Цель работы

Смоделировать колебания гармонического осциллятора в разных условиях

Задание

Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев:

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $\ddot{x} + 3.3x = 0$
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $\ddot{x} + 3\dot{x} + 0.3x = 0$
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $\ddot{x} + 3.3\dot{x} + 3x = 3.3sin(3t)$

На интервале $t \in [0;33]$ (шаг 0.05) с начальными условиями $x_0 = 1.3, y_0 = 0.3$

Теоретическое введение

Движение грузика на пружинке, маятника, заряда в электрическом контуре, а также эволюция во времени многих систем в физике, химии, биологии и других науках при определенных предположениях можно описать одним и тем же дифференциальным уравнением, которое в теории колебаний выступает в качестве основной модели. Эта модель называется линейным гармоническим осциллятором.

Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид: $$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2x = 0$$ где x - переменная, описывающая состояние системы, γ – параметр, характеризующий потери энергии, ω_0 – собственная частота колебаний, t – время.

Выполнение работы

Julia

Открыв Pluto.jl я приступил к написанию кода. Сначала я подключил библиотеки Plots и DiffetentialEquations:

```
using Plots
using DiffetentialEquations
```

Далее я ввёл данные, приведённые в условии задачи:

```
tspan = (0, 33)
dt = 0.05
x0 = [1.3]
y0 = [0.3]
```

Задал функцию, являющуюся дифференциальным уравнением для первого случая:

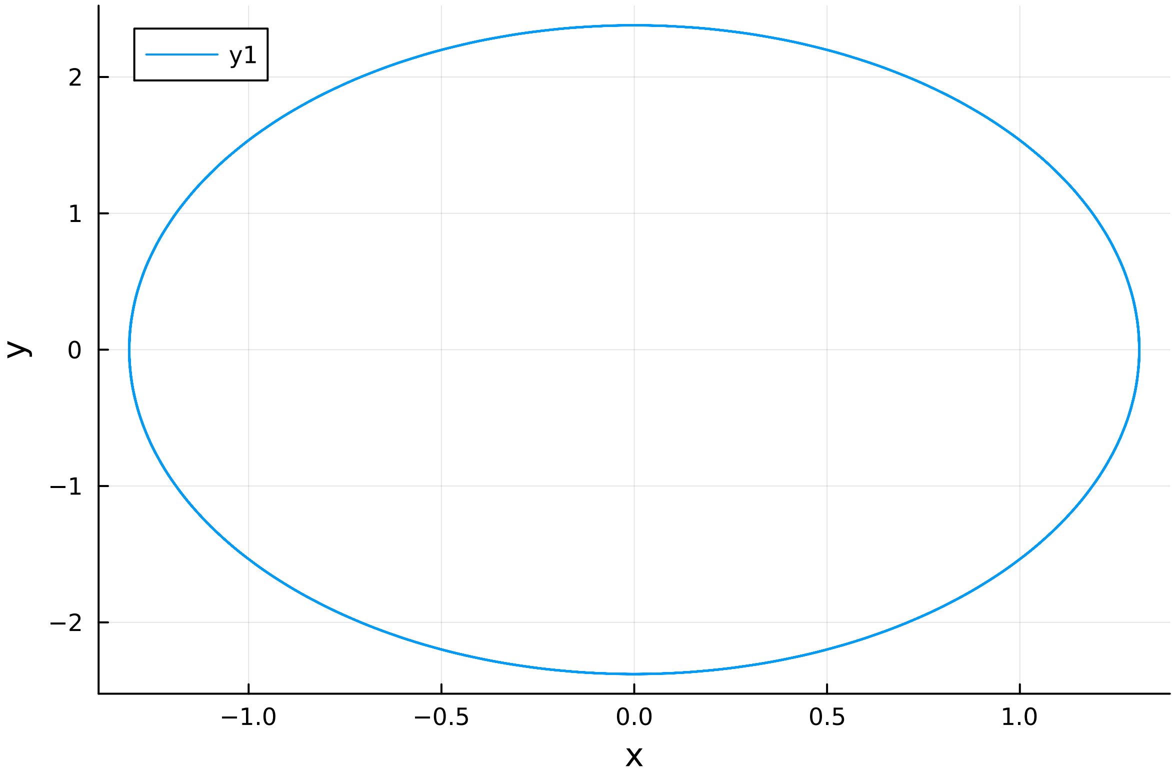
```
function harmonicOscillator(ddu, du, u, ω, t)
    ddu .= -3.3 * u
end
```

С помощью методов SecondOrderODEProblem и solve решил это дифференциальное уравнение по начальным данным и вывел значения x и y в соответствующие массивы:

```
prob = SecondOrderODEProblem(harmonicOscillator, y0, x0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = dt)
diffX = [u[1] for u in sol.u]
diffY = [u[2] for u in sol.u]
```

Далее с помощью метода plot я вывел фазовый портрет осциллятора, где ось x соответствует переменной x, а ось y - переменной y:

```
plt = plot(
    diffY,
    diffX,
    xlabel = "x",
    ylabel = "y"
)
```



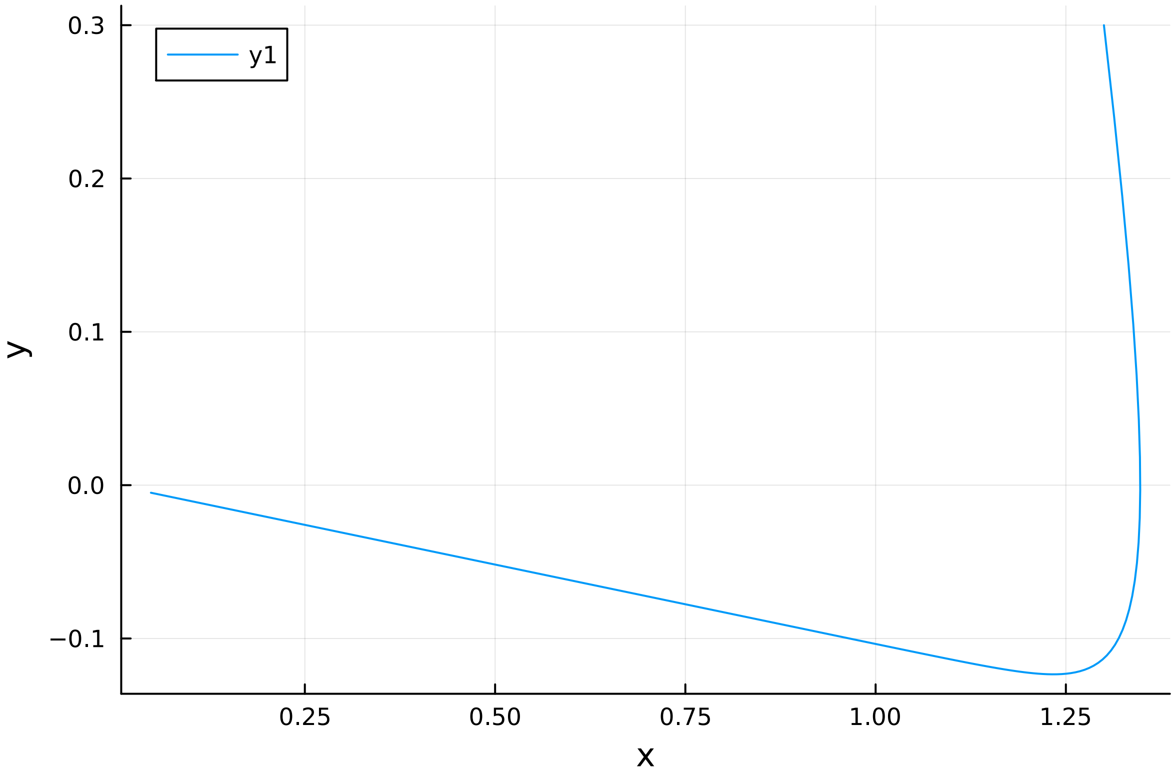
Аналогичным образом задал и решил дифф. уравнения для второго и третьего случаев:

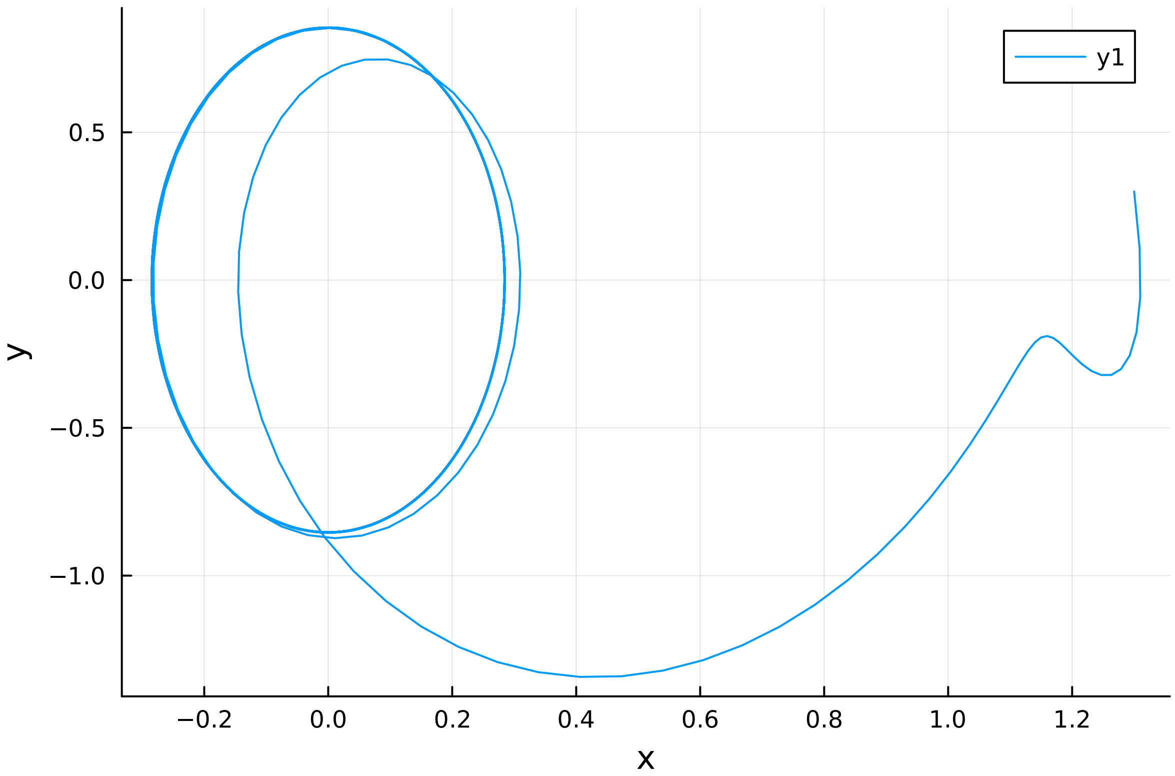
```
function harmonicOscillator2(ddu, du, u, ω, t)
    ddu .= -3*du -0.3*u
end

prob2 = SecondOrderODEProblem(harmonicOscillator2, y0, x0, tspan)
sol2 = solve(prob2, dtmax = dt)
diffX2 = [u[1] for u in sol2.u]
diffY2 = [u[2] for u in sol2.u]

function harmonicOscillator3(ddu, du, u, ω, t)
    ddu .= - 3.3 * du .- 3 * u .+ 3.3 * sin(3 * t)
end

prob3 = SecondOrderODEProblem(harmonicOscillator3, y0, x0, tspan)
sol3 = solve(prob3, dtmax = dt)
diffX3 = [u[1] for u in sol3.u]
diffY3 = [u[2] for u in sol3.u]
```

И вывел их фазовые портреты:

```
plt2 = plot(
    diffY2,
    diffX2,
    xlabel = "x",
    ylabel = "y"
)
```

```
plt3 = plot(
    diffY3,
    diffX3,
    xlabel = "x",
    ylabel = "y"
)
```



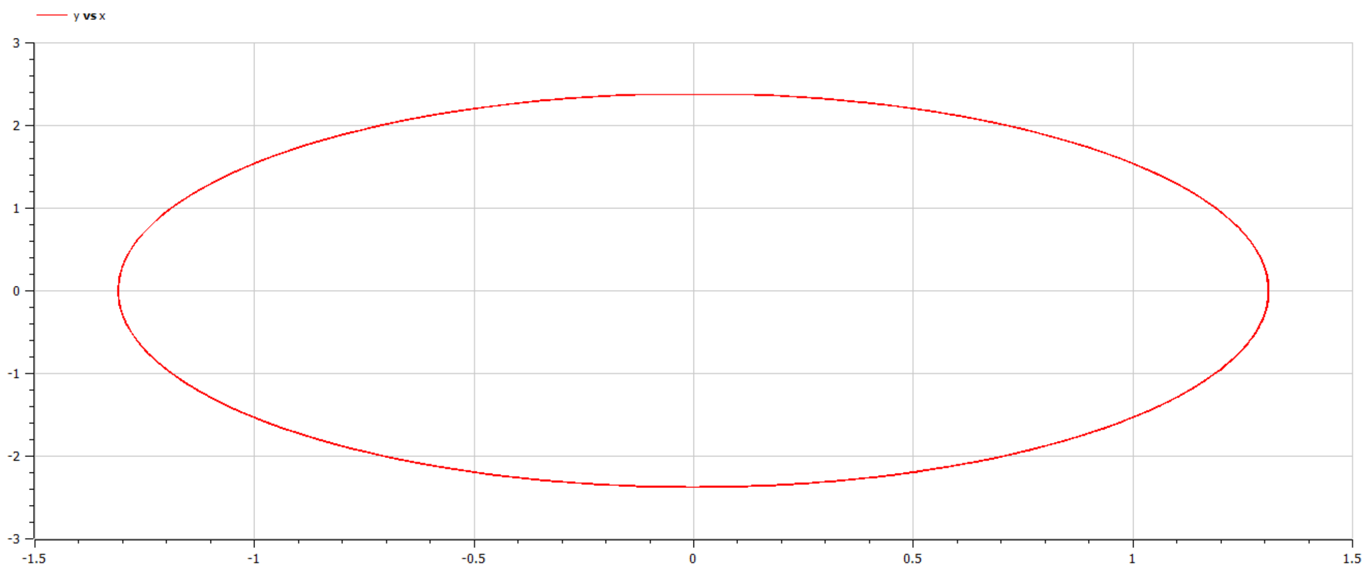


OpenModelica

Открыв OpenModelica я написал код для трёх случаев, задав начальные значения x_0 и y_0, а также дифференциальные уравнения гармонического осциллятора для трёх случаев:

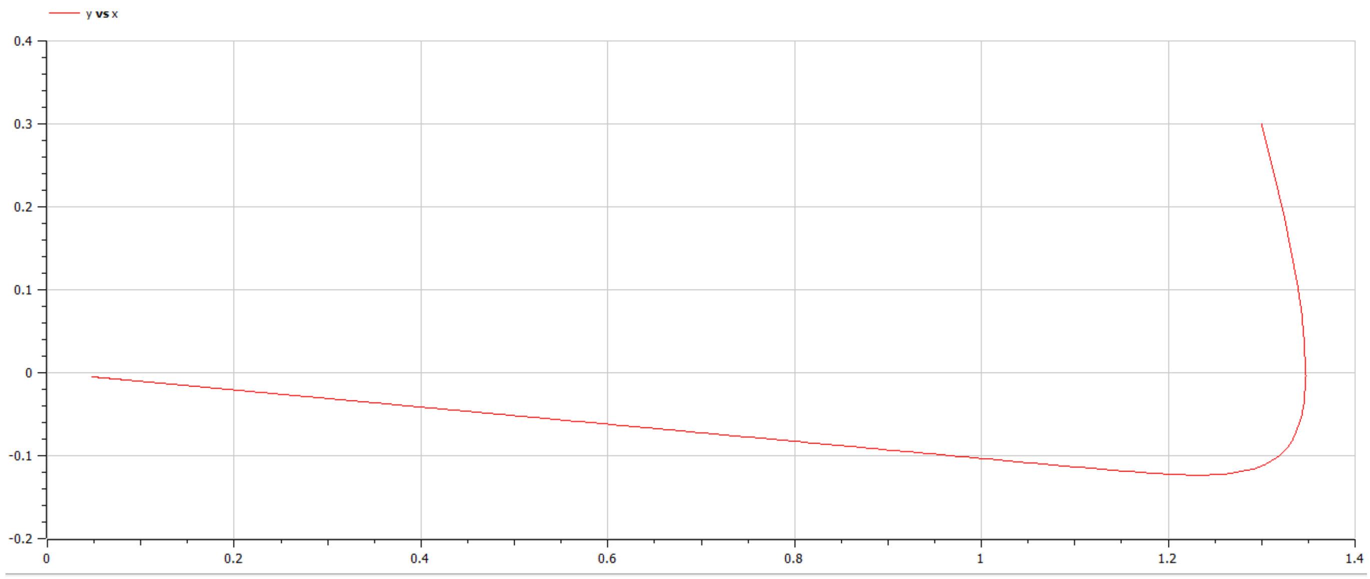
- Первый случай:

```
model lab04_1
  Real x;
  Real y;
initial equation
  x = 1.3;
  y = 0.3;
equation
  der(x) = y;
  der(y) = -3.3 * x;
end lab04_1;
```



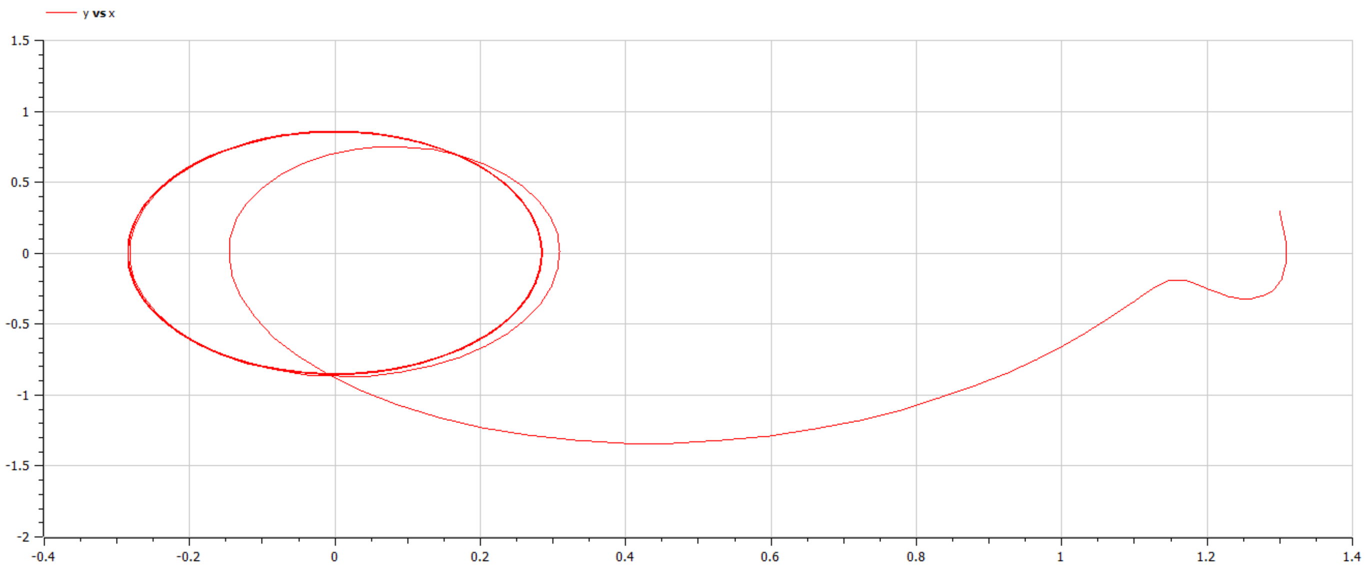
- Второй случай:

```
model lab04_2
  Real x;
  Real y;
initial equation
  x = 1.3;
  y = 0.3;
equation
  der(x) = y;
  der(y) = - 3 * y - 0.3 * x;
end lab04_2;
```

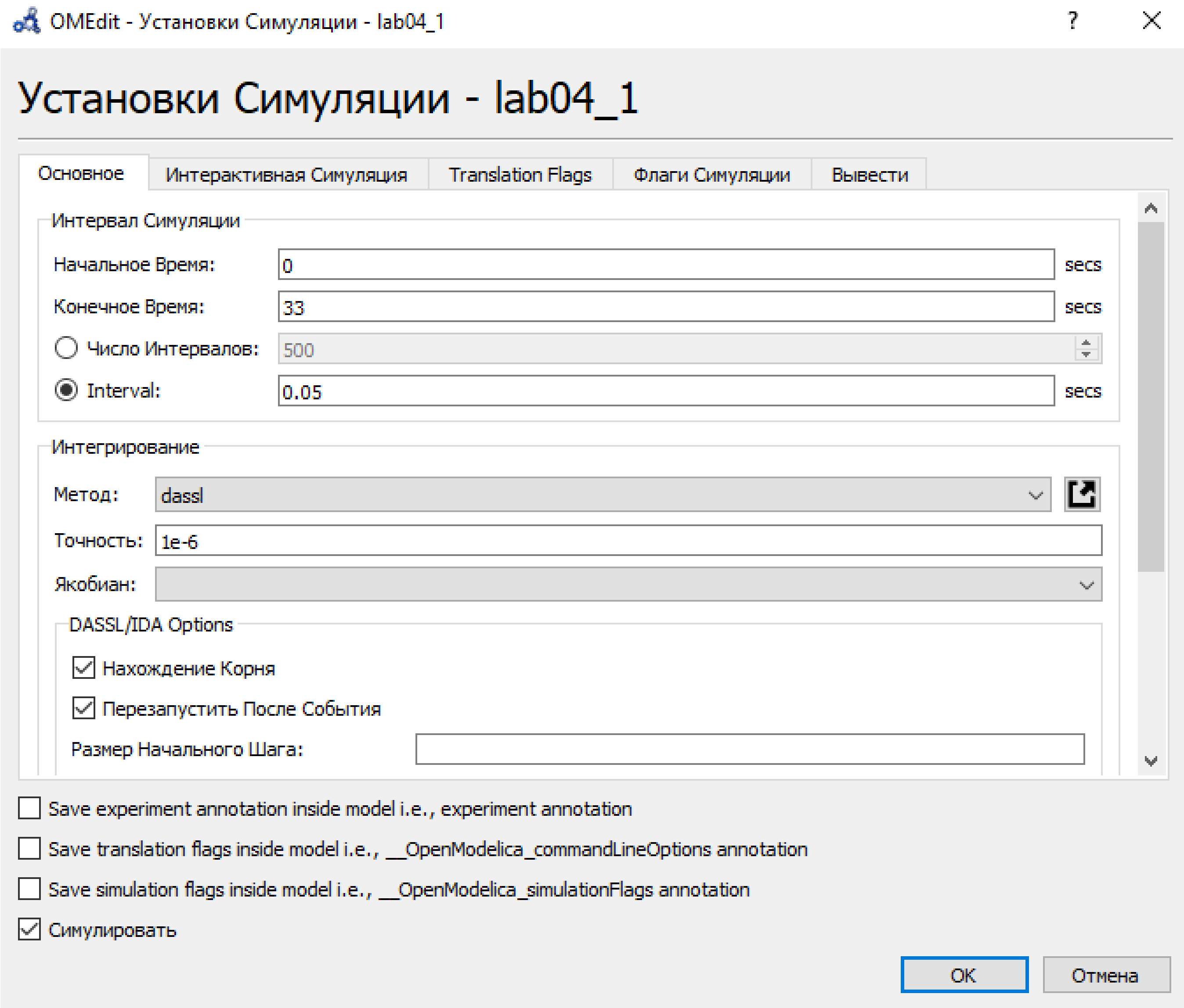


- Третий случай:

```
model lab04_3
  Real x;
  Real y;
initial equation
  x = 1.3;
  y = 0.3;
equation
  der(x) = y;
  der(y) = - 3.3 * y - 3 * x + 3.3 * sin(3 * time);
end lab04_3;
```



- Задание условий симуляции (одинаково для каждого случая):



Вывод

Модель была построена на языках Julia и OpenModelica, результаты идентичные, на OpenModelica выполнение задания и анализ полученных результатов проще.