
Front matter

title: "Отчёт по лабораторной работе №3" subtitle: "Вариант 67" author: "Бабков Дмитрий Николаевич"

I18n polyglossia

polyglossia-lang: name: russian options: - spelling=modern - babelshorthands=true polyglossia-otherlangs: name: english

I18n babel

babel-lang: russian babel-otherlangs: english

Fonts

mainfont: PT Serif romanfont: PT Serif sansfont: PT Sans monofont: PT Mono mainfontoptions: Ligatures=TeX romanfontoptions: Ligatures=TeX sansfontoptions: Ligatures=TeX,Scale=MatchLowercase monofontoptions: Scale=MatchLowercase,Scale=0.9

Biblatex

biblatex: true biblio-style: "gost-numeric" biblatexoptions:

- parentracker=true
- backend=biber
- hyperref=auto
- language=auto
- autolang=other*
- citestyle=gost-numeric

Pandoc-crossref LaTeX customization

figureTitle: "Рис." tableTitle: "Таблица" listingTitle: "Листинг" lofTitle: "Список иллюстраций" lotTitle: "Список таблиц" lolTitle: "Листинги"

Misc options

indent: true header-includes:

- \usepackage{indentfirst}
- \usepackage{float} # keep figures where there are in the text
- \floatplacement{figure}{H} # keep figures where there are in the text

---

Цель работы

Сделать модель боевых действий на языке Julia и в OpenModelica и сравнить результаты

Задание

Между страной Х и страной У идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями $x(t)$ и $y(t)$. В начальный момент времени страна Х имеет армию численностью 44 200 человек, а в распоряжении страны У армия численностью в 54 100 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты постоянны. Также считаем, что $P(t)$ и $Q(t)$ непрерывные функции. Постройте графики изменения численности войск армии Х и армии У для следующих случаев:

1. Модель боевых действий между регулярными войсками $$\frac{dx}{dt} = -0.312x(t)-0.456y(t)+sin(t+3)$$ $$\frac{dy}{dt} = -0.256x(t)-0.34y(t)+cos(t+7)$$

2. Модель боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов $$\frac{dx}{dt} = -0.318x(t)-0.615y(t)+|cos(8t)|$$ $$\frac{dy}{dt} = -0.312x(t)y(t)-0.512y(t)+|sin(6t)|$$

Теоретическое введение

Рассмотрим некоторые простейшие модели боевых действий – модели Ланчестера. В противоборстве могут принимать участие как регулярные войска, так и партизанские отряды. В общем случае главной характеристикой соперников являются численности сторон. Если в какой-то момент времени одна из численностей обращается в нуль, то данная сторона считается проигравшей (при условии, что численность другой стороны в данный момент положительна). Рассмотри три случая ведения боевых действий:

1. Боевые действия между регулярными войсками
2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов
3. Боевые действия между партизанскими отрядами

В первом случае численность регулярных войск определяется тремя факторами:

- скорость уменьшения численности войск из-за причин, не связанных с боевыми действиями (болезни, травмы, дезертирство);
- скорость потерь, обусловленных боевыми действиями противоборствующих сторон (что связанно с качеством стратегии, уровнем вооружения, профессионализмом солдат и т.п.);
- скорость поступления подкрепления (задаётся некоторой функцией от времени). В этом случае модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x(t)-b(t)y(t)+P(t)$$ $$\frac{dy}{dt} = -c(t)x(t)-h(t)y(t)+Q(t)$$

$-a(t)x(t)$ и $h(t)y(t)$ описывают потери, не связанные с боевыми действиями, $-b(t)y(t)$ и $-c(t)x(t)$ отражают потери на поле боя. Функции $P(t)$ и $Q(t)$ учитывают возможность подхода подкрепления в течение одного дня.

Во втором случае в борьбу добавляются партизанские отряды. Нерегулярные войска в отличии от постоянной армии менее уязвимы, так как действуют скрытно, в этом случае сопернику приходится действовать неизбирательно, по площадям, занимаемым партизанами. Поэтому считается, что тем потерь партизан, проводящих свои операции в разных местах на некоторой известной территории, пропорционален не только численности армейских соединений, но и численности самих партизан. В результате модель принимает вид:

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x(t)-b(t)y(t)+P(t)$$ $$\frac{dy}{dt} = -c(t)x(t)y(t)-h(t)y(t)+Q(t)$$

В этой системе все величины имеют тот же смысл.

Выполнение работы

Julia

Открыв Pluto.jl я приступил к написанию кода. Сначала я подключил библиотеки Plots и DiffetentialEquations:

```
using Plots
using DiffetentialEquations
```

Далее я ввёл данные, приведённые в условии задачи:

```
x_0 = 44200
y_0 = 54100
a1 = 0.312
b1 = 0.456
c1 = 0.256
h1 = 0.34
a2 = 0.318
b2 = 0.615
c2 = 0.312
h2 = 0.512
```

Задал систему дифференциальных уравнений для первого случая ode_fn1

```
function ode_fn1(du, u, p, t) #Система дифф. уравнений, моделирующая изменение
численностей армий X и Y
    x, y = u
    du[1] = -a1 * x - b1 * y + sin(t + 3)
    du[2] = -c1 * x - h1 * y + cos(t + 7)
end
```

Задал изменение времени и временной промежуток

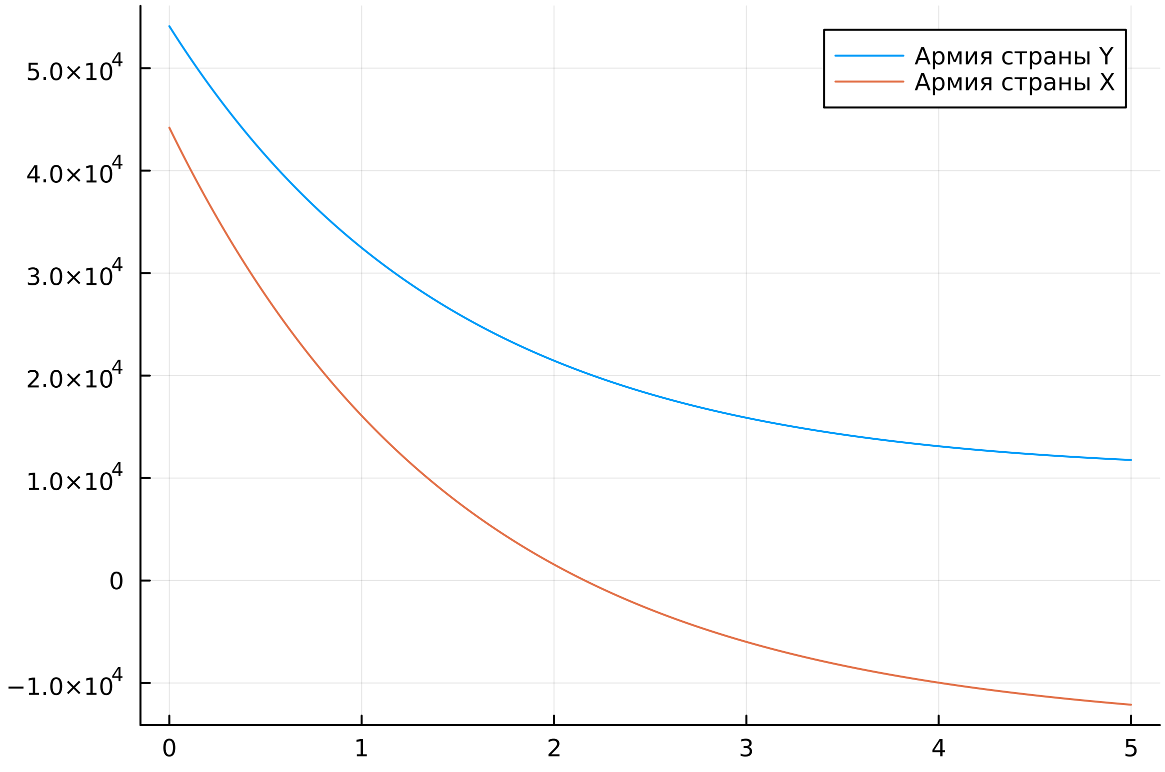
```
dt1 = 0.01
tspan = (0, 5)
```

Ввёл начальные условия и решил систему дифференциальных уравнений

```
prob1 = ODEProblem(ode_fn1, [x_0, y_0], tspan)
sol1 = solve(prob1, dtmax = dt1)

diffX1 = [u[1] for u in sol1.u]
diffY1 = [u[2] for u in sol1.u]
diffT1 = [timestamp for timestamp in sol1.t]
```

С помощью plot и plot! отобразил графики изменения численности армий X и Y

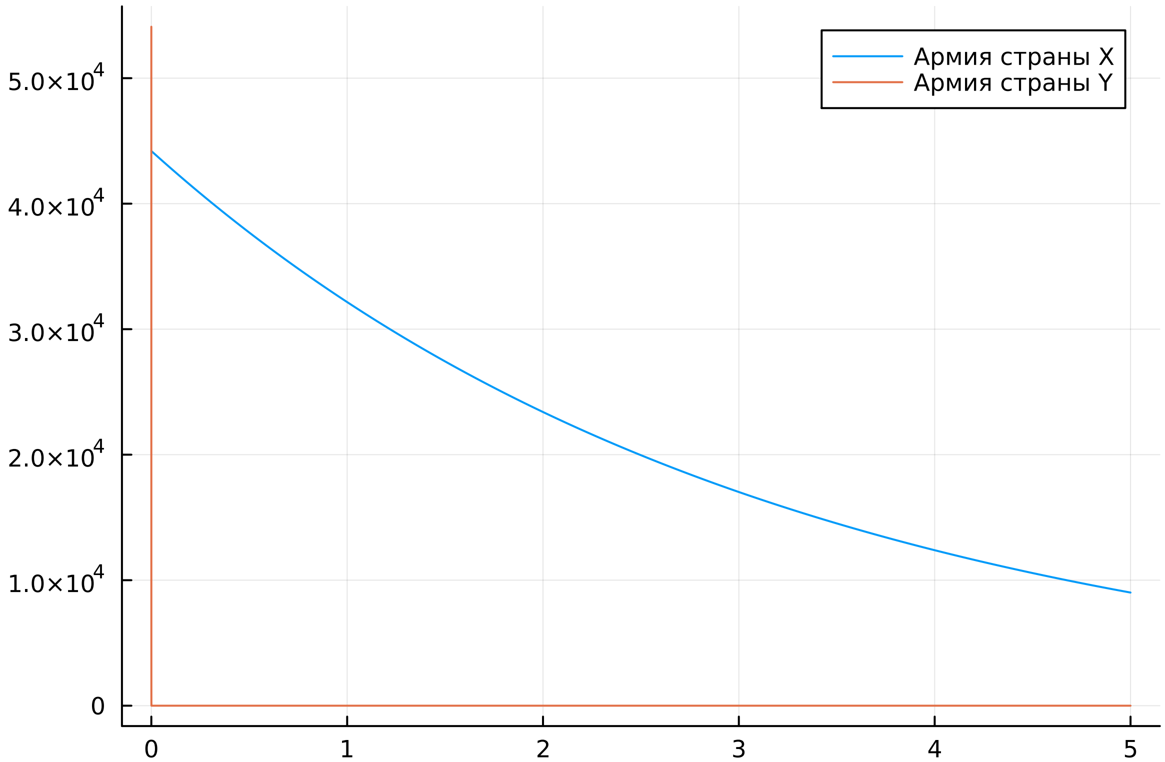
```
plt1 = plot( #График изменения численности армии страны Y
    diffT1,
    diffY1,
    label = "Армия страны Y"
)

plot!( #Добавление графика изменения численности армии X
    diffT1,
    diffX1,
    label = "Армия страны X"
)
```



По нему видно, что армия страны X была полностью уничтожена где-то на $t = 2.2$

Аналогичным образом отображаю график изменения численностей армии для второго случая:

```
timespan = (0, 5)
dt2 = 0.01

function ode_fn2(du, u, p, t)
    x, y = u
    du[1] = -a2 * x - b2 * y + abs(cos(8 * t))
    du[2] = -c2 * x * y - h2 * y + abs(sin(6 * t))
end

prob2 = ODEProblem(ode_fn2, [x_0, y_0], timespan)

sol2 = solve(prob2, dtmax = dt2)

diffX2 = [u[1] for u in sol2.u]
diffY2 = [u[2] for u in sol2.u]
diffT2 = [timestamp for timestamp in sol2.t]

plt2 = plot(
    diffT2,
    diffX2,
    label = "Армия страны X"
)

plot!(
    diffT2,
    diffY2,
    label = "Армия страны Y"
)
```



По нему видно, что армия страны Y была уничтожена почти сразу же

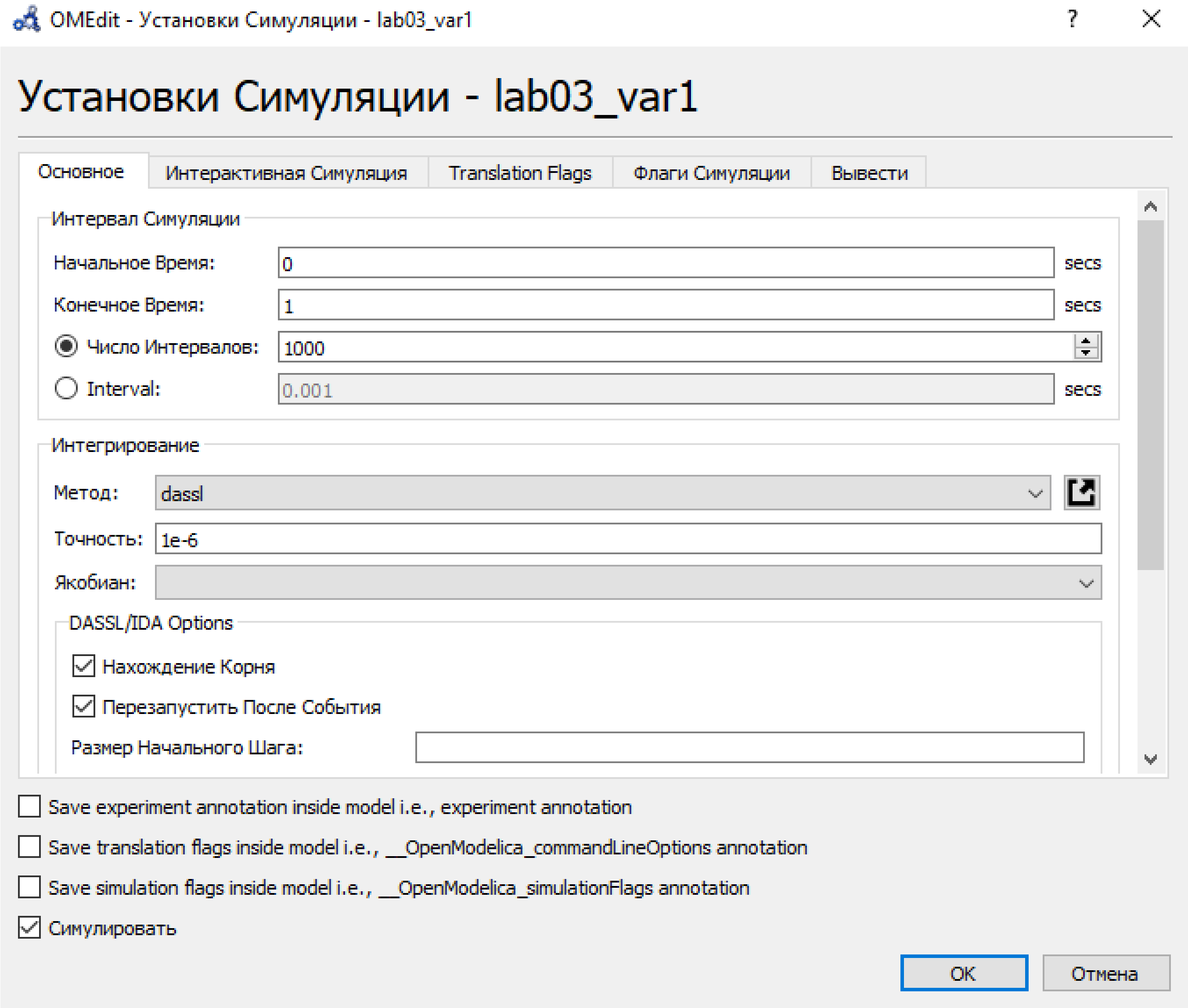
OpenModelica

Открыв OpenModelica я создал файлы lab03_var1 и lab03_var2 для первого и второго случаев соответственно

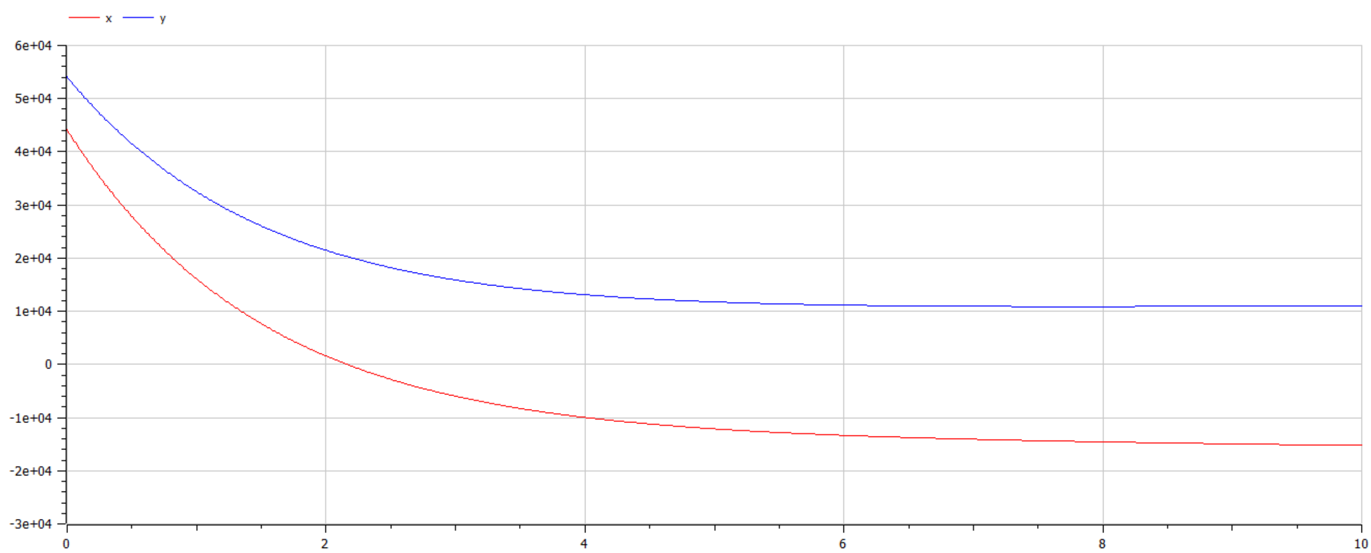
Код для первого случая:

```
model lab03_var1
  Real x;
  Real y;
  Real a = 0.312;
  Real b = 0.456;
  Real c = 0.256;
  Real h = 0.34;
  Real t = time;
initial equation
  x = 44200;
  y = 54100;
equation
  der(x) = -a * x - b * y + sin(t + 3);
  der(y) = -c * x - h * y + cos(t + 7);
end lab03_var1;
```

Далее я запустил симуляцию с определённым числом интервалов и продолжительностью:



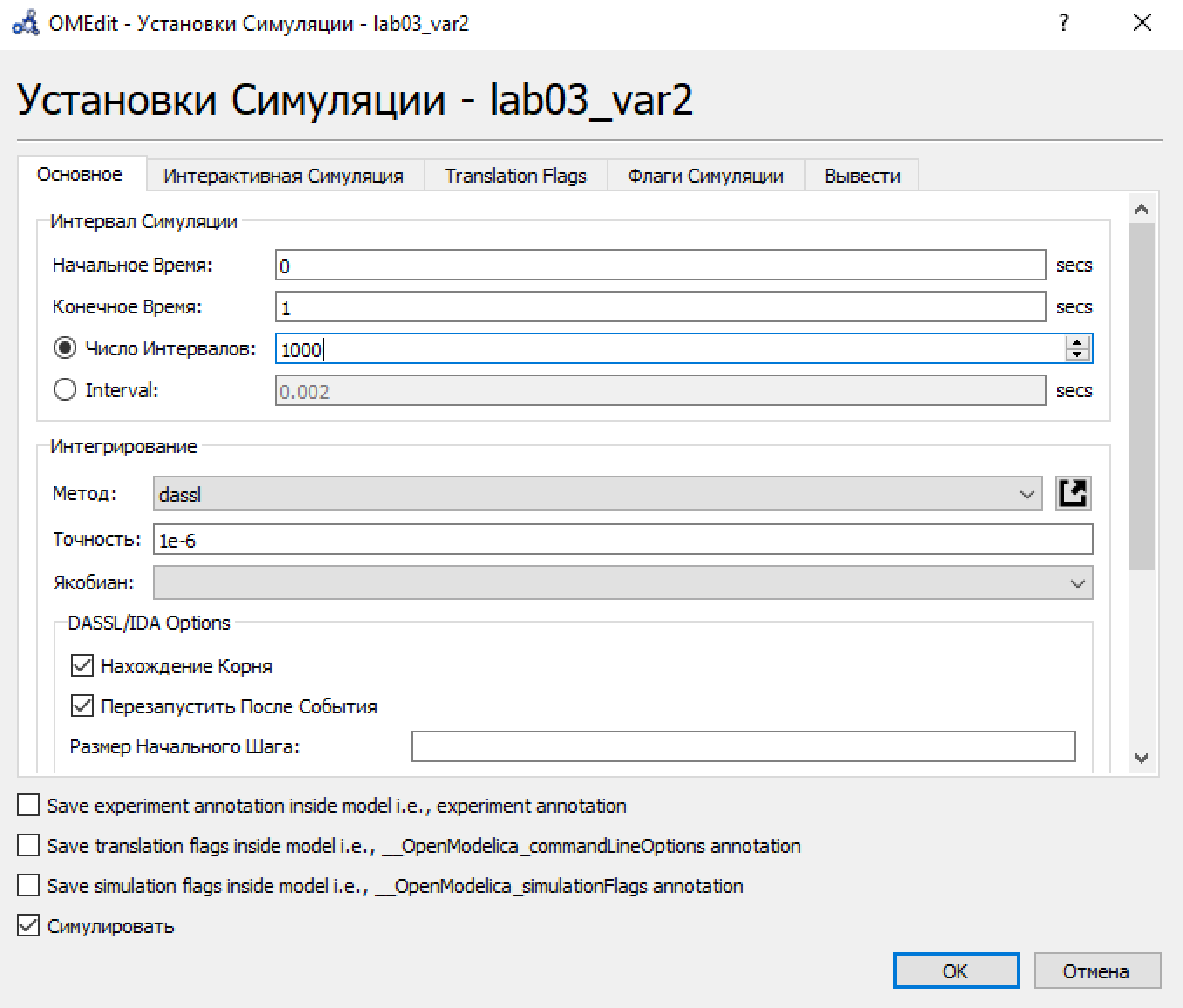
Получившийся график полностью идентичен полученному на Julia:



Код для второго случая выглядит следующим образом:

```
model lab03_var2
  Real x;
  Real y;
  Real a = 0.318;
  Real b = 0.615;
  Real c = 0.312;
  Real h = 0.512;
  Real t = time;
initial equation
  x = 44200;
  y = 54100;
equation
  der(x) = -a * x - b * y + abs(cos(8 * t));
  der(y) = -c * x * y - h * y + abs(sin(6 * t));
end lab03_var2;
```

Далее я запустил симуляцию с определённым числом интервалов и продолжительностью:



Получившийся график полностью идентичен полученному на Julia:

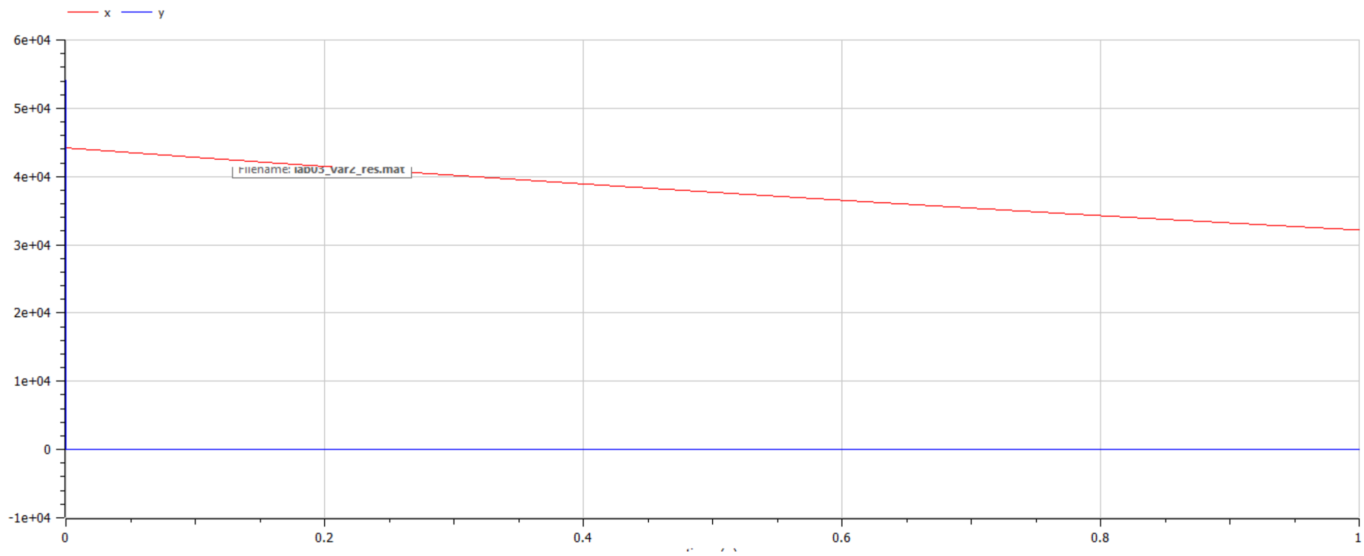
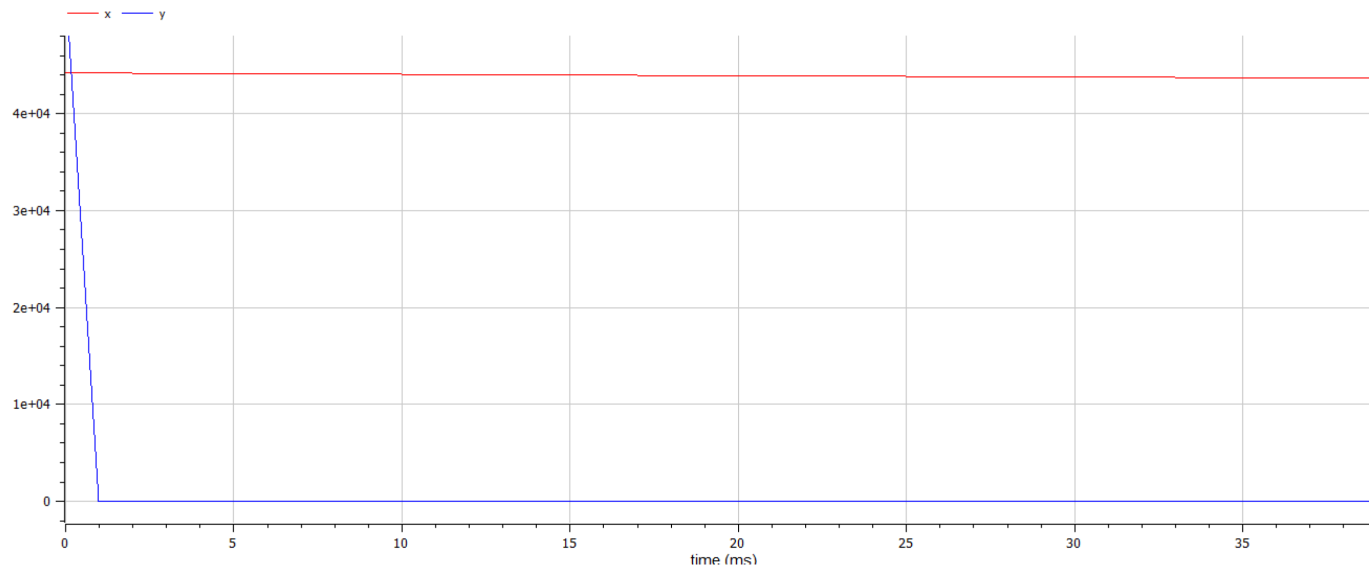


График можно приблизить в интересующем нас месте:



Из этого можно увидеть, что армия страны Y очень быстро сократилась и стала околонулевой

Вывод

Модель была построена на языках Julia и OpenModelica. Результаты получились идентичными, но в OpenModelica делать само задание и анализировать полученные результаты гораздо удобнее.