



## Precondición más débil en SmallLang

**Ejercicio 1.** Calcular las siguientes expresiones, donde  $a, b$  son variables reales,  $i$  una variable entera y  $A$  es una secuencia de reales.

- |                              |  |
|------------------------------|--|
| a) $\text{def}(a + 1).$      | d) $\text{def}(A[i] + 1).$                               |
| b) $\text{def}(a/b).$        | e) $\text{def}(A[i + 2]).$                               |
| c) $\text{def}(\sqrt{a/b}).$ | f) $\text{def}(0 \leq i \leq  A  \wedge_L A[i] \geq 0).$ |

**Ejercicio 2.** Calcular las siguientes precondiciones más débiles, donde  $a, b$  son variables reales,  $i$  una variable entera y  $A$  es una secuencia de reales.

- a)  $wp(a := a+1; b := a/2, b \geq 0).$   
 b)  $wp(a := A[i] + 1; b := a*a, b \neq 2).$   
 c)  $wp(a := A[i] + 1; a := b*b, a \geq 0).$   
 d)  $wp(a := a-b; b := a+b, a \geq 0 \wedge b \geq 0).$

**Ejercicio 3.** Sea  $Q \equiv (\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < |A| \rightarrow_L A[j] \geq 0)$ . Calcular las siguientes precondiciones más débiles, donde  $i$  es una variable entera y  $A$  es una secuencia de reales.

- a)  $wp(A[i] := 0, Q).$   
 b)  $wp(A[i+2] := -1, Q).$   
 c)  $wp(A[i] := A[i-1], Q).$

**Ejercicio 4.** Para los siguientes pares de programas  $S$  y postcondiciones  $Q$

- Escribir la precondición más débil  $P = wp(S, Q)$
- Mostrar formalmente que la  $P$  elegida es correcta

a)  $S \equiv$

```
if( a < 0 )
  b := a
else
  b := -a
endif
```

$Q \equiv (b = -|a|)$

b)  $S \equiv$

```
if( i > 0 )
  s[i] := 0
else
  s[0] := 0
endif
```

$Q \equiv (\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < |s| \rightarrow_L s[j] \geq 0)$

c)  $S \equiv$

```
if( i > 1 )
  s[i] := s[i-1]
else
  s[i] := 0
endif
```

$Q \equiv (\forall j : \mathbb{Z})(1 \leq j < |s| \rightarrow_L s[j] = s[j-1])$

d)  $S \equiv$

```
if( s[i] > 0 )
  s[i] := -s[i]
else
  skip
endif
```

$Q \equiv (\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < |s| \rightarrow_L s[j] \geq 0)$

**Ejercicio 5.** Para las siguientes especificaciones:

- Poner nombre al problema que resuelven
- Escribir un programa  $S$  sencillo en SmallLang, sin ciclos, que lo resuelva
- Dar la precondition más débil del programa escrito con respecto a la postcondición de su especificación

- a) `proc problema1 (in s: seq<Z>, in i: Z, inout a: Z)`  
     **requiere**  $\{0 \leq i < |s| \wedge_L a = \sum_{j=0}^{i-1} s[j]\}$   
     **asegura**  $\{a = \sum_{j=0}^i s[j]\}$
- b) `proc problema2 (in s: seq<Z>, in i: Z) : Bool`  
     **requiere**  $\{0 \leq i < |s| \wedge_L (\forall j: \mathbb{Z})(0 \leq j < i \rightarrow_L s[j] \geq 0)\}$   
     **asegura**  $\{res = true \leftrightarrow (\forall j: \mathbb{Z})(0 \leq j \leq i \rightarrow_L s[j] \geq 0)\}$
- c) `proc problema3 (inout s: seq<Z>, in i: Z)`  
     **requiere**  $\{(0 \leq i < |s|) \wedge_L (\forall j: \mathbb{Z})(0 \leq j < i \rightarrow s[j] = fibonacci(j))\}$   
     **asegura**  $\{(\forall j: \mathbb{Z})(0 \leq j \leq i \rightarrow s[j] = fibonacci(j))\}$

**Ejercicio 6.** Dado el siguiente código y postcondición

```

if ( i mod 3 = 0)
    s[ i ] = s[ i ] + 6;
else
    s[ i ] = i;
endif

```

$Q \equiv \{(\forall j: \mathbb{Z})(0 \leq j < |s| \rightarrow_L s[j] \bmod 2 = 0)\}$

Mostrar que las siguientes WPs son incorrectas, dando un contraejemplo de ser posible

- a)  $P \equiv \{0 \leq i \leq |s| \wedge i \bmod 3 = 0 \wedge (\forall j: \mathbb{Z})(0 \leq j < |s| \rightarrow_L s[j] \bmod 2 = 0)\}$
- b)  $P \equiv \{0 \leq i < |s| \wedge i \bmod 3 \neq 0 \wedge (\forall j: \mathbb{Z})(0 \leq j < |s| \rightarrow_L s[j] \bmod 2 = 0)\}$
- c)  $P \equiv \{0 \leq i < |s| \wedge (i \bmod 3 = 0 \vee i \bmod 2 = 0) \wedge (\forall j: \mathbb{Z})(0 \leq j < |s| \rightarrow_L s[j] \bmod 2 = 0)\}$
- d)  $P \equiv \{i \bmod 3 = 0 \wedge (\forall j: \mathbb{Z})(0 \leq j < |s| \rightarrow_L s[j] \bmod 2 = 0)\}$
- e)  $P \equiv \{0 \leq i < |s|/2 \wedge i \bmod 3 = 0 \wedge (\forall j: \mathbb{Z})(0 \leq j < |s| \rightarrow_L s[j] \bmod 2 = 0)\}$