1. En $V = \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ determine $\alpha \in \mathbb{R}$ para que la matriz

$$A = \begin{bmatrix} \alpha+1 & 5\alpha \\ 3\alpha & 4\alpha+1 \end{bmatrix}$$

pertenezca a

$$S = \left\langle \left\{ \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\} \right\rangle$$

2. Determine si el vector $x^3 + x^2 - 2 \in P_3[\mathbb{R}]$ está en $S = \left\langle \left\{ x^2 + x + 2,\ x^3 + x + 1,\ 2x^3 + x^2 - 1 \right\} \right\rangle$

3. Determine cuáles de los siguientes conjuntos son subespacios de $\mathbb{R}^3$.

   (a) $S = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / \begin{array}{c} x + y - 2z = 0 \\ 2x + y + z = 0 \end{array} \right\}$

   (b) $S = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y^2,\ x + y + z \geq 0 \right\}$

   (c) $S = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x^2 + y^2 + z^2 = k \right\}$ $(k \in \mathbb{R}^+)$

4. Determine cuáles de los siguientes conjuntos son subespacios de $P_2[\mathbb{R}]$.

   (a) $S = \{p(x) \in P_2[\mathbb{R}] / a = b = c\}$

   (b) $S = \{p(x) \in P_2[\mathbb{R}] / p'(1) = 0\}$

   (c) $S = \{p(x) \in P_2[\mathbb{R}] / p''(1) = 1\}$

5. Extienda $B = \left\{ \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \right\}$ a una base de $V = \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$

6. Demuestre que el conjunto $S = \{\sin(t), \cos(t), t\}$ es LI.

7. Demuestre que el espacio $V = P[\mathbb{R}]$ no puede ser generado por un número finito de polinomios.

8. Encuentre una base en $P_3[\mathbb{R}]$ del conjunto de todos los polinomios de grado 3 tales que $p(3) = 0$.

9. Sea $S = \left\{ A \in \mathcal{M}_{2\times 2} / A = A^T \right\}$, $T = \left\{ A \in \mathcal{M}_{2\times 2} / A = -A^T \right\}$. Demuestre que $\mathcal{M}_{2\times 2} = S \oplus T$

10. En $V = \mathbb{R}^4$ sean:

$$S = \left\{ (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 / \begin{array}{c} x + y + z + t = 0 \\ 2x + y - z + 2t = 0 \\ 3x + 2y + 3t = 0 \end{array} \right\}$$

$$T = \langle \{(1, 1, 2, 0),\ (1, -1, 1, 0),\ (0, 1, 0, 1)\} \rangle$$

Determine $S \cap T$, $S + T$. De una base para cada uno y determine $dim(S \cap T)$ y $dim(S + T)$