

计算物理 作业报告6

PB16000647 羊达明

题目：

在球坐标系 (ρ, θ, ϕ) 下产生球面上均匀分布的随机坐标点，给出其直接抽样方法。

算法思路：

首先，在球面任一面元上随机抽点，概率应该相同，所以 $p(\theta, \phi) = C$ ，由此易得：

$$p(\theta, \phi) = \frac{1}{4\pi}$$

同时，对于变量 θ ：

$$p(\theta)d\theta = \left(\int_0^{2\pi} p(\theta, \phi) \sin\theta d\phi \right) d\theta \Rightarrow p(\theta) = \frac{\sin\theta}{2}$$

对于变量 ϕ ：

$$p(\phi)d\phi = \left(\int_0^{2\pi} p(\theta, \phi) \sin\theta d\theta \right) d\phi \Rightarrow p(\phi) = \frac{1}{2\pi}$$

由此得到累积函数：

$$\epsilon_1 = F(\theta) = \int_0^\theta p(\theta)d\theta = \frac{1 - \cos\theta}{2}$$

$$\epsilon_2 = F(\phi) = \int_0^\phi p(\phi)d\phi = \frac{\phi}{2\pi}$$

所以有直接抽样方法：

$$\cos\theta = 1 - 2\epsilon_1, \phi = 2\pi\epsilon_2$$

其中 ϵ_i 均为 $[0, 1]$ 上的均匀分布。

又：

$$\begin{cases} x = \sin\theta \cos\phi \\ y = \sin\theta \sin\phi \\ z = \cos\theta \end{cases}$$

所以最终得到了球面上均匀分布的直接抽样方法。

程序使用说明：

编程环境：**Ubuntu(zsh) / gcc / Python**

- `sample.c` 输出直接抽样给出的点

- `sample` gcc 编译结果(Linux下可执行文件)
- `plot.py` 3d图，其中颜色代表x轴方向坐标
- `plot_2d.py` 2d图，是投影到x-y平面结果

在终端中执行以下命令执行julia：

```
$ ./sample > test_10000
# 输出文件标号对应sample.c中随机数总数

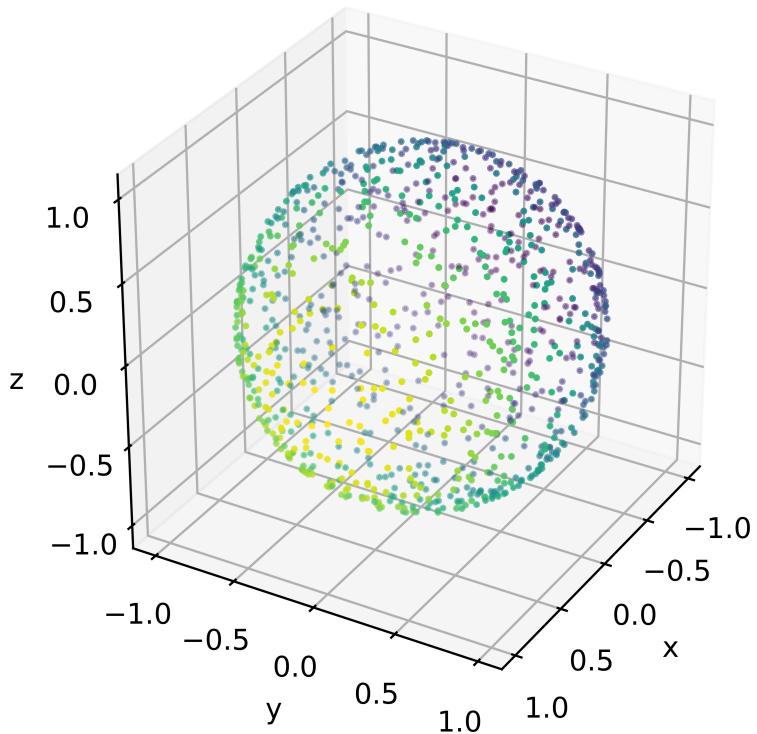
$ python plot.py 10000
$ python plot_2d.py 10000
```

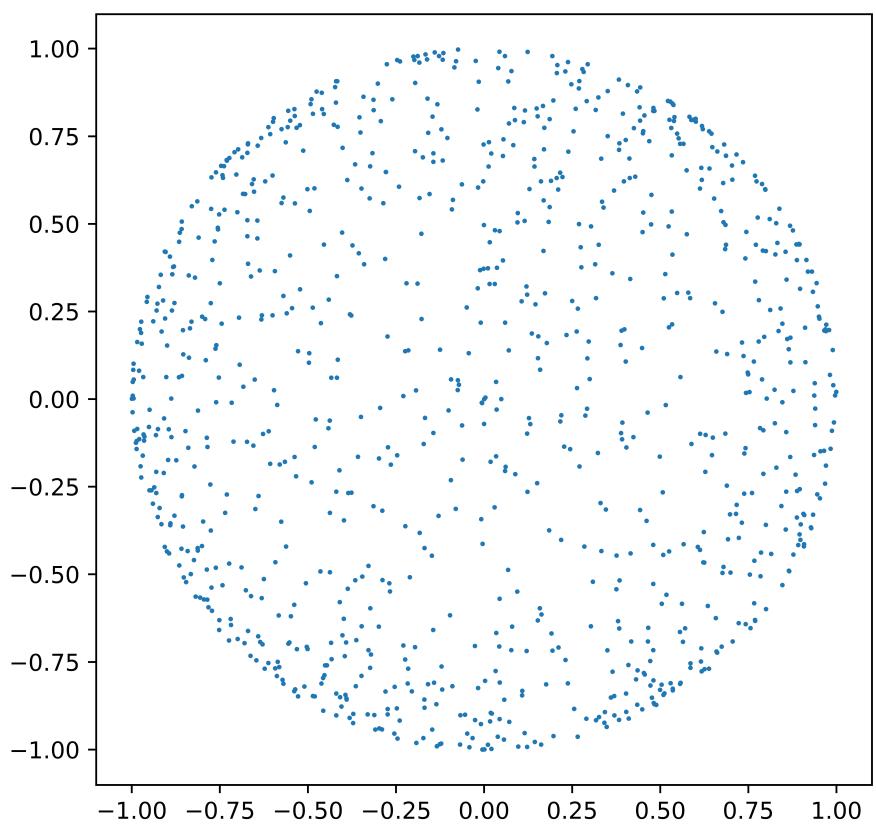
得到以下文件：

- `test_10000`
- `3d_10000.png`
- `2dxy_10000.png`

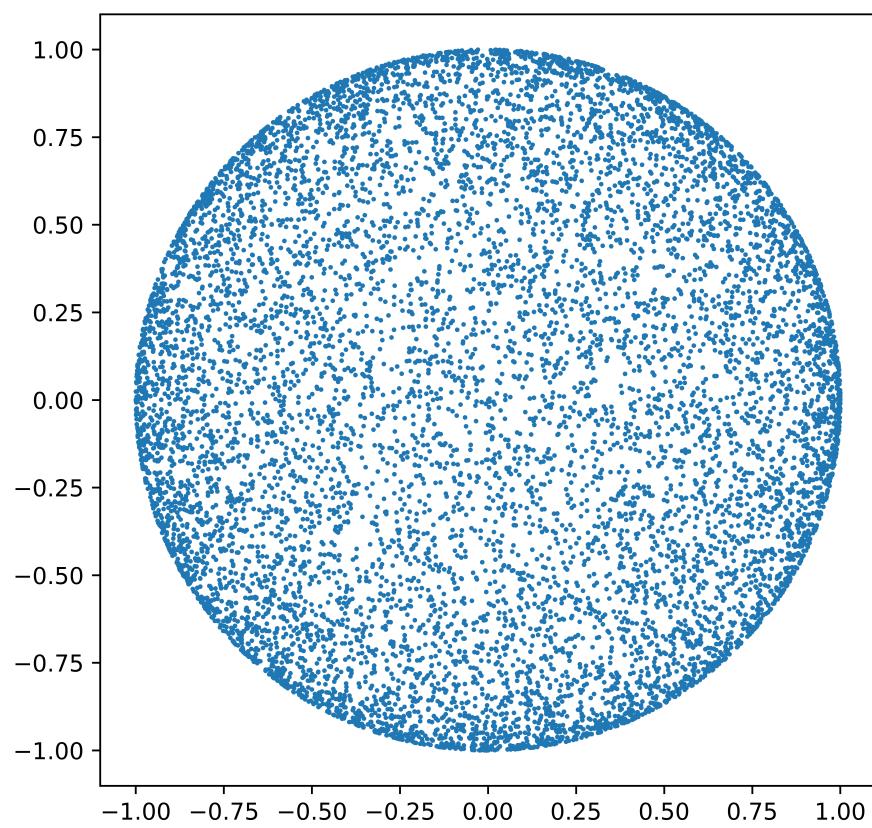
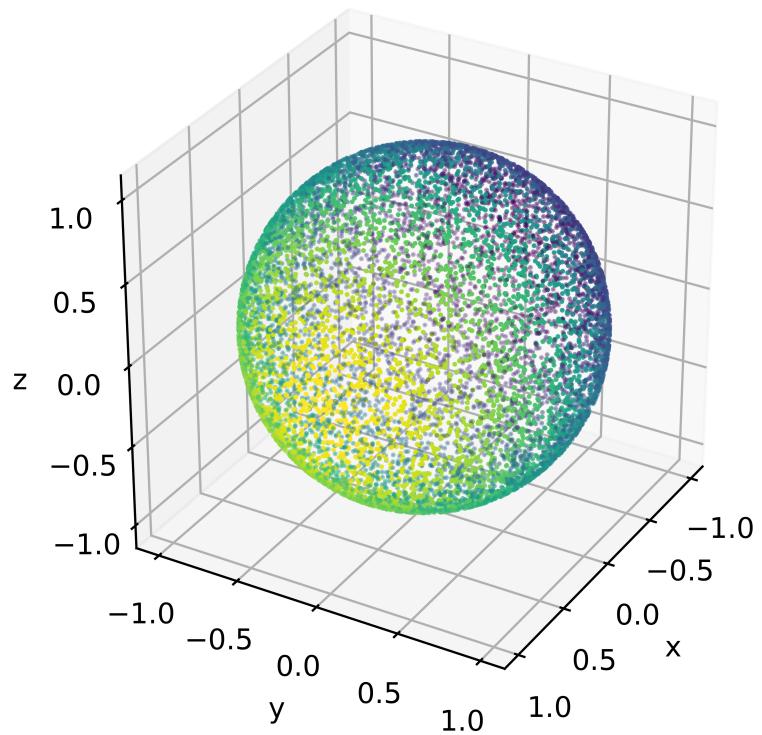
结果：

$N = 1000$ ：





$N = 10000 :$



理论结果应是无误的，从实际绘图看也在球面上是均匀分布的。