Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Estadística
Facultad de Matemática

Profesor: Jorge Gonzalez
Ayudante: Daniel Acuña León

Ayudantía 6
EYP2305/230I - Análisis de Regresión
25 de Abril

1. Sea $Y_i = \beta x_i + \epsilon_i$, $(i = 1, 2)$, donde $\epsilon_1 \sim N(0, \sigma^2)$, $\epsilon_2 \sim N(0, 2\sigma^2)$ y ϵ_1 y ϵ_2 son independientes. Si $x_1 = +1$ y $x_2 = -1$, obtenga los estimadores de mínimos cuadrados con pesos para β y obtenga la varianza de su estimador.

2. Sean $Y_1, \ldots, Y_n$ variables aleatorias independientes, e $Y_i \sim N(i\theta, i^2\sigma^2)$. Encuentre el estimador de mínimos cuadrados con pesos para θ y muestre que su varianza es σ^2/n.

3. Suponga que $E(\boldsymbol{Y}) = \boldsymbol{\theta}$, $\boldsymbol{A\theta} = \boldsymbol{0}$ y $Var(\boldsymbol{Y}) = \sigma^2\boldsymbol{V}$, donde $\boldsymbol{A}$ es una matriz de $q \times n$ de rango q y $\boldsymbol{V}$ es una matriz conocida de $n \times n$, definida positiva. Sea $\boldsymbol{\theta^*}$ el estimador de mínimos cuadrados generales de $\boldsymbol{\theta}$; esto significa que $\boldsymbol{\theta^*}$ minimiza $\boldsymbol{(Y - \theta)^t V^{-1} (Y - \theta)}$ sujeto a $\boldsymbol{A\theta} = \boldsymbol{0}$. Muestre que

$$\boldsymbol{Y - \theta^* = V A^t \gamma^*}$$

donde $\boldsymbol{\gamma^*}$ es el estimador de mínimos cuadrados generales de $\boldsymbol{\gamma}$ para el modelo $E[\boldsymbol{Y}] = \boldsymbol{V A^t \gamma}$, $Var[\boldsymbol{Y}] = \sigma^2\boldsymbol{V}$.

4. Demuestre que $RSS_H - RSS \geq 0$.

5. Si $\boldsymbol{H} : \boldsymbol{A\beta} = \boldsymbol{c}$ es cierto, muestre que F puede ser expresado de la forma

$$\frac{n-p}{q} \cdot \frac{\boldsymbol{\epsilon^t (P - P_H) \epsilon}}{\boldsymbol{\epsilon^t (I_n - P) \epsilon}}$$