1. Considere los siguientes subespacios de $\mathbb{P}_2(\mathbb{R})$.

$$U = \{a + bx + cx^2 | \, a + b + c = 0;\ 2a - 2b - c = 0\}$$

$$V = \left\langle \{2 + 3x + x^2,\ -1 + x^2,\ 6x^2\} \right\rangle$$

   Determine $U \cap V$, $U + V$ y sus respectivas dimensiones

2. Para cada una de las siguientes afirmaciones decida si es verdadera o falsa. Justifique:

   (a) Existe $m \in \mathbb{R}$ tal que la matriz $\begin{bmatrix} m & 1 & m+1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2-3m & 3 & 1-3m \end{bmatrix}$ es invertible

   (b) Si A y B son matrices invertibles de $n \times n$, con n par tales que $A = -B$, entonces $det(A) = -det(B)$

   (c) Si C es una matriz de $n \times n$ tal que $C^2 = I$, entonces $det(C) = 1$ o $det(C) = -1$

3. Demostrar que

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 & a^3 + bcd \\ 1 & b & b^2 & b^3 + acd \\ 1 & c & c^2 & c^3 + abd \\ 1 & d & d^2 & d^3 + abc \end{vmatrix} = 0$$

4. Demuestre que

$$\begin{vmatrix} 1+x^2 & x & 0 & 0 & \cdots & & 0 \\ x & 1+x^2 & x & 0 & \cdots & & 0 \\ 0 & x & 1+x^2 & \ddots & & & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & & x \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & & x & 1+x^2 \end{vmatrix} = 1 + x^2 + x^4 + \cdots + x^{2n}$$