1. En $\mathbb{R}^3$ demuestre que $\langle S\rangle = \langle T\rangle$, donde

$$S = \left\{ \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}, \quad T = \left\{ \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 \\ -9 \\ 4 \end{bmatrix} \right\}$$

2. Dados los vectores

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \; v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \; v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

   (a) Determine si v_1, v_2, v_3 forman o no un conjunto linealmente independiente de vectores. Justifique claramente.

   (b) Dado el vector $w = \begin{pmatrix} \alpha \\ \alpha+3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, determine condiciones sobre $\alpha \in \mathbb{R}$ de manera que w sea combinación lineal de v_1, v_2, v_3

3. Sean $\{u_1, u_2, u_3\}$ un conjunto de vectores L.I. Además sean

$$\begin{aligned} v_1 &= u_1 + 2u_2 + 3u_3 \\ v_2 &= u_1 - 2u_2 + 3u_3 \\ v_3 &= 3u_2 + \alpha u_3 \end{aligned}$$

   Determine los valores de α tales que $\{v_1, v_2, v_3\}$ es un conjunto L.I.

4. Dados los vectores $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ y $v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$:

   (a) Encuentre la familia de vectores $w \in \mathbb{R}^3$ tales que el conjunto $\{v_1, v_2, v_3\}$ es L.I.

5. Considere los conjuntos generados $U = \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \right\rangle$, $V = \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \right\rangle$.

   (a) Demuestre que existe un vector w tal que $U \cap V = \langle \{w\} \rangle$.

6. Demuestre que $\langle S\rangle = \langle\langle S\rangle\rangle$