



Tarea 1

EPG3601 - Computación Estadística Avanzada

1. Representar números en punto flotante incurre siempre en algún tipo de aproximación. Dos maneras de hacerlo son truncar y redondear, que denotaremos como $fl_T(\cdot)$ y $fl_R(\cdot)$. Sea $x \in \mathbb{R}^+$. Éste puede ser escrito en su expansión en base 2 como

$$x = \sum_{i=0}^{\infty} x_i 2^{k-i}$$

con $x_0 = 1$.

Suponga que tiene una mantissa de largo t . Demuestre que la cota superior del error absoluto $|x - fl_R(x)|$ es la mitad que la de $|x - fl_T(x)|$. Muestre también que esto se sigue cumpliendo para el error relativo.

Hint: Recuerde qué valores pueden tomar los coeficientes x_i y proceda a acotar el error de truncamiento.

2. Las operaciones aritméticas usando representación en punto flotante generan errores de aproximación, debido a la forma en que números de diferentes magnitudes se escriben. Por ejemplo, el mismo cálculo de una sumatoria puede llegar a ser impreciso debido a esto.

Como ejemplo, el cálculo de S^2 , si se hace de forma “ingenua”, puede caer en los mismos problemas.

- a) Considere el siguiente algoritmo:

```
Data:  $x \in \mathbb{R}^n$   
 $T \leftarrow x_1$ ;  
 $RSS \leftarrow 0$ ;  
for  $j = 2$  a  $n$  do  
   $T \leftarrow T + x_j$ ;  
   $RSS \leftarrow RSS + \frac{1}{j(j-1)}(jx_j - T)^2$ ;  
end  
Return  $\frac{RSS}{n-1}$ 
```

Muestre que este algoritmo efectivamente calcula S^2 .

- b) Implemente el algoritmo anterior en R y además en C, C++ o Fortran. Para esta última haga un *wrapper* para poder ser llamada directamente desde R.
- c) Implemente el cálculo de S^2 usando directamente la fórmula

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Con esto, cree un ejemplo de datos en el cuál la precisión numérica afecte el resultado final del cálculo, y compárelo con el algoritmo implementado en la parte (b). Comente sus resultados.

- d) Compare la velocidad para las funciones anteriormente implementadas junto con `var(·)`, para tamaños muestrales $n = 10^i$, con $i \in \{1, \dots, 6\}$. Grafique sus resultados y coméntelos.