Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Estadística
Facultad de Matemática

Profesor: Jorge Gonzalez
Ayudante: Daniel Acuña León

Ayudantía 3
EYP2305/230I - Análisis de Regresión
30 de Marzo

1. Demuestre que para $W = XB$, con B no singular, W y X de dimensión $n \times k$, B de $k \times k$, la matriz de proyección $H = X(X^tX)^{-1}X^t$ se mantiene invariante si se reemplaza X por W.

2. Suponga que $\boldsymbol{\epsilon} \sim N_3(\mathbf{0}, \sigma^2 I_3)$ y que $Y_0 \sim N(0, \sigma_0^2)$, independiente de los ϵ_i. Defina

$$Y_i = \rho Y_{i-1} + \epsilon_i \qquad (i = 1, 2, 3)$$

   a) Encuentre la matriz de covarianzas de $\boldsymbol{Y} = (Y_1, Y_2, Y_3)^t$.

   b) ¿Cuál es la distribución de $\boldsymbol{Y}$?

3. Sean $a_0, a_1, \ldots, a_n$ variables aleatorias independientes que distribuyen $N(0, \sigma^2)$ y defina

$$Y_i = a_i + \phi a_{i-1} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

   Demuestre que $\boldsymbol{Y} = (Y_1, \ldots, Y_n)^t$ tiene distribución normal multivariada y encuentre su matriz de covarianzas.

4. Si $\boldsymbol{Y} \sim N_n(\mathbf{0}, I_n)$, encuentre la varianza de

$$(Y_1 - Y_2)^2 + (Y_2 - Y_3)^2 + \ldots + (Y_{n-1} - Y_n)^2$$

5. Sea $\boldsymbol{Y} \sim N_n(\mathbf{0}, I_n)$ y sean A y B matrices simétricas e idempotentes con $AB = BA = \mathbf{0}$. Demuestre que $\boldsymbol{Y}^t A \boldsymbol{Y}$, $\boldsymbol{Y}^t B \boldsymbol{Y}$ y $\boldsymbol{Y}^t (I_n - A - B) \boldsymbol{Y}$ tienen distribuciones chi-cuadrado independientes.