

1. Znenie úlohy

1. Každý, kto miluje lotérie, je hazardný hráč.
2. Každý, kto je priaznivcom lotérie, miluje nejakú lotériu.
3. Každý, kto uprednostňuje návrh lotérie, alebo je proti návrhu lotérie.
4. Ak každý baptista hlasuje a je proti návrhu lotérie, potom návrh lotérie nevyhrá.
5. Každý veriaci baptista nie je hazardný hráč.

Záver: Ak všetci baptisti hlasujú a návrh lotérie vyhrá, potom niektorý baptista nie je verný.

2. Vyjadrenie úlohy v predikátovom počte prvého rádu

Úloha bola preložená do predikátovej logiky:

1. $\forall x \forall y (LOVES(x, y) \wedge LOTTERY(y) \rightarrow GAMBLER(x))$
2. $\forall x (FAVORS(x, LOTTERY_PROP) \rightarrow \exists y (LOVES(x, y) \wedge LOTTERY(y)))$
3. $\forall x (FAVORS(x, LOTTERY_PROP) \vee OPPOSES(x, LOTTERY_PROP))$
4. $\forall x (BAPTIST(x) \wedge VOTES(x) \wedge OPPOSES(x, LOTTERY_PROP) \rightarrow \neg WINS(LOTTERY_PROP))$
5. $\forall x (BAPTIST(x) \wedge FAITHFUL(x) \rightarrow \neg GAMBLER(x))$

Negovaný záver:

$$\neg(\forall x (BAPTIST(x) \rightarrow VOTES(x)) \wedge WINS(LOTTERY_PROP) \rightarrow \exists x (BAPTIST(x) \wedge \neg FAITHFUL(x)))$$

3. Prevod reprezentácie do CNF

Každý predikát bol prevedený do konjunktívnej normálnej formy (CNF):

1. $\neg LOVES(x, y) \wedge \neg LOTTERY(y) \vee GAMBLER(x)$
2. $\neg FAVORS(x, LOTTERY_PROP) \vee (LOVES(x, y) \wedge LOTTERY(y))$, teda:
 $\neg FAVORS(x, LOTTERY_PROP) \vee LOVES(x, y),$
 $\neg FAVORS(x, LOTTERY_PROP) \vee LOTTERY(y)$
3. $FAVORS(x, LOTTERY_PROP) \vee OPPOSES(x, LOTTERY_PROP)$
4. $\neg BAPTIST(x) \wedge \neg VOTES(x) \vee \neg OPPOSES(x, LOTTERY_PROP) \vee \neg WINS(LOTTERY_PROP)$
5. $\neg BAPTIST(x) \wedge \neg FAITHFUL(x) \rightarrow \neg GAMBLER(x)$
6. **Negácia záveru:**
 $\neg(WINS(LOTTERY_PROP) \wedge \forall x (BAPTIST(x) \rightarrow VOTES(x)) \rightarrow \exists x (BAPTIST(x) \wedge \neg FAITHFUL(x)))$

ešte upravame:

$$WINS(LOTTERY_PROP) \wedge \forall x (BAPTIST(x) \rightarrow VOTES(x)) \wedge \forall x (BAPTIST(x) \wedge FAITHFUL(x))$$

CNF pre negovaný záver:

1. $WINS(LOTTERY_PROP)$
2. $\neg BAPTIST(x) \vee VOTES(x)$
3. $\neg BAPTIST(x) \vee FAITHFUL(x)$

4. Dedukcia pomocou rezolučného hľadania sporu

Clausy pre rezolúciu:

1. $\neg LOVES(x, y) \vee \neg LOTTERY(y) \vee GAMBLER(x)$
2. $\neg FAVORS(x, LOTTERY_PROP) \vee LOVES(x, y)$
3. $\neg FAVORS(x, LOTTERY_PROP) \vee LOTTERY(y)$
4. $FAVORS(x, LOTTERY_PROP) \vee OPPOSES(x, LOTTERY_PROP)$
5. $\neg BAPTIST(x) \wedge \neg VOTES(x) \vee \neg OPPOSES(x, LOTTERY_PROP) \vee \neg WINS(LOTTERY_PROP)$
6. $\neg BAPTIST(x) \vee \neg FAITHFUL(x) \vee \neg GAMBLER(x)$
7. $WINS(LOTTERY_PROP)$
8. $\neg BAPTIST(x) \vee VOTES(x)$
9. $\neg BAPTIST(x) \vee FAITHFUL(x)$

Pomocou rezolučného hľadania sa snažíme dokázať záver:

1. V clause 5 a 7 z $\neg WINS(LOTTERY_PROP)$ a $WINS(LOTTERY_PROP)$:

$$\neg BAPTIST(x) \wedge \neg VOTES(x) \vee \neg OPPOSES(x, LOTTERY_PROP)$$

2. V clause 8 a vyššie z $VOTES(x)$ a $\neg VOTES(x)$:

$$\neg BAPTIST(x) \vee \neg OPPOSES(x, LOTTERY_PROP)$$

3. V clause 4 a vyššie z $\neg OPPOSES(x, LOTTERY_PROP)$ a $OPPOSES(x, LOTTERY_PROP)$:

$$\neg BAPTIST(x) \vee FAVORS(x, LOTTERY_PROP)$$

4. V clause 2 a vyššie z $\neg FAVORS(x, LOTTERY_PROP)$ a $FAVORS(x, LOTTERY_PROP)$:

$$\neg BAPTIST(x) \vee LOVES(x, y)$$

5. V clause 1 a vyššie z $\neg LOVES(x, y)$ a $LOVES(x, y)$:

$$\neg BAPTIST(x) \vee GAMBLER(x) \vee \neg LOTTERY(y)$$

6. V clause 6 a vyššie z $\neg GAMBLER(x)$ a $GAMBLER(x)$:

$$\neg BAPTIST(x) \vee \neg FAITHFUL(x)$$

7. V clause 9 a vyššie z $FAITHFUL(x)$ a $\neg FAITHFUL(x)$:

$$\neg BAPTIST(x)$$

Záver:

$\neg BAPTIST(x)$ je v konflikte s predpokladom, že $BAPTIST(x)$ platí. Záver je teda pravdivý. **Ak všetci baptisti hlasujú a návrh lotérie vyhrá, potom niektorý baptista nie je verný**