1. Sea $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ la transformación lineal definida por la matriz

$$[F]_B^C = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

en las bases $B = \{(1,1,-1),\ (0,1,1),\ (1,0,0)\}$ y $C = \{(1,1),\ (1,-1)\}$. Sin encontrar la fórmula general para F, determine $F(1,1,1)$ y una base del $Ker\,F$.

2. Demuestre que

$$\begin{vmatrix} a^2 & a & bc \\ b^2 & b & ac \\ c^2 & c & ab \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)(b-c)(ab+bc+ca)$$

3. Resuelva la ecuación

$$\begin{vmatrix} x+4 & 2 & 1 \\ 1 & x+2 & 4 \\ 4 & 2 & x+1 \end{vmatrix} = 0$$

4. Sea A una matriz de 3×3 tal que puede escribirse como

$$A = P \begin{bmatrix} 2 & & \\ & -3 & \\ & & 4 \end{bmatrix} P^{-1}$$

con P matriz de cambio de base. Calcule $\left|A^2\right|$ y $\left|(A^t)^{-1}\right|$

5. Sean A y B matrices de orden n tal que $AB = -BA$. Demuestre que $|A+B|^2 = \left|A^2 + B^2\right|$.

6. Sean

$$A = \begin{bmatrix} a & b & 1 \\ a^2 & b^2 & 1 \\ a^3 & b^3 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & b \\ 1 & b & a \end{bmatrix}$$

   (a) Determine condiciones entre a y b de modo que exista $(AB)^{-1}$

   (b) Calcule $\left|B^{-1}AB\right|$ imponiendo las condiciones necesarias y suficientes sobre a y b.