М2 Варіант 1

1. Дослідити систему на спостережуваність в залежності від значення параметрів ***a, p***.

$$
\begin{cases}
\ddot{x} = a^2 x, \\
y_1(t) = px(t) + \dot{x}(t), \\
y_2(t) = -x(t) + \dot{x}(t).
\end{cases}
$$

2. Дослідити систему на спостережуваність в залежності від значення праметра ***a.*** Зафіксівавши будь-яке конкретне значення параметра, яке підходить, відновити вектор фазових координат

$$
\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -2 & -n \\ 4 & 3 & -1 \\ -2 & -1 & n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \quad y(t) = nx_1 + ax_2 + 3x_3,
$$

$$
n = \begin{cases}
1, & \textit{прізвище студента починається з } А - Д; \\
2, & \textit{прізвище студента починається з } Е - К; \\
3, & \textit{прізвище студента починається з } Л - П; \\
4, & \textit{прізвище студента починається з } Р - Ф; \\
5, & \textit{прізвище студента починається з } Х - Я.
\end{cases}
$$

3. Використовуючи критерій Рауса-Гурвіца дослідити при яких значеннях параметрів нульовий розв'язок системи асимптотично стійкий (+ *зобразити графічно*)

$$
y^{\mathrm{IV}} + ay''' + 4y'' + by' + y = 0.
$$

4. Знайти всі положення рівноваги та дослідити на стійкість за допомогою першого методу Ляпунова. Вказати тип точок спокою. (Графіки не зображати).

$$
\begin{cases}
\dot{x} = \mathrm{e}^y - \mathrm{e}^x, \\
\dot{y} = \sqrt{3x + y^2} - 2.
\end{cases}
$$

5. Шукаючи керування у вигляді $\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$, розв'язати задачу аналітичного конструювання регуляторів для системи $\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$

6. Записати крайову задачу принципу максимуму (вільні кінці траєкторії)

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \sin(x_2) - \cos(x_1) - u_1, \\ \dot{x}_2 = 3\cos(-4x_2) + 4u_2 \end{cases}$$

$$J = \int_0^1 (\sin^2(x_1) + u_2^{\,4})dt + \cos^4(2x_2(1)) \to \min;$$

7. Використовуючи МДП знайти оптимальні керування та траєкторію, на яких функціонал

$$Q = \sum_{i=0}^{2} (x_1(i) + x_2(i) - u(i)) + x_1(3) + x_2(3)$$

досягає свого мінімального значення для дискретної системи керування

$$\begin{cases} x_1(i+1) = 2x_1(i) - x_2(i) + u(i), \\ x_2(i+1) = x_1(i) - u(i) \end{cases}$$

з початковими умовами $x_1(0) = 2, \quad x_2(0) = \{-1,0,1\}$

і обмеженнями на керування $|u(0)| \le 1, \quad |u(1)| \le 2, \quad |u(2)| \le 3$, керування в початковий момент часу не додатнє.