1. Sean U y W subespacios de V tales que $dim\, U = 5$, $dim\, W = 5$, y $dim\, V = 7$. Encuentre las posibles dimensiones de $U \cap W$.

2. Determine una base para la suma $W_1 + W_2$ de los subespacios

$$W_1 = \{p \in \mathbb{P}_3 / p'(1) = p(1) = 0\}$$

$$W_2 = \left\{p \in \mathbb{P}_3 / (x^2 - 1) \text{ es factor de } p\right\}$$

3. Sea $W_1 = \langle u_1, u_2, u_3 \rangle$, $W_2 = \langle v_1, v_2, v_3 \rangle$ donde

$$\begin{aligned} u_1 &= [1\ -1\,2\,0\,1] \\ u_2 &= [0\ -1\,2\,0\,1] \\ u_3 &= [2\,1\ -1\,0\,1] \\ v_1 &= [-1\ -1\,2\,0\,1] \\ v_2 &= [2\ -1\,2\,0\,1] \\ v_3 &= [1\,2\ -1\,1\,1] \end{aligned}$$

Determine bases para $W_1 + W_2$ y $W_1 \cap W_2$

4. Considere los espacios de $P_3[\mathbb{R}]$

$$V = \left\langle 1 + x^3,\, 1 + x + x^2,\, 2x - x^2,\, 2 + 3x^2 \right\rangle, \quad W = \left\langle 1 + 3x^2 - x^3,\, 1 + 4x + x^2 - x^3,\, 2x - x^2 \right\rangle$$

Demuestre que $W \subset V$ y encuentre un subespacio $U \subset V$ tal que

$$V = W \oplus U$$