1. Determine todas las matrices A de 2×2 tales que $AB = BA$ si

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

2. Para

$$A = \begin{bmatrix} 9 & 4 & -2 \\ 4 & 6 & 0 \\ -2 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

Calcule una matriz triangular superior B tal que $B^t B = A$.

3. Sea A una matriz cuadrada de orden 3 y $v = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ un vector de $\mathbb{R}^3$. Suponga que:

$$Av = e_1, \; A^2 v = e_2, \; A^3 v = e_3$$

donde e_1, e_2, e_3 vectores canónicos de $\mathbb{R}^3$. Determine A.

4. Si A es una matriz de $n \times n$

   (a) Si $A^2 = 0$, verificar que $(I - A)^{-1} = I + A$

   (b) Si $A^3 = 0$, verificar que $(I - A)^{-1} = I + A + A^2$

   (c) Utilizando la parte (b), encontrar la inversa de

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

5. Encuentre en cada caso una matriz escalonada de la matriz dada y determine su rango.

   (a) $\begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 & 0 \\ 2 & -5 & 7 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

   (b) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & -3 \\ 2 & 2 & -1 & 4 \\ 3 & 0 & 9 & -9 \\ -1 & 4 & 1 & 7 \end{bmatrix}$

   (c) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -5 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & -3 & 1 \end{bmatrix}$

6. Determine condiciones sobre a y b de modo que el rango de la matriz A sea 2, con

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a & b & a \\ 0 & b & 0 & b \\ a & 0 & a & 0 \\ a & a & b & a^2 \end{bmatrix}$$