Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Estadística
Facultad de Matemática

Profesor: Jorge Gonzalez
Ayudante: Daniel Acuña León

Ayudantía 1
EYP2305/230I - Análisis de Regresión
28 de Marzo

1. Suponga que X_1, X_2, X_3 con media común μ y matriz de varianza

$$Var(\boldsymbol{X}) = \sigma^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1/4 \\ 0 & 1/4 & 1 \end{pmatrix}$$

   Encuentre $E[X_1^2 + 2X_1X_2 - 4X_2X_3 + X_3^2]$.

2. Si $X_1, \ldots, X_n$ son variables aleatorias con media común μ y varianzas $\sigma_1^2, \ldots, \sigma_n^2$, demuestre que

$$\sum_i \frac{(X_i - \bar{X})^2}{n(n-1)}$$

   es un estimador insesgado de $Var[\bar{X}]$.

3. Sea A un operador lineal en Ω (espacio de todos los vectores columna n-dimensionales), el cuál es idempotente y auto-adjunto. Demuestre que A es el operador proyección al rango de A.

4. Sea

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1(x_{i1} - \bar{x}_1) + \beta_2(x_{i2} - \bar{x}_2) + \epsilon_i \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

   donde $\bar{x}_j = \sum_{i=1}^n x_{ij}/n$, $E[\boldsymbol{\epsilon}] = \mathbf{0}$ y $Var[\boldsymbol{\epsilon}] = \sigma^2 I_n$. Si $\hat{\beta}_1$ es el estimador de mínimos cuadrados de β_1, demuestre que

$$Var[\hat{\beta}_1] = \frac{\sigma^2}{\sum_i (x_{i1} - \bar{x}_1)^2(1 - r^2)}$$

   donde r es el coeficiente de correlación entre los n pares (x_{i1}, x_{i2}).