1. Determine si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifique.

   (a) La suma de matrices diagonales es una matriz diagonal.

   (b) La suma de matrices simétricas es una matriz simétrica.

   (c) La suma de matrices antisimétricas es una matriz antisimétrica.

   (d) El producto de matrices diagonales es una matriz diagonal.

   (e) El producto de dos matrices simétricas es una matriz simétrica.

   (f) El producto de dos matrices antisimétricas es una matriz antisimétrica.

   (g) Si $A$ y $B$ son matrices cuadradas tales que $A^2 = A$ y $B = I - A$, entonces $B^3 = B$

2. Sean las matrices

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 2 & 5 \\ -1 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}, \quad B^t = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 5 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 & 3 \\ 2 & 0 & 10 & 8 \end{bmatrix}$$

   (a) Calcule las matrices: $AB$, $A^2$ y $(BB^t + CC^t)$

   (b) Determine las matrices $X$ e $Y$ tales que $A^2X = Y$ y $B^tY = C$

3. Determine todas las matrices $A$ de $2 \times 2$ tales que $AB = BA$ si

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

4. Sea $A \in M_{4\times 2}$ y $P = A\,(A^tA)^{-1}\,A^t$. Demuestre que $P$ es idempotente y simétrica.

5. Para

$$A = \begin{bmatrix} 9 & 4 & -2 \\ 4 & 6 & 0 \\ -2 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

   Calcule una matriz triangular superior $B$ tal que $B^tB = A$.

6. Sea $A$ una matriz cuadrada de orden 3 y $v = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ un vector de $\mathbb{R}^3$. Suponga que:

$$Av = e_1, \;\; A^2v = e_2, \;\; A^3v = e_3$$

   donde $e_1, e_2, e_3$ vectores canónicos de $\mathbb{R}^3$. Determine $A$.