



Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Estadística
Facultad de Matemática

Profesor: Fernando Quintana
Ayudante: Daniel Acuña León

Ayudantía 11
EYP2805 - Métodos Bayesianos
4 de Noviembre

1. Si (x_1, x_2) distribuye uniforme en

$$\{(x_1, x_2); (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 \leq 1\} \cup \{(x_1, x_2); (x_1 + 1)^2 + (x_2 + 1)^2 \leq 1\}$$

demuestre que *Gibbs sampler* no produce una cadena irreducible. Encuentre un modo alternativo donde si funcione (*Hint*: Considere una rotación de los ejes coordenados).

2. Sea X_1, \dots, X_n una secuencia aleatoria. Supongamos que para un k es un *changepoint* para el proceso, donde

$$X_i | \lambda \sim \text{Poisson}(\lambda) \quad \text{para } i = 1, \dots, k$$

$$X_i | \phi \sim \text{Poisson}(\phi) \quad \text{para } i = k + 1, \dots, n$$

Y además

$$\lambda \sim \text{Gamma}(\alpha, \beta)$$

$$\phi \sim \text{Gamma}(\gamma, \delta)$$

$$k \sim \text{Unif}(1, \dots, n)$$

Encuentre las *full conditional* para cada uno de los parámetros del modelo.

3. Para el modelo de regresión:

$$y, X | \beta, \sigma^2 \sim N(X\beta, \sigma^2)$$

$$\beta | \sigma^2 \sim N(\tilde{\beta}, \sigma^2 M^{-1})$$

$$\sigma^2 \sim \text{IGamma}(a, b)$$

- a) Encuentre las *full conditionals* para cada parámetro.
- b) Escriba la media de la distribución a posteriori para β en términos de $\hat{\beta} = (X^t X)^{-1} X^t y$. ¿Cómo se relaciona esto con el estimador de la regresión *ridge*?