

Лабораторная работа №2

Выполнил Бабков Дмитрий Николаевич

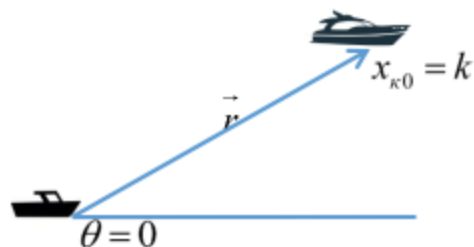
№ студ. билета: 1032201726, Группа: НФИбд-01-20

Задача о погоне

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии k км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 2 раза больше скорости браконьерской лодки. Необходимо определить по какой траектории необходимо двигаться катеру, чтоб нагнать лодку

Постановка задачи

- Принимаем за $t_0, x_l 0$ - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, $x_k 0 = k$ - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения.
- Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров $x_l 0 (\theta = x_l 0 = 0)$, а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны



Постановка задачи

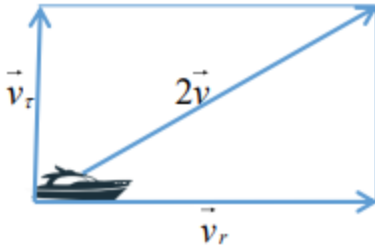
- Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса θ , только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

Постановка задачи

- Чтобы найти расстояние x (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x , а катер $k - x$ или $k + x$, в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как x/v или $k - x/2v$ (во втором случае $x + k/2v$). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы.

Постановка задачи

- После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: v_r - радиальная скорость и v_τ - тангенциальная скорость. $v_r = \frac{dr}{dt}$. Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем, что $\frac{dr}{dt} = v$. Тангенциальная скорость равна произведению угловой скорости $\frac{d\theta}{dt}$ на радиус r , $v_\tau = r \frac{d\theta}{dt}$.



Постановка задачи

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{3}v \end{cases}$$

с начальными условиями

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = x_2 \end{cases}$$

Постановка задачи

Исключая из полученной системы производную по t , можно перейти к следующему уравнению:

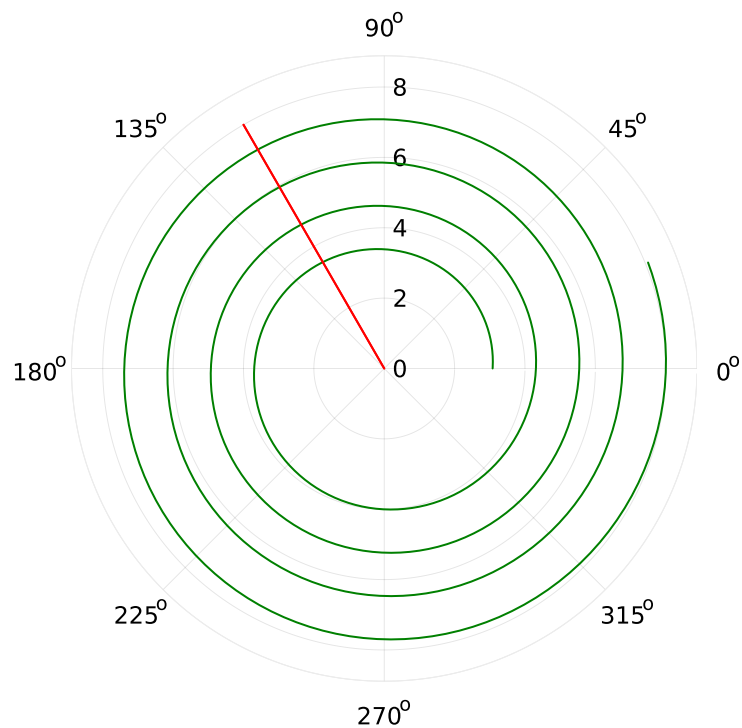
$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{3}}$$

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

Результат выполнения

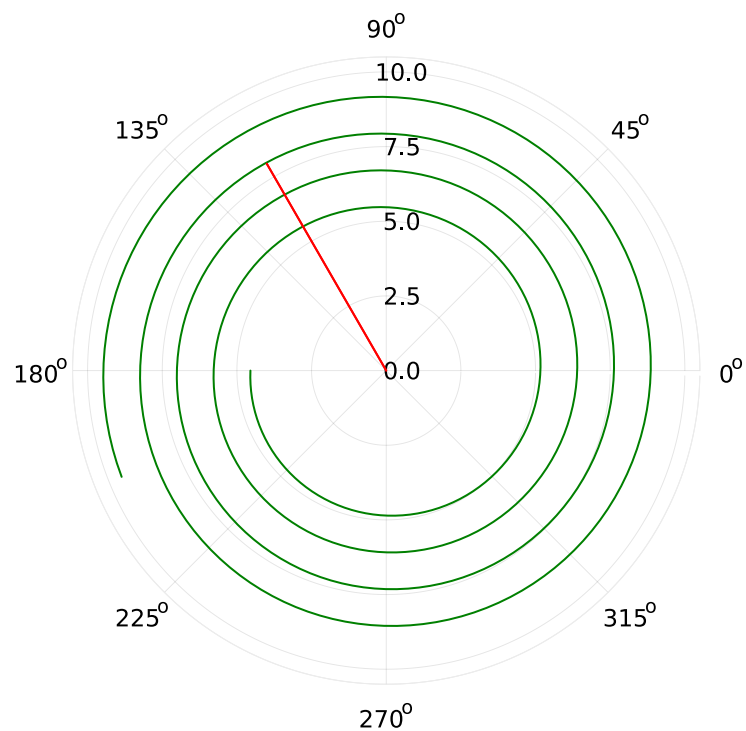
В результате выполнения работы при начальных значениях $k = 19.1$, $v_l / v_k = 5.2$ получились следующие траектории в двух случаях:

Задача о погоне



Результат выполнения

Задача о погоне



Спасибо за внимание