

计算物理 作业报告3

PB16000647 羊达明

题目:

进行单中心**扩散限制凝聚** (Diffusion-limited Aggregation, DLA)模型的模拟, 并用两种方法计算模拟得到的DLA图形的分形维数, 求分形维数时需要作出双对数图。

算法思路:

DLA模拟

模拟DLA的过程分以下几个步骤

- 初始化边界, 网格, 凝聚中心
- 在一定范围内随机产生粒子, 并进行随机行走
- 当粒子与团簇相遇时停止运动, 成为团簇的一部分
- 重复前两步

其中需要注意的几点是:

1. 所谓网格用大数组实现, 团簇占有部分取值为1, 不然为0
2. 产生随机粒子的范围并非是整个初始化时的边界内, 而是随着团簇动态变化的一个区域, 称为动态边界
3. 粒子随机行走方向有八个, 即上、下、左、右、左上、左下、右上、右下
4. 当粒子超出动态边界时, 处理方法是移动到相对的一侧动态边界 (直接产生下一个随机粒子也可)
5. 粒子与团簇相遇即相邻

分形维数

采用Sandbox法和盒计数法计算分形维数

- **Sandbox法**

Sandbox方法简单来说是在越来越大的“盒子”中统计其中的粒子数, 以此来计算分形维数。具体公式如下:

$$N = r^D \quad (1)$$

由此可以得到简单的代码实现: 只要将原点放在凝聚中心, 然后选取一系列“盒子”, 统计每个大小盒子中点数目, 时间复杂度为 $O(num_{particle} \times num_{box})$ 。

- **盒计数法**

盒计数法与Sandbox法相反, 是取越来越小的盒子, 其公式如下:

$$N(\epsilon) = (1/\epsilon)^D \quad (2)$$

实际在代码中利用模块`numpy`的内置矩阵可以比较简易地选取子块, 可以实现盒计数法。

程序使用说明:

编程环境: **Ubuntu(zsh) / gcc / Python**

- `dla.c` 输出DLA模拟的结果，为指定长度的点集
- `dla` gcc 编译结果(Linux下可执行文件)
- `plot.py` DLA模拟的绘图程序
- `plot_sandbox.py` 用sandbox方法计算分形维数，并绘制双对数图
- `plot_boxcounting.py` 用boxcounting方法计算分形维数，并绘制双对数图
- `dla.sh` 整合了上述文件的shell脚本，可以比较方便批量计算

在终端中执行以下命令执行julia:

```
$ ./dla.sh 100000

# 参数为粒子总数
```

此时实际在执行以下指令:

```
gcc dla.c -o dla
./dla 100000 > test_100000
python plot.py 100000
python plot_sandbox.py 100000
python plot_boxcounting.py 100000
mkdir result_100000 && mv *_100000* ./result_100000
```

在终端中会有以下输出:

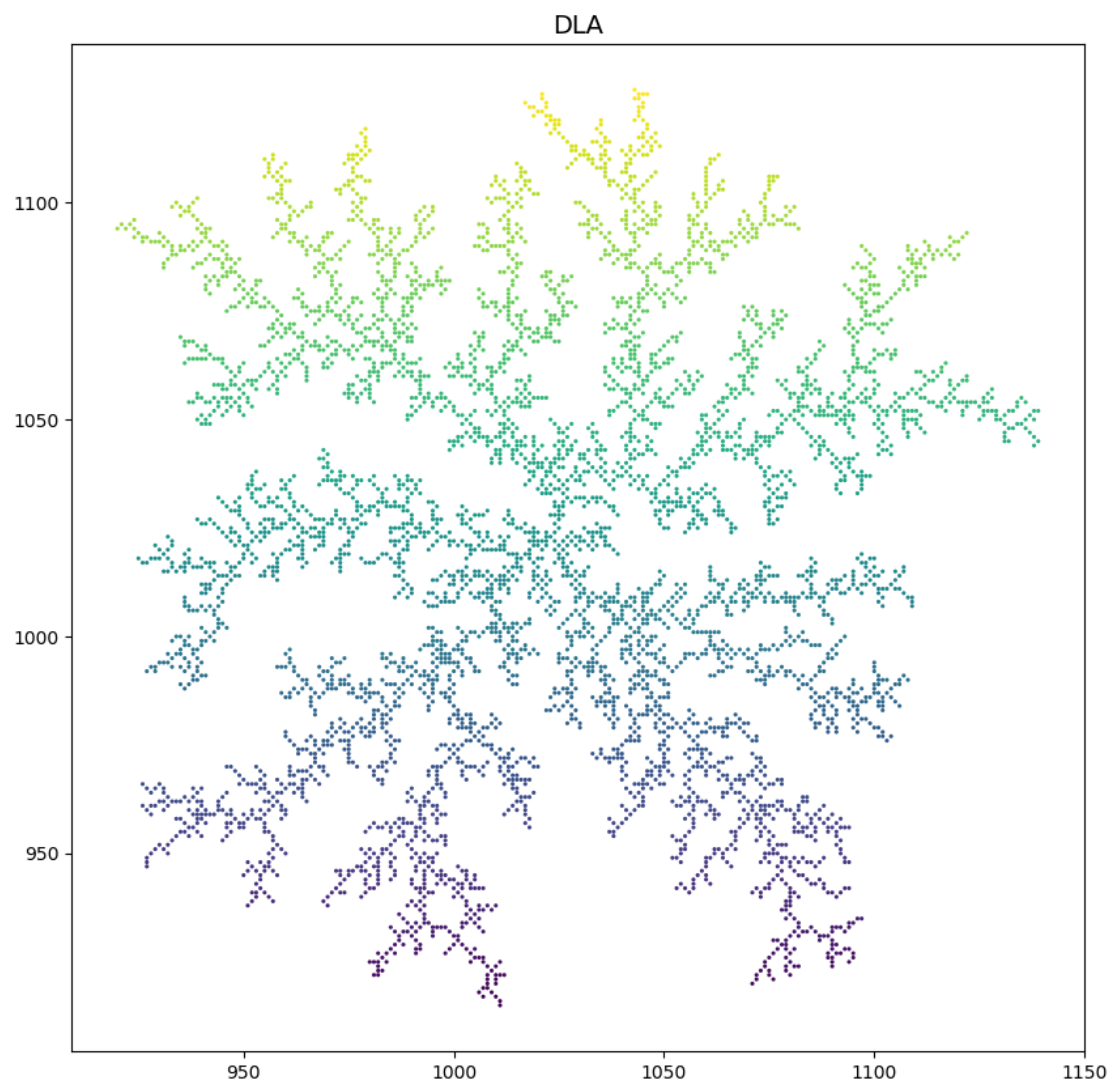
```
final dynamic border: 182
total particles: 10000328
```

得到文件夹 `result_100000` , 包含以下文件:

- `test_100000`
- `dla_100000.png`
- `sandbox_100000.png`
- `boxcounting_100000.png`

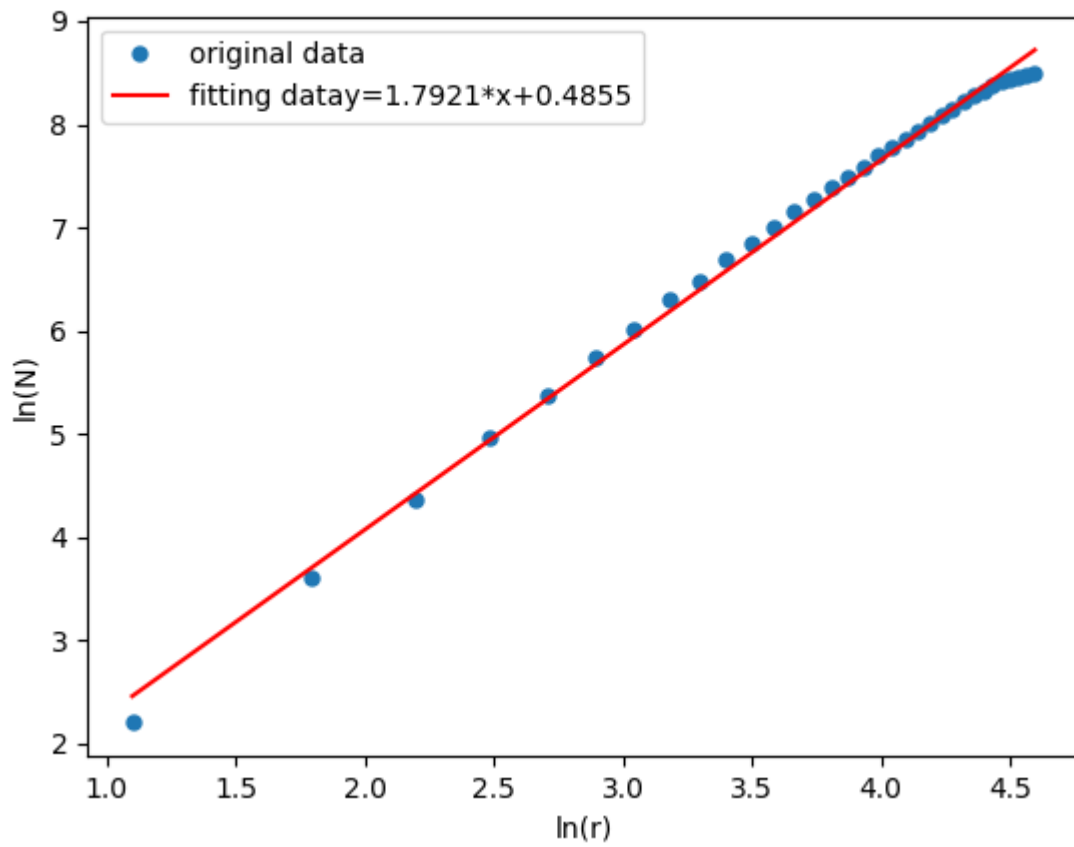
结果:

- 5000个粒子

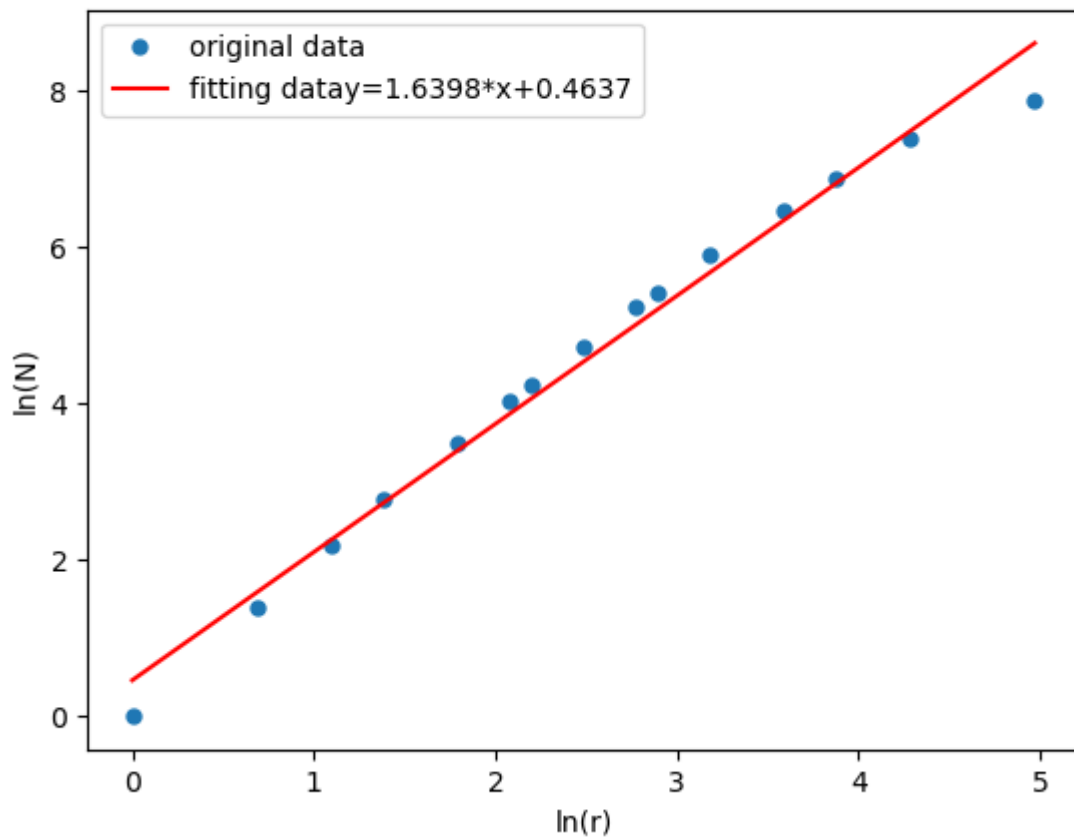


用 *sandbox* 和 *boxcounting* 得到的分形维数分别如下:

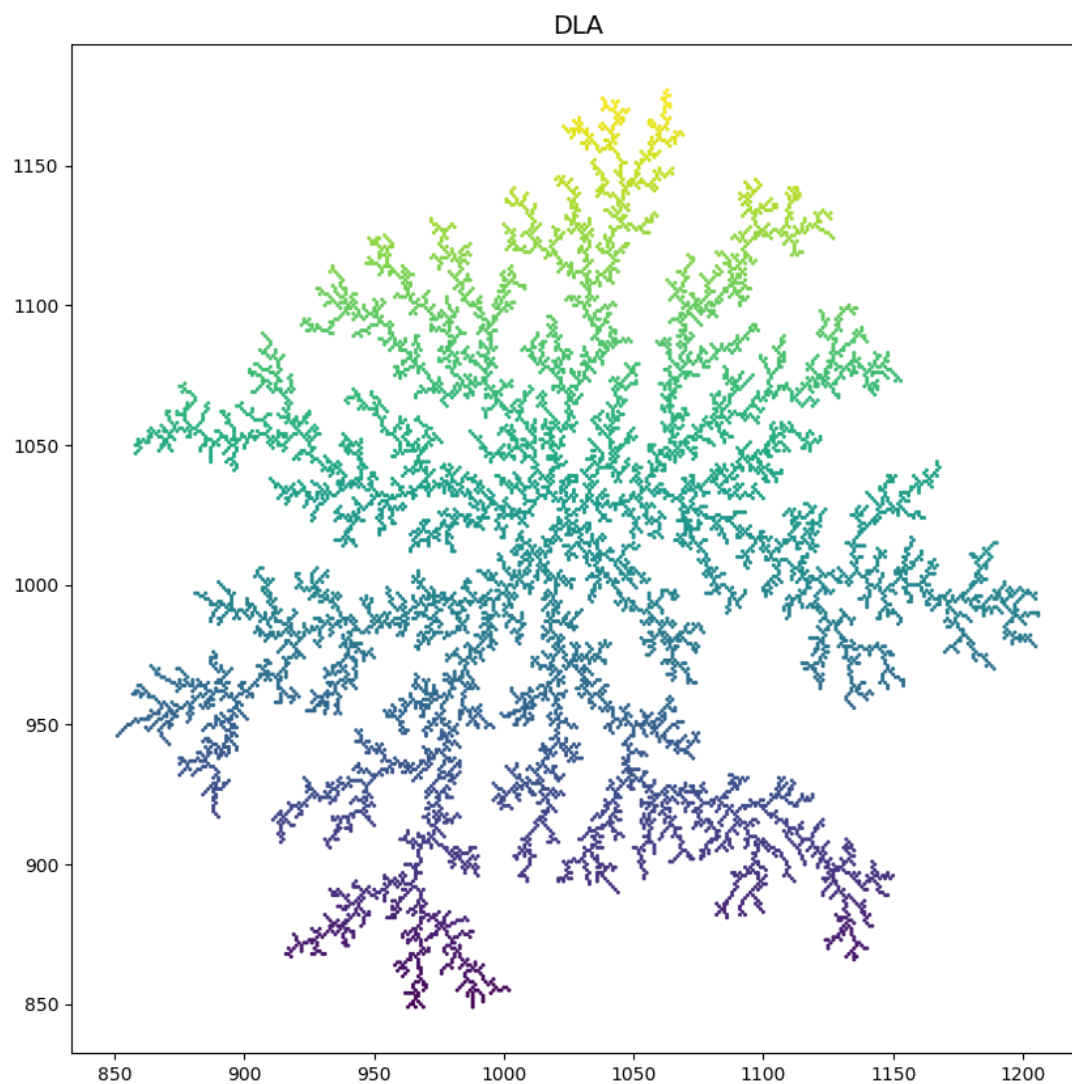
fractal dimension : 1.7921



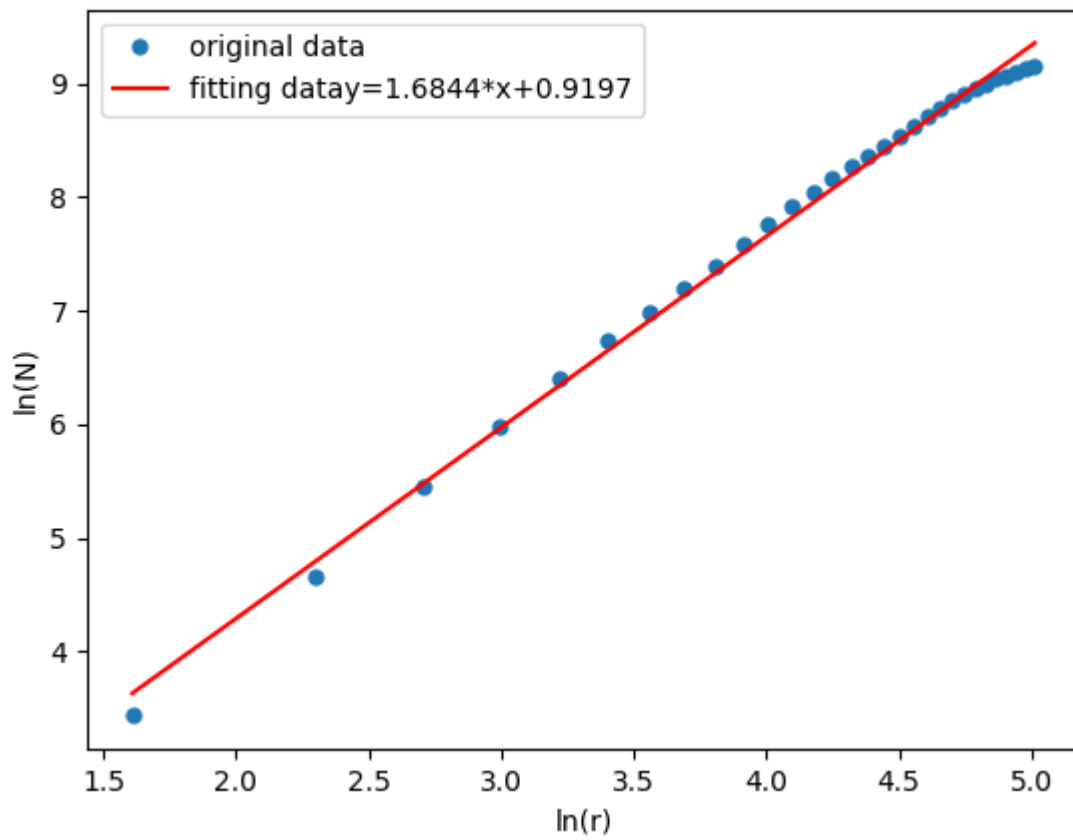
the fractal dimension is 1.6398



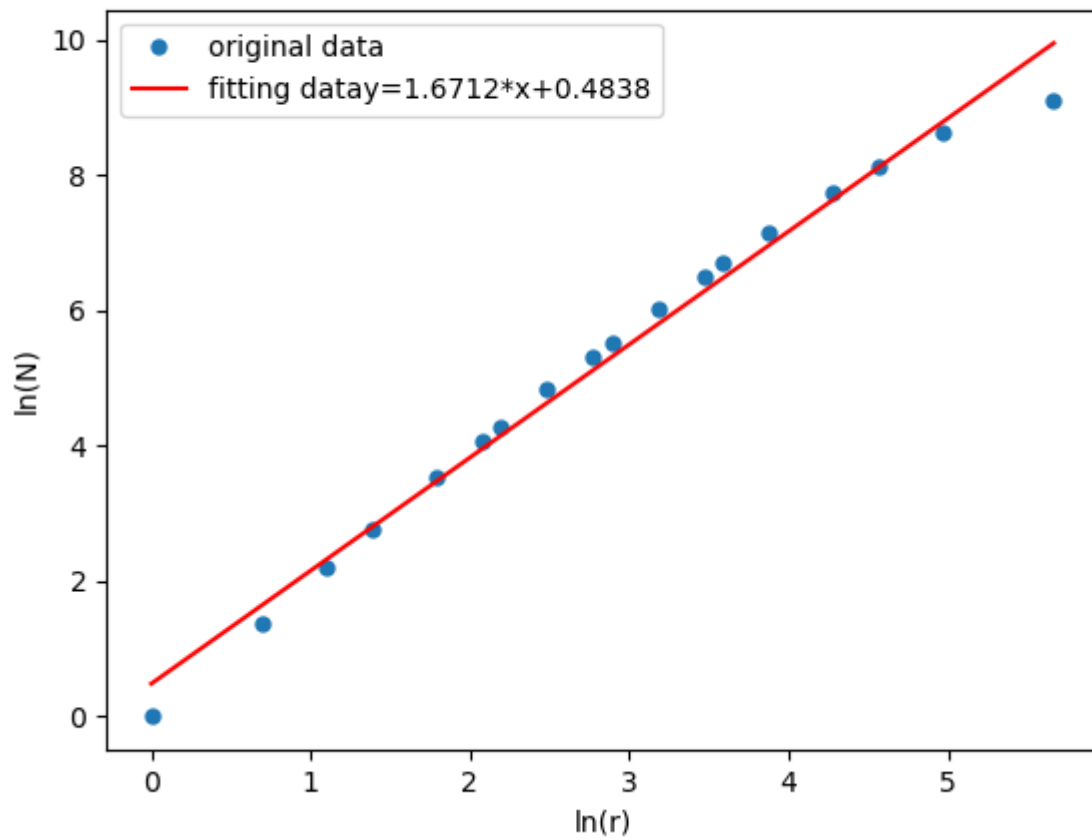
- 10000个粒子 (分形维数顺序是 *sandbox* , *boxcounting*)



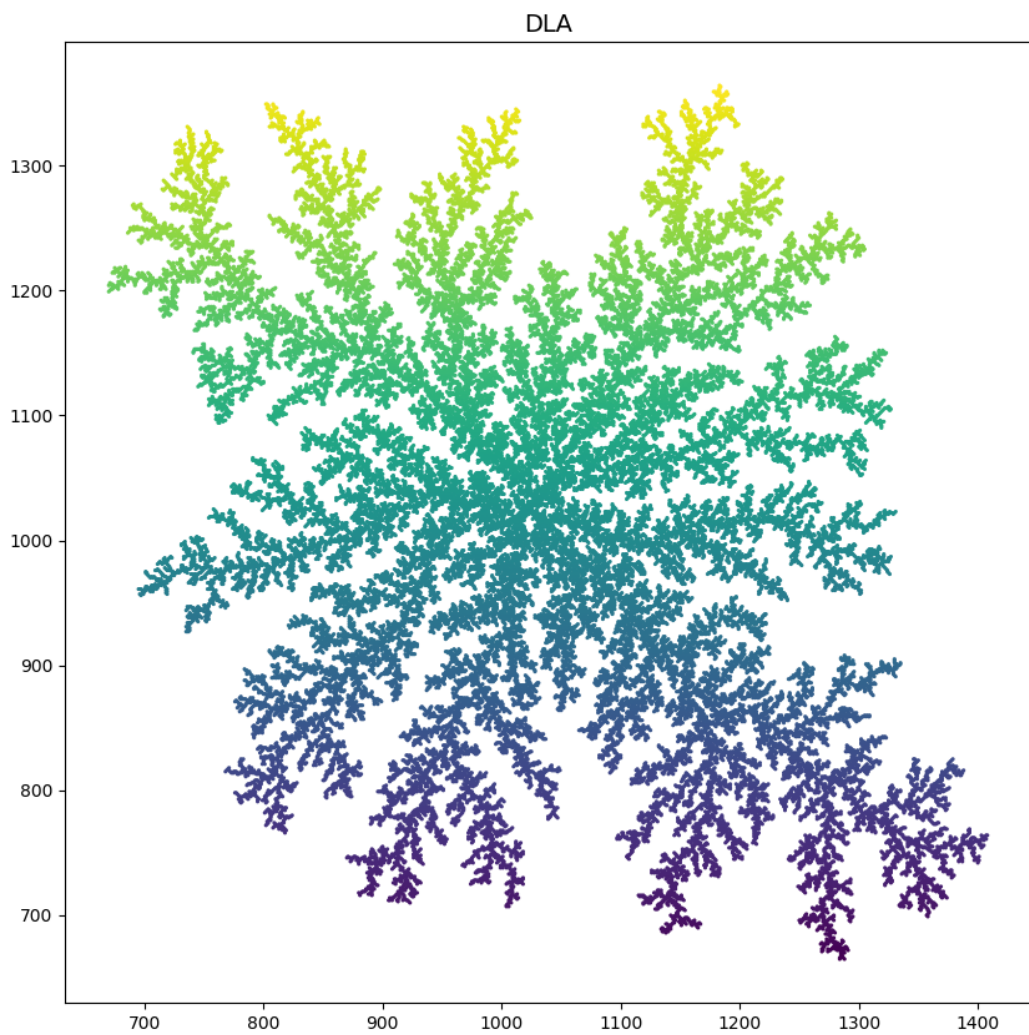
fractal dimension : 1.6844



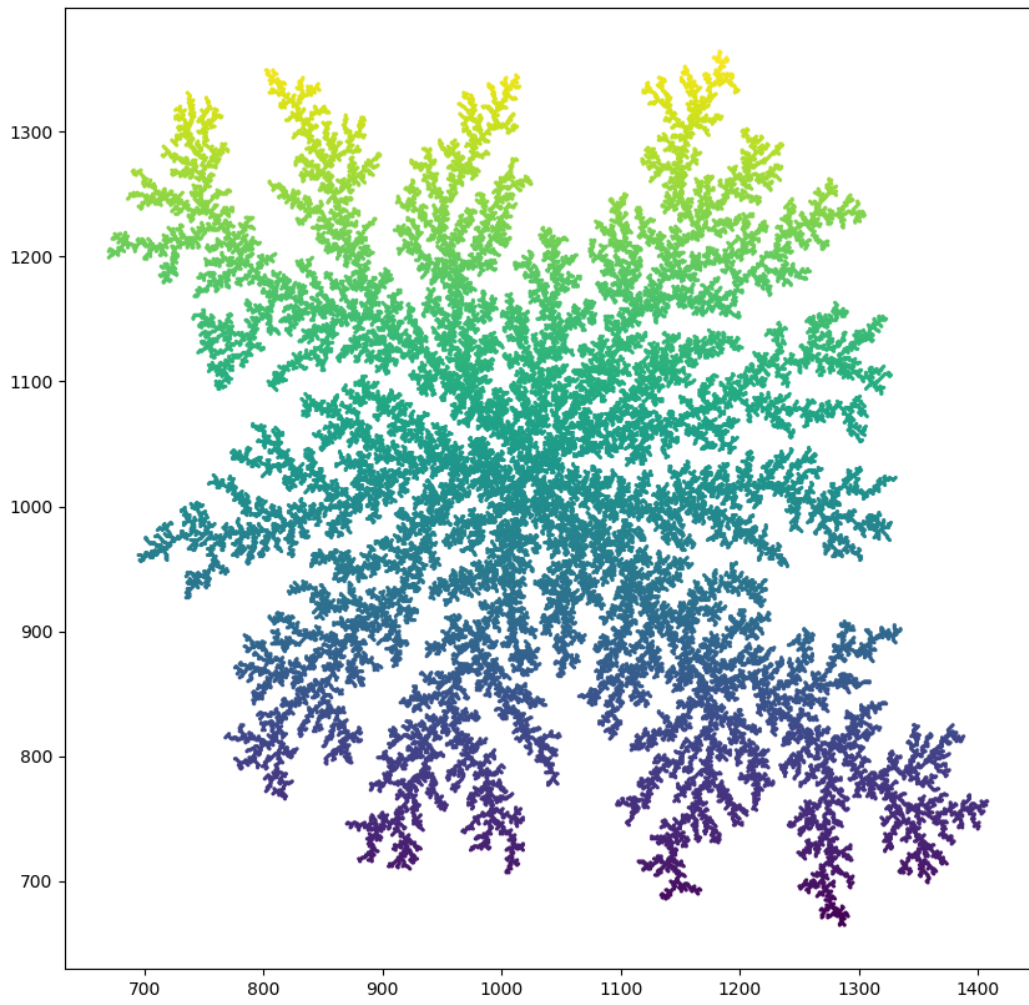
the fractal dimension is 1.6712



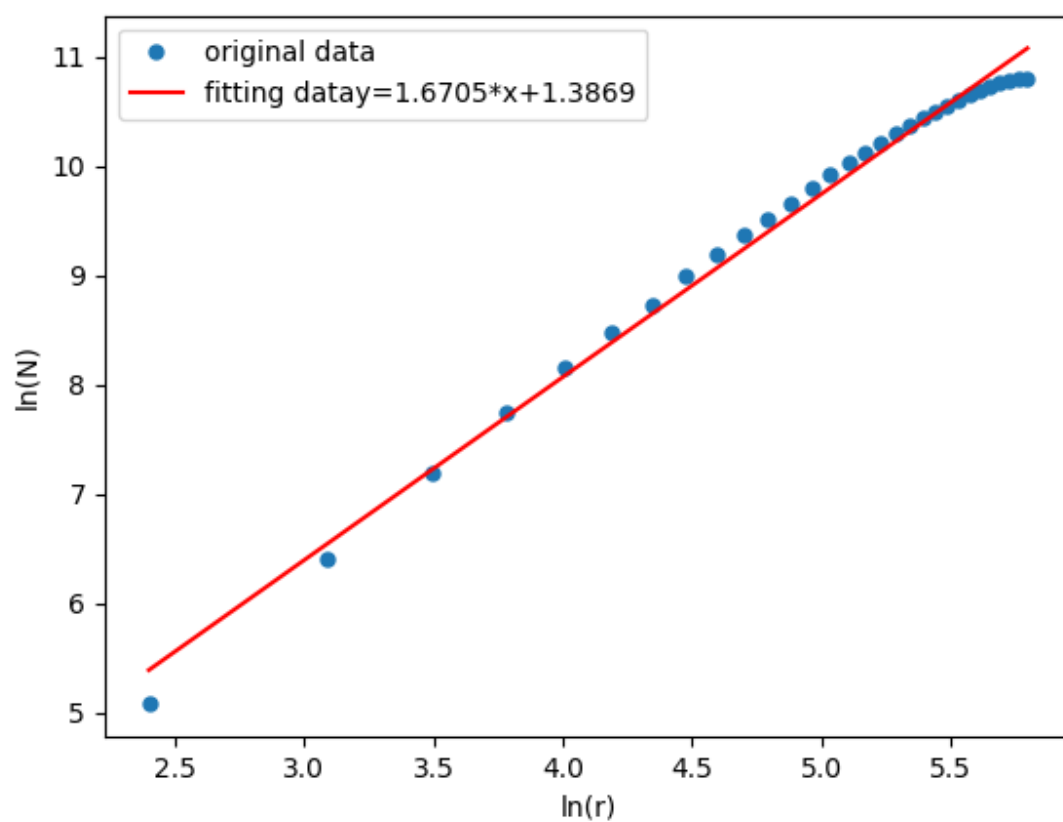
- 50000个粒子 (分形维数顺序是 *sandbox* , *boxcounting*)



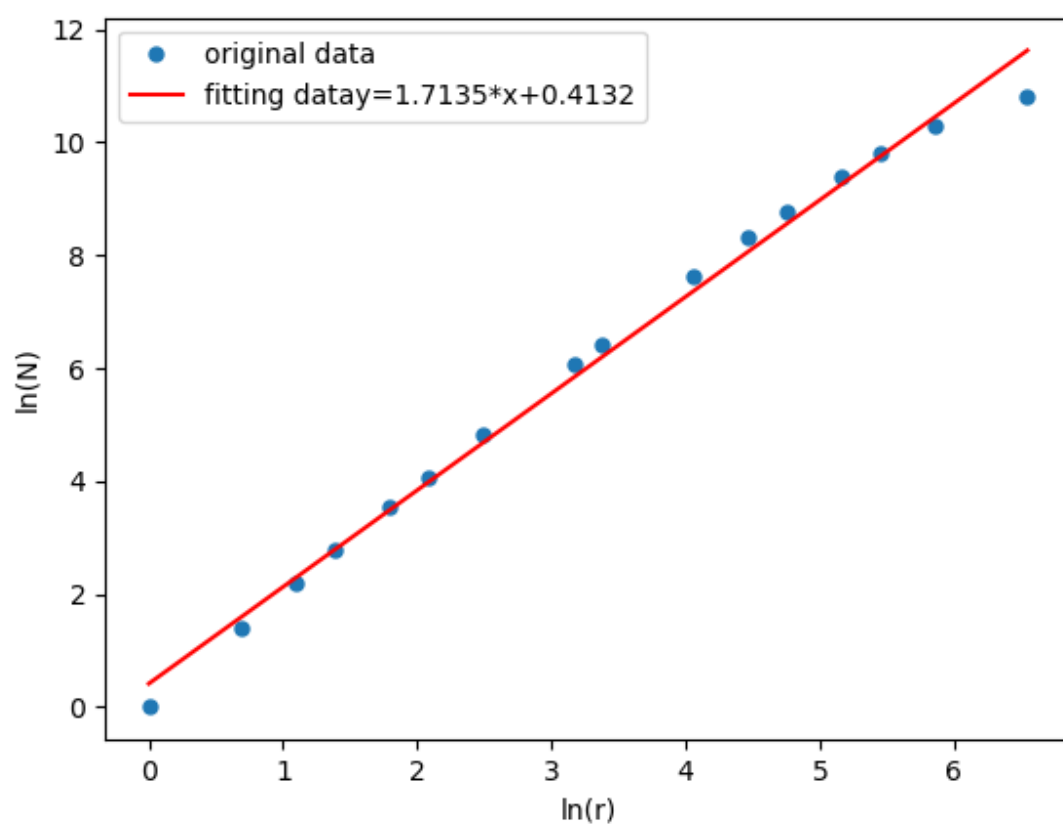
DLA



fractal dimension : 1.6705

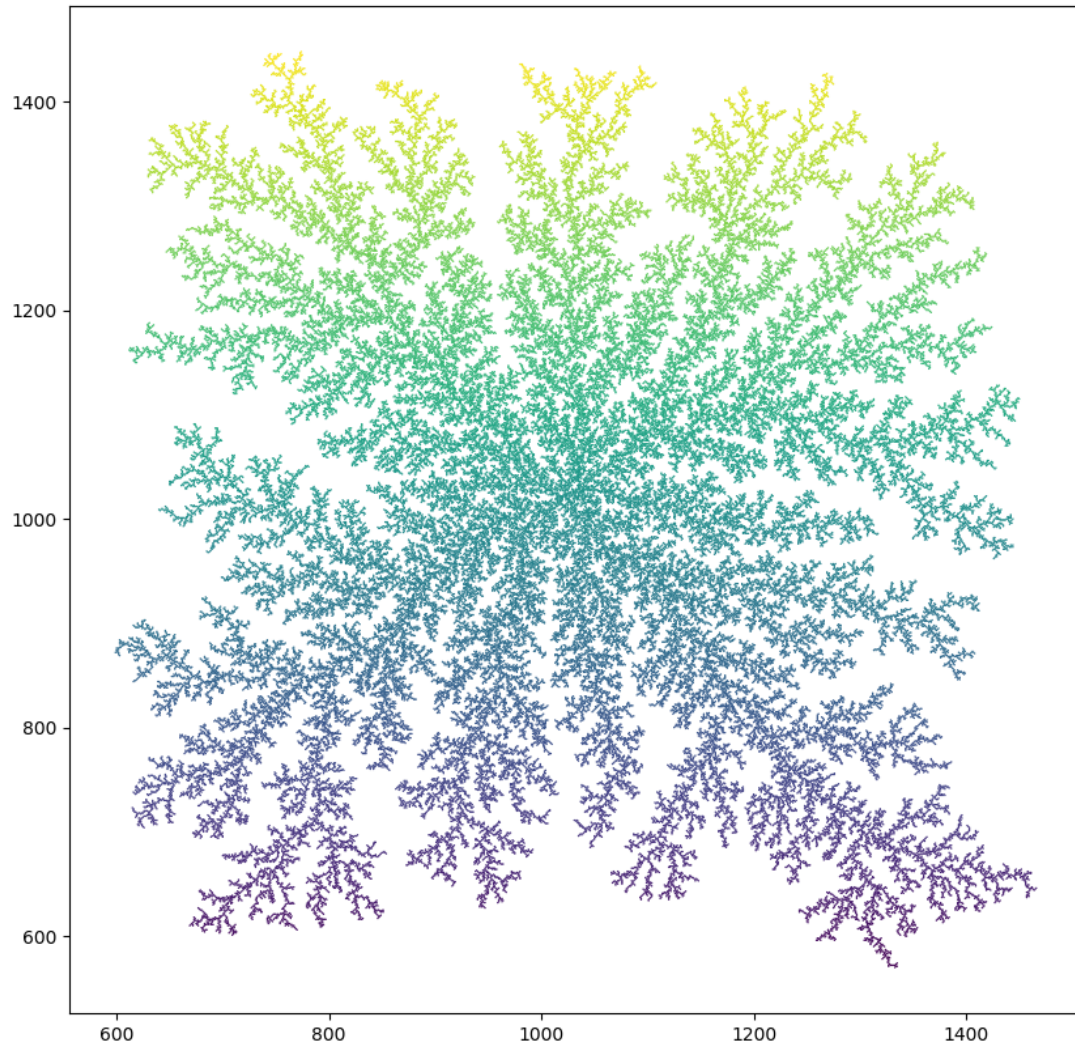


the fractal dimension is 1.7135

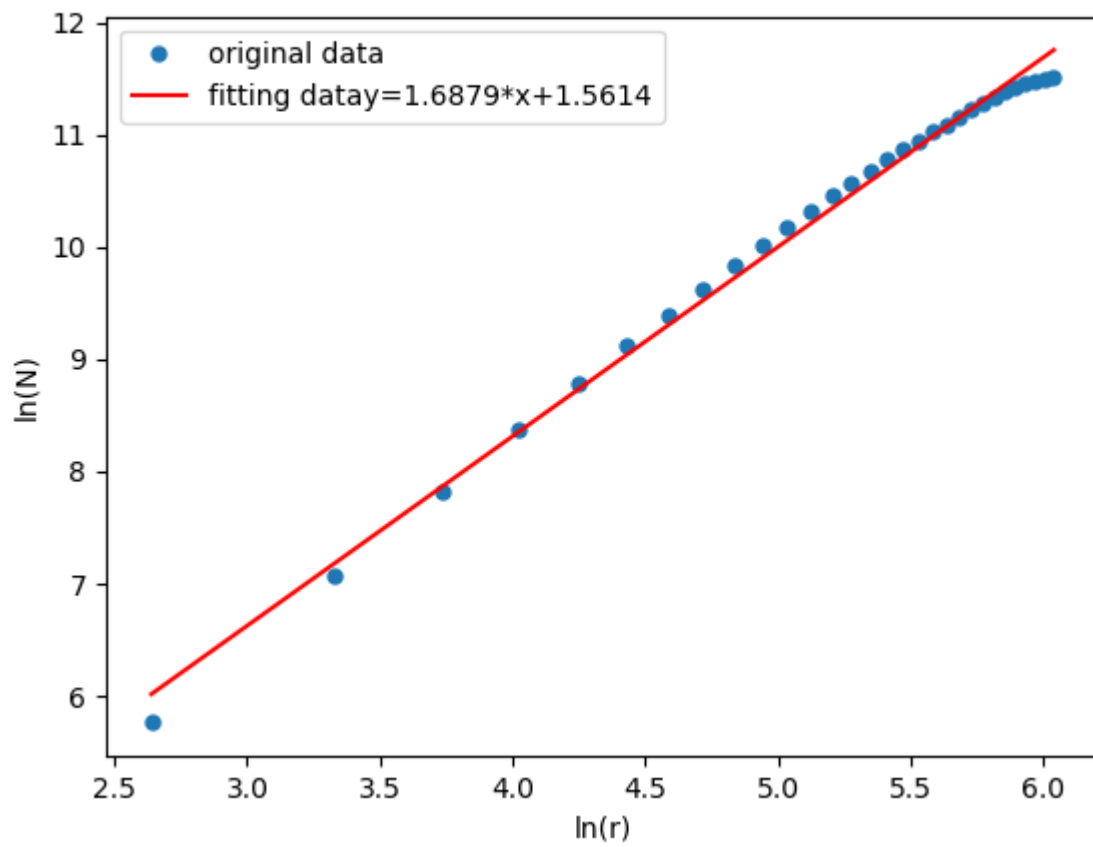


- 100000个粒子:

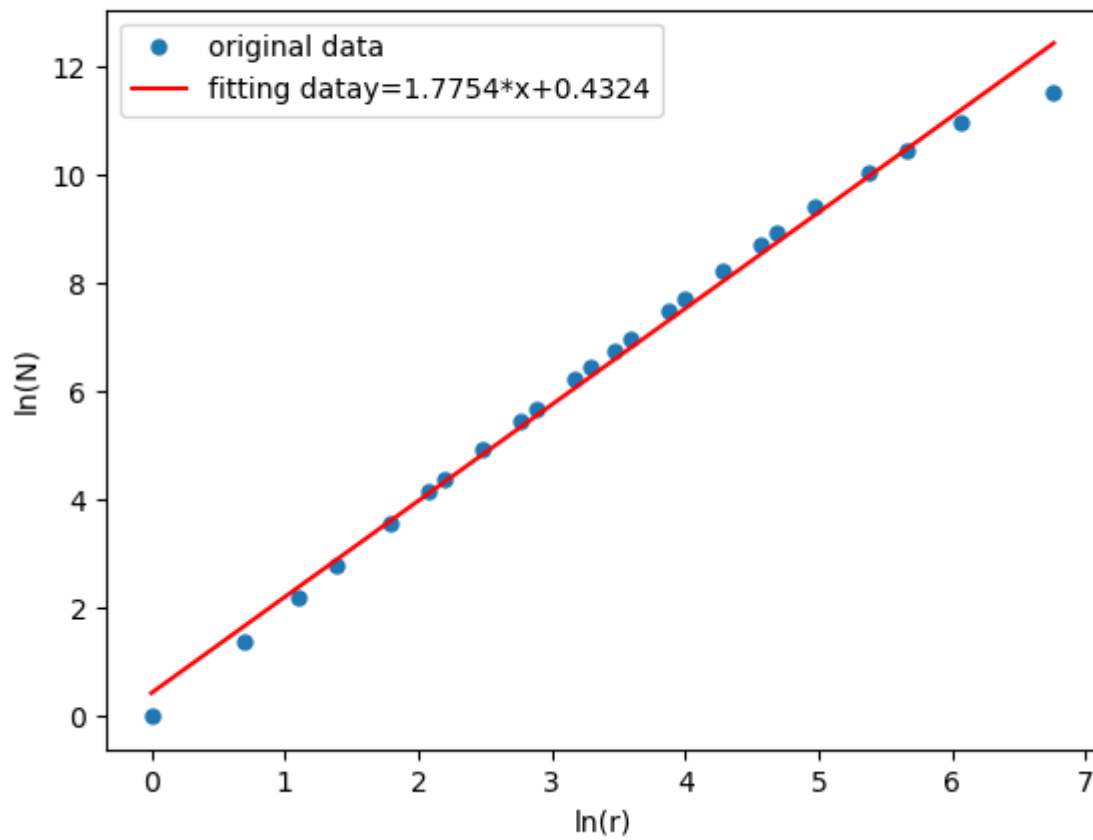
DLA



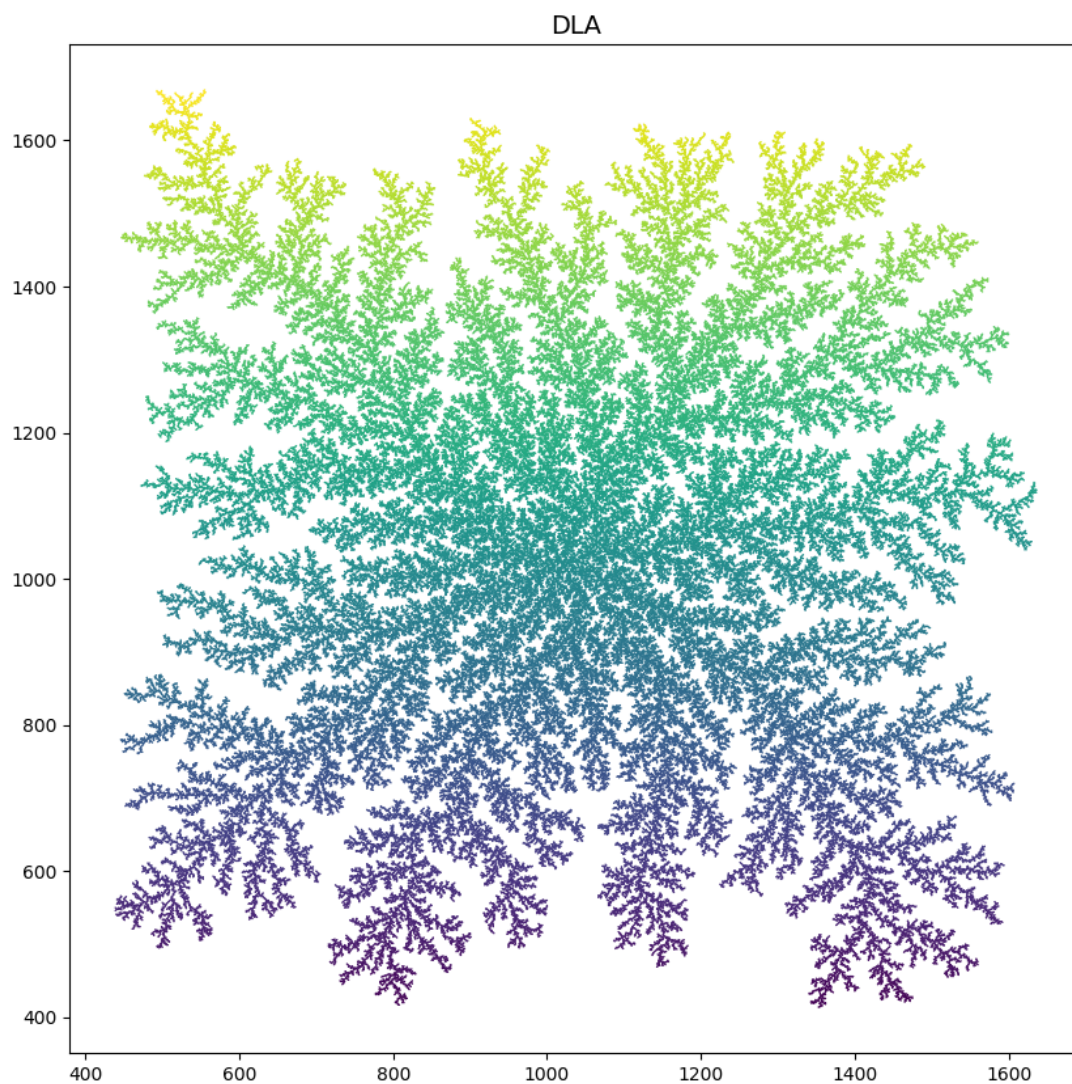
fractal dimension : 1.6879



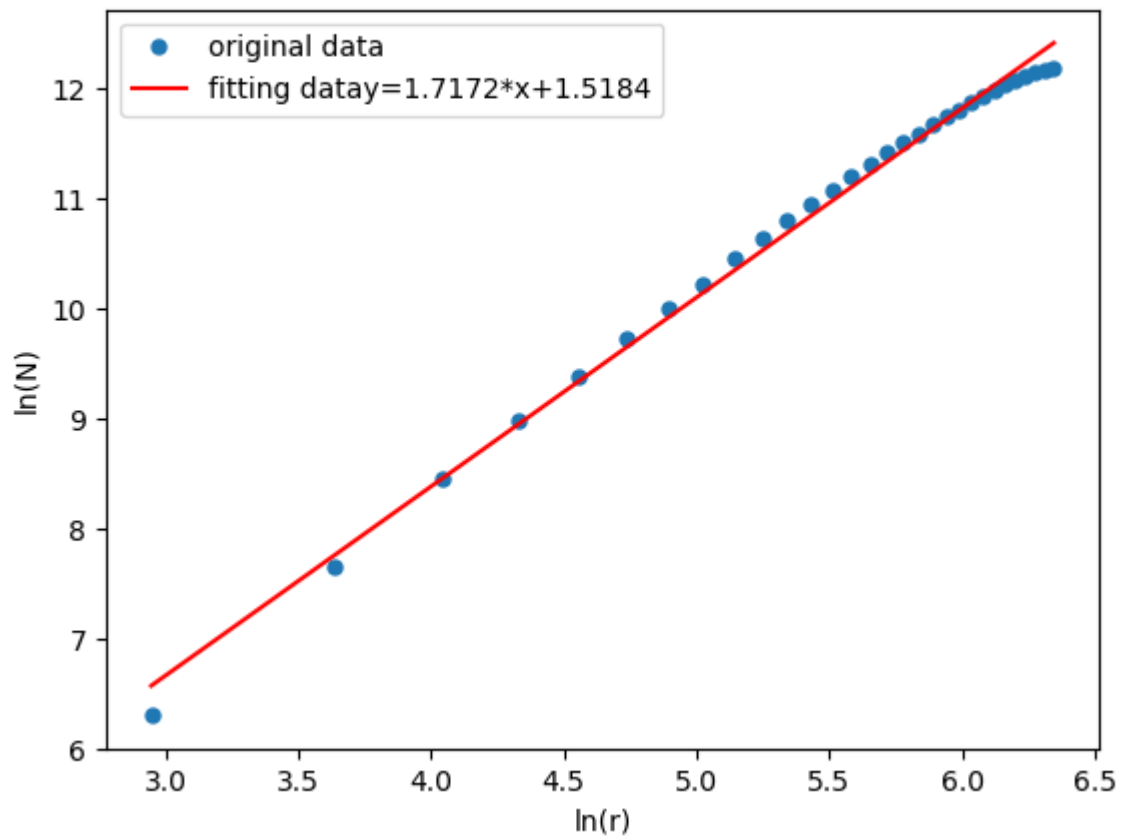
the fractal dimension is 1.7754



- 200000个粒子:



fractal dimension : 1.7172



the fractal dimension is 1.7797

