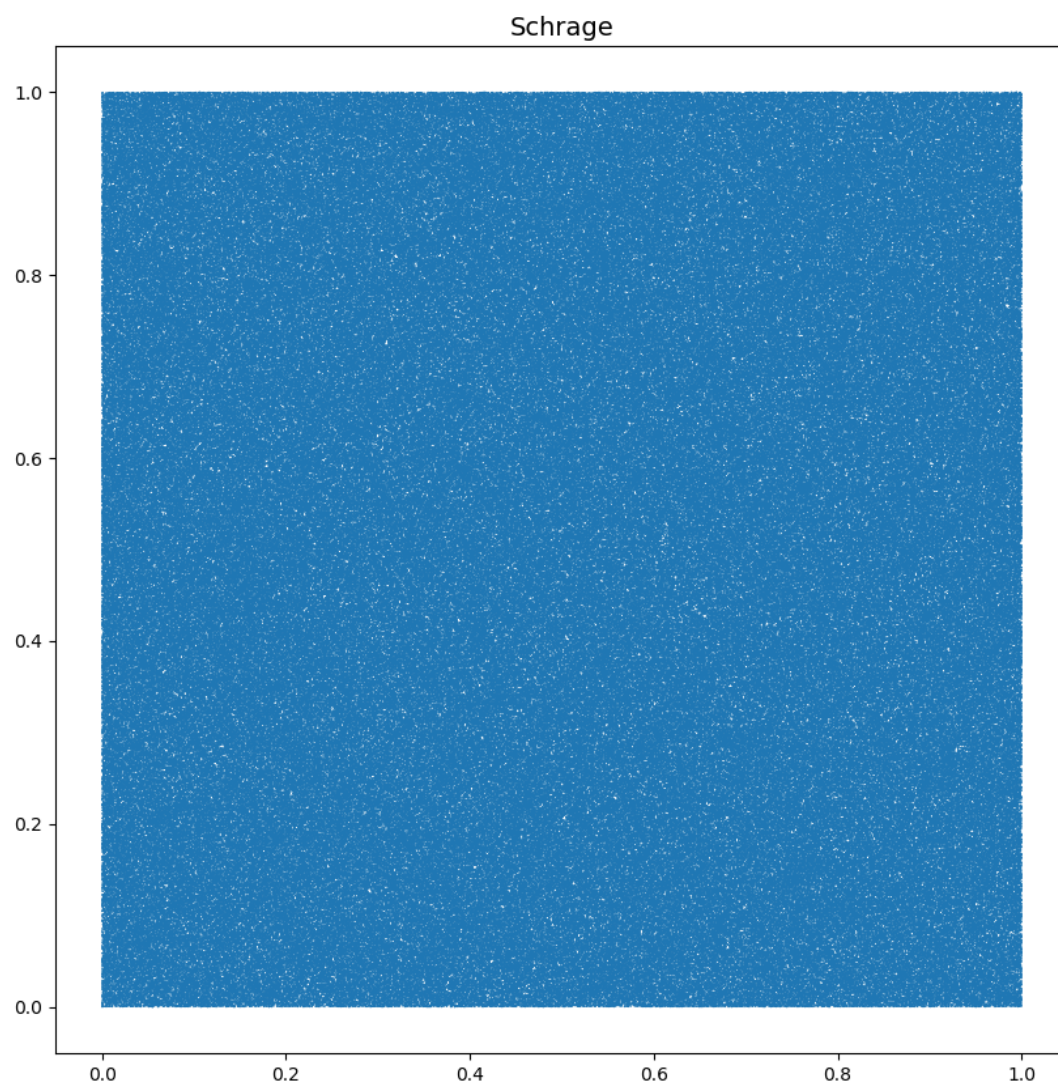
N = 100000, seed = 2333

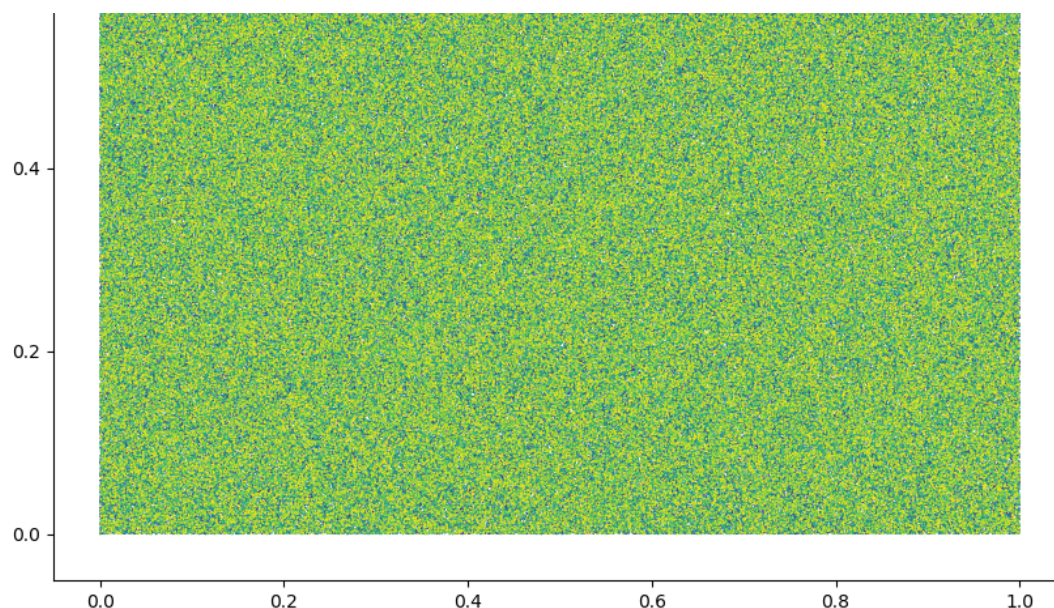




带颜色的图不同颜色表示不同生成顺序，可以看出这个也是很均匀的。

N = 1000000, seed = 42





k阶矩的可读结果都在输出文件kth_order_*中，对应上面两个例子

简图如下：

```

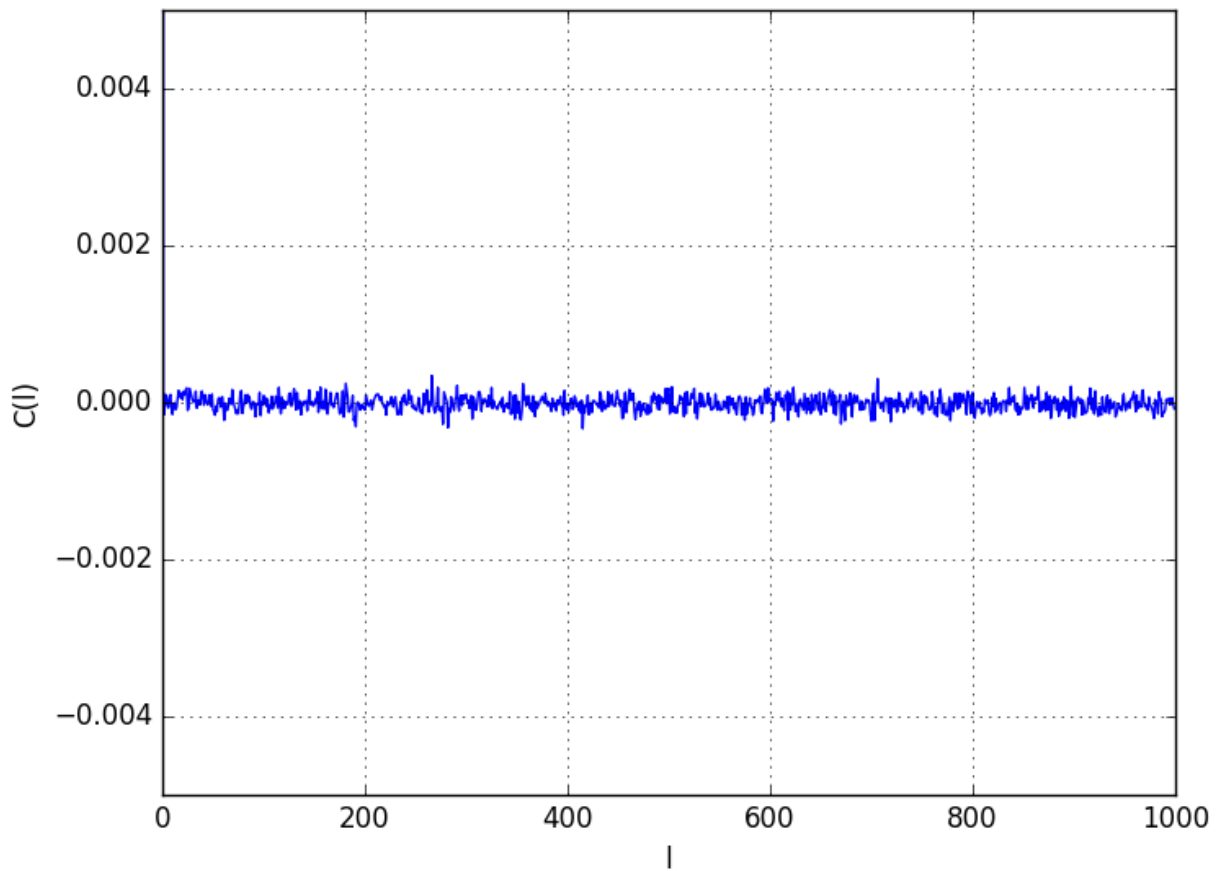
1  N = 1000
2      k      kth moment      1 / 1 + k      deviation
3      1      0.483162335808465      0.5000000000000000      0.016837664191535
4      2      0.315327211689535      0.3333333333333333      0.018006121643798
5      3      0.233329428056492      0.2500000000000000      0.016670571943508
6      4      0.185162816054437      0.2000000000000000      0.014837183945563
7      5      0.153604692242437      0.1666666666666667      0.013061974424230
8  N = 10000
9      k      kth moment      1 / 1 + k      deviation
10     1      0.495985448118800      0.5000000000000000      0.004014551881200
11     2      0.329580475232445      0.3333333333333333      0.003752858100888
12     3      0.246610618829347      0.2500000000000000      0.003389381170653
13     4      0.196916316733386      0.2000000000000000      0.003083683266614
14     5      0.163832984806532      0.1666666666666667      0.002833681860134
15  N = 100000
16     k      kth moment      1 / 1 + k      deviation
17     1      0.498311064450744      0.5000000000000000      0.001688935549256
18     2      0.331693036471487      0.3333333333333333      0.001640296861847
19     3      0.248508964968603      0.2500000000000000      0.001491035031397
20     4      0.198626079094302      0.2000000000000000      0.001373920905698
21     5      0.165382021108548      0.1666666666666667      0.001284645558118
22

```

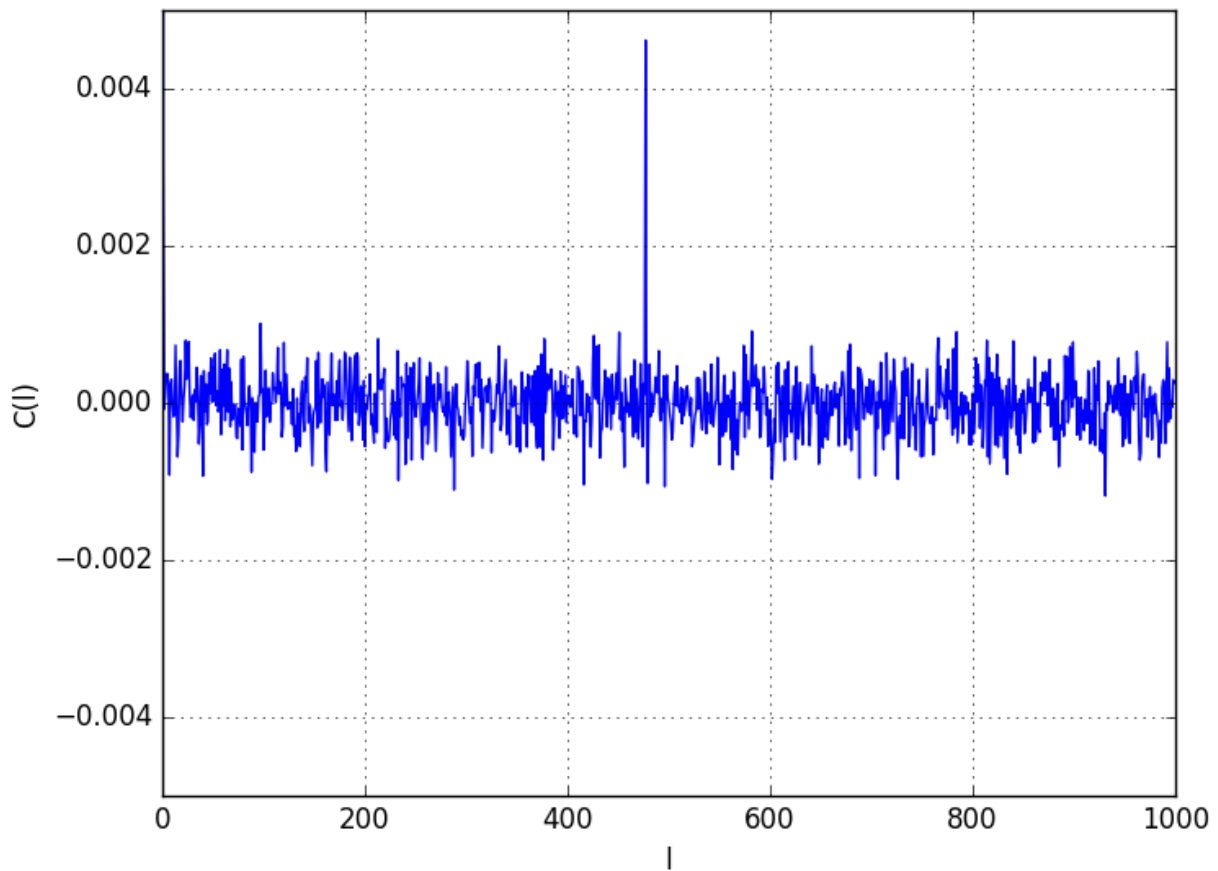
除了上面例子外还跑了各种N的值的行情，N越大，实验值与理论值越接近。

C(l)测试二维独立性的结果在输出文件correlation_*中可以看到，两个可视化结果如下：

Correlation Coefficient of 16807($N=10^8$,Seed=1)



Correlation Coefficient of Randomz($N=10^8$,Seed=1)



独立性都还可以。