



Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Estadística
Facultad de Matemática
Profesor: Jorge Gonzalez
Ayudante: Daniel Acuña León

Ayudantía 8
EYP2305/230I - Análisis de Regresión
16 de Mayo

1. Suponga que se postula el modelo $E[Y] = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2$, cuando en realidad el modelo verdadero es $E[Y] = \beta_0 + \beta_1 x$. Si se utilizan observaciones de Y en $x_1 = 1$, $x_2 = 0$ y $x_3 = -1$ para estimar los parámetros del modelo, calcule el sesgo del estimador de mínimos cuadrados.
2. Suponga que el modelo verdadero es $E[Y] = \mathbf{X}_1 \boldsymbol{\beta}_1$, donde \mathbf{X}_1 consiste en las primeras k columnas de \mathbf{X} , es decir, $\mathbf{X} = (\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2)$. Encuentre la media y matriz de covarianzas verdaderas de los residuos observados.
3. Si la primera columna de \mathbf{X} es $\mathbf{1}_n$ y

$$\mathbf{V} = (1 - \rho)\mathbf{I}_n + \rho\mathbf{1}_n\mathbf{1}_n^t$$

use este hecho junto a

$$E[S^2] = \frac{\sigma^2}{n - p} \text{tr}[\mathbf{V}(\mathbf{I}_n - \mathbf{P})]$$

para mostrar que $E[S^2] = \sigma^2(1 - \rho)$.

4. Cuando $\text{Var}[\boldsymbol{\epsilon}] = \sigma^2 \mathbf{V}$, el estimador apropiado para $\boldsymbol{\beta}$ es $\boldsymbol{\beta}^* = (\mathbf{X}^t \mathbf{V}^{-1} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^t \mathbf{V}^{-1} \mathbf{Y}$. Si $\mathcal{C}(\mathbf{V}^{-1} \mathbf{X}) = \mathcal{C}(\mathbf{X})$, muestre que $\boldsymbol{\beta}^*$ y $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ son idénticos.