1. Resolver el sistema

$$AX - B^T = \frac{1}{2}A^2$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 5 & -4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ -8 & 6 \end{bmatrix}$$

2. Determine X e Y de 2×2 tales que

$$X + AY^T = B$$
$$X^T + YC = D$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Demuestre que $\forall \alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$$A = \begin{bmatrix} \alpha & 1+\alpha \\ 1-\alpha & -\alpha \end{bmatrix}$$

es invertible y $A^{-1} = A$

4. Demostrar que $\mathbb{R}^2$ con las siguientes operaciones no es un espacio vectorial sobre $\mathbb{R}$

$$(x, y) + (z, u) = (3y + 3u, \, -x - z)$$
$$c(x, y) = (3cy, \, -cx)$$

5. Estudie si los siguientes conjuntos forman un espacio vectorial sobre $\mathbb{R}$ con las operaciones usuales:

   (a) $V = \left\{ f : [0,1] \to \mathbb{R} / f\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \right\}$

   (b) $V = \{ p(x) \in P_3[\mathbb{R}] / p(0) > 0 \}$

   (c) $V = \left\{ \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3 / x^2 + y^2 + z^2 = 1 \right\}$