1. Sea $T \in L(V, W)$. Sea $l_1 = \{T(v_1), T(v_2), \ldots, T(v_p)\}$ un conjunto $l.i$ en W, con $p \leq dim V$. ¿Es el conjunto $l = \{v_1, \ldots, v_p\}$ $l.i.$?

2. Sea $V = \{A \in M_{2\times 2} | A = A^2\}$ y sea $\alpha = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\}$ una base de V. Considere la T.L. $T : V \to \mathbb{R}^3$ tal que

$$T \begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix} = (a, b, c/3)$$

   (a) Encuentre $[T]_\alpha^\beta$, donde $\beta = \{(1, 1, 1), (1, 1, 0), (1, 0, 0)\}$ es base de $\mathbb{R}^3$
   (b) Decida si T es un isomorfismo.

3. Sean $T : P_2[x] \to \mathbb{R}^4$ tal que $T(ax^2+bx+c) = (3a,\ 2b,\ c,\ b-c)$ y $R : P_3[x] \to P_2[x]$ tal que $R(ax^3+bx^2+cx+d) = bx^2-ax+2c$ dos T.L.

   (a) Encuentre $Im\, R$
   (b) Decida si la transformación $T \circ R$ es un isomorfismo

4. Se define $T : \mathcal{M}_{2\times 2} \to \mathbb{R}^3$ por

$$T\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\right) = (a + b,\ a - b - 2c,\ a - c)$$

   (a) Demuestre que T es transformación lineal.
   (b) Determine $Ker\, T$
   (c) Determine $T\left(\left\langle\left\{\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right\}\right\rangle\right)$

5. Sea V espacio vectorial sobre $\mathbb{R}$ y sea $e = \{\vec{e}_i\}_{i=1}^n$ base de V, se define la transformación lineal $T : V \to V$ por

$$T\left(\sum_{i=1}^n \alpha_i \vec{e}_i\right) = \sum_{i=1}^n \alpha_i T(\vec{e}_i)$$

   donde

$$T(\vec{e}_1) = \vec{e}_1$$
$$T(\vec{e}_i) = \vec{e}_i + \vec{e}_{i-1},\ \ i = 2, \ldots, n$$

   Demuestre que T es isomorfismo.

6. Sea $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ una transformación lineal definida por

$$T \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x\cos\theta - y\sin\theta \\ x\sin\theta + y\cos\theta \end{bmatrix}$$

   con $\theta \in (0, \pi/2]$ fijo. Determine $Ker\, T$ y decida si T es o no inyectiva.