Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Estadística
Facultad de Matemática

Profesor: Jorge Gonzalez
Ayudante: Daniel Acuña León

Ayudantía 4
EYP2305/230I - Análisis de Regresión
18 de Abril

1. Sean $X_1, \ldots, X_n$ variables aleatorias iid $N(\mu, \sigma^2)$. Muestre que

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\hat{\sigma}/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$$

2. Demuestre que $t_\nu^2 = F_{1,\nu}$.

3. Suponiendo un modelo de regresión lineal simple, derive regiones de confianza para $\hat{y}(x_0)$ y para $y_0 - \hat{y}(x_0)$, donde el par (y_0, x_0) es un nuevo punto de datos.

4. Considere el modelo $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i$, para $i = 1, \ldots, 21$ y con $\epsilon_1, \ldots, \epsilon_{21} \overset{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2)$, para el que se obtuvo el siguiente ajuste usando `R`.

```
Coefficients:
                Value   Std. Error  t-value   Pr(>|t|)
(Intercept)     6.387     0.402      15.888    0.000
          x    -2.099     0.138     -15.258    0.000

Residual standard error: 0.954 on 19 degrees of freedom. Multiple
R-Squared: 0.925  F-statistic: 233 on 1 and 19 degrees of freedom,
the p-value is 4.08e-012

Correlation of Coefficients:
  (Intercept)
x -0.855
```

   a) Obtenga intervalos de 95 % de confianza para β_0 y β_1. ($t_{(0{,}975,19)} = 2{,}093$)

   b) Calcule la matriz de varianzas-covarianzas estimadas de $(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1)^t$.

5. Sean Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 variables aleatorias independientes con distribución $N(\mu, \sigma^2)$. Encuentre una constante K tal que

$$W = K \frac{\bar{Y} - \mu}{\sqrt{(Y_1 - Y_2)^2 + (Y_1 + Y_2 - 2Y_3)^2/3 + (Y_1 + Y_2 + Y_3 - 3Y_4)^2/6}}$$

tenga una distribución conocida. Identifique sus parámetros.