



Kỳ thi Mô hình hóa Toán học Việt Nam **2024**

VIETNAM MATH MODELING COMPETITION 2024

VÒNG 1 – ĐỀ B
FIRST ROUND – PROBLEM B
17/05/2024

BAN TỔ CHỨC - ORGANIZER



Định giá hợp đồng tín dụng xoay vòng

1 Giới thiệu

Công ty A là một doanh nghiệp trong lĩnh vực xây dựng cầu đường tại Việt Nam. Công ty thường xuyên phải thi công các dự án cầu đường lớn, công ty đã tham gia và hoàn thành nhiều dự án quan trọng trong cả nước.

Cũng như các doanh nghiệp xây dựng khác, công ty A thường phải đối mặt với nhu cầu vốn để thực thi các dự án mới, mua sắm thiết bị và vật liệu xây dựng, cũng như để chi trả các chi phí hoạt động hàng ngày. Vì vậy, công ty quyết định thiết lập một khoản vay tín dụng xoay vòng với một ngân hàng hoặc tổ chức tín dụng. Khoản vay này được thiết lập với một giới hạn tín dụng tối đa dựa trên nhu cầu dự trữ tiềm năng của công ty, chẳng hạn, 1000 tỷ đồng. Sử dụng khoản vay tín dụng xoay vòng giúp công ty A duy trì một dòng tiền ổn định và linh hoạt, giúp họ tăng cường khả năng cạnh tranh và phát triển dài hạn trong lĩnh vực xây dựng cầu đường.

Khi công ty A có một dự án mới, chẳng hạn như xây dựng một cây cầu mới trên một tuyến đường quan trọng, họ có thể rút tiền từ khoản vay tín dụng xoay vòng để tài trợ cho dự án này. Khi dự án hoàn thành và được thanh toán, công ty có thể sử dụng doanh thu để trả lại khoản vay.

Nếu sau này công ty A cần tiền mặt cho các dự án mới hoặc để chi trả các chi phí hoạt động khác, họ có thể sử dụng lại khoản vay tín dụng xoay vòng để đáp ứng nhu cầu tài chính của mình một cách linh hoạt.

2 Hợp đồng tín dụng xoay vòng - Revolving Credit Facility (RCF)

Với nhu cầu tín dụng kể trên, công ty A tìm đến ngân hàng B để ký kết một hợp đồng tín dụng xoay vòng.

Định nghĩa

Hợp đồng tín dụng xoay vòng là một loại hợp đồng vay mà cung cấp cho người vay quyền truy cập vào một số tiền tín dụng được xác định trước. Người vay có thể rút và trả nợ nhiều lần trong khoảng thời gian đã thỏa thuận mà không cần phải đàm phán lại các điều kiện của hợp đồng.

Tính chất

- Giới hạn tín dụng:** Người cho vay đặt một số tiền tín dụng tối đa mà người vay có thể truy cập, ví dụ 1000 tỷ, trong một thời gian hữu hạn, ví dụ 10 năm. Giới hạn này dựa trên các yếu tố như khả năng tín dụng của người vay, ổn định tài chính và mục đích của hợp đồng tín dụng.
- Tính linh hoạt:** Khác với các khoản vay truyền thống, nơi tiền được chi trả một lần và trả góp theo lịch trình cố định trong một khoảng thời gian, hợp đồng tín dụng xoay vòng cung cấp sự linh hoạt trong việc vay và trả nợ. Người vay có thể rút tiền khi cần và trả nợ theo ý muốn của họ, thường trong giới hạn tín dụng và các điều khoản của hợp đồng. Ví dụ để giải phóng mặt bằng công ty A cần vay trước ngân hàng B 200 tỷ. Ba tháng sau, khi khách hàng trả tiền đợt đầu, công ty A trích ra 200 tỷ trả lại cho B. Khoản vay 200 tỷ này được gọi là "bullet". Mỗi bullet là khoản vay với số tiền cố định và thời hạn cố định. Như vậy có thể coi một hợp đồng tín dụng xoay vòng là một tập hợp nhiều bullet.

3. **Tính xoay vòng:** Khi tiền được trả nợ, nó trở thành khả dụng để vay lại, làm cho dòng tiền "xoay vòng". Tính xoay vòng này phân biệt nó với các loại khoản vay khác, cung cấp quyền truy cập liên tục vào vốn mà không cần phải làm lại các đơn xin vay nhiều lần. Theo ví dụ trên, ngay cả khi công ty A chưa hoàn trả số tiền 200 tỷ, công ty A vẫn có thể vay thêm miễn là tổng số tiền đang vay không vượt quá 1000 tỷ. Sau khi hoàn trả 200 tỷ, công ty A lại có quyền vay B 1000 tỷ nếu hợp đồng chưa đáo hạn.

Trong thực tế, không chỉ công ty A cần đến hợp đồng tín dụng xoay vòng mà hầu như tất cả các công ty lớn ở Việt Nam và trên thế giới đều cần đến nó. Các hợp đồng tín dụng giúp các công ty có nguồn vốn linh hoạt và có thể tập trung vào kinh doanh. Qua đó đóng góp một phần không nhỏ cho GDP và sự phát triển kinh tế của đất nước / thế giới.

Hợp đồng tín dụng xoay vòng cũng là phương thức hữu hiệu giúp chuyển vấn đề rủi ro về nguồn vốn về phía ngân hàng, những tác nhân có chuyên môn hơn về lĩnh vực này.

3 Bài toán đặt ra cho ngân hàng

Ngân hàng B sẽ nhận được các loại phí liên quan đến hợp đồng tín dụng như phí hàng năm hoặc phí giao dịch cho mỗi lần rút tiền. Ngoài ra B cũng nhận được lãi suất tính trên số tiền đang vay (ví dụ công ty A rút 200 tỷ VND thì họ chỉ trả lãi trên khoản tiền này mà không phải cả 1000 tỷ trong hợp đồng).

Lãi suất cho tín dụng xoay vòng được đưa ra bởi ngân hàng B ngay từ đầu hợp đồng và không thay đổi trong suốt thời gian hợp đồng có hiệu lực, mặc dù lãi suất trên thị trường có thể thay đổi theo thời gian. Lãi suất cho hợp đồng tín dụng xoay vòng được ngân hàng tính theo công thức:

$$r_{RCF} = r_m + s$$

ở đó

- r_{RCF} là lãi suất của hợp đồng tín dụng xoay vòng mà công ty A phải trả cho ngân hàng B,
- r_m là lãi suất của thị trường, thường là lãi suất liên ngân hàng hoặc lãi suất do ngân hàng nhà nước quy định (dữ liệu có thể lấy trên thị trường),
- s là độ chênh lệch lãi suất (interest rate spread), đại diện cho mức độ rủi ro của công ty A, mà ngân hàng B phải tính.

Ngân hàng B sẽ phải tính độ chênh lệch lãi suất s thông qua việc định giá hợp đồng tín dụng xoay vòng để đảm bảo không bị thua lỗ trong hợp đồng tín dụng ký với công ty A. Phần lợi nhuận của ngân hàng B là các chi phí khác như phí quản lý, phí giao dịch,

Tuy nhiên vấn đề rủi ro được đặt ra cho ngân hàng B đối với hợp đồng tín dụng xoay vòng là họ hoàn toàn không biết gì về thời điểm và số tiền công ty A sẽ vay và sẽ trả trong tương lai. Trong dự án này, chúng ta sẽ giúp B mô hình hoá và định giá hợp đồng tín dụng xoay vòng với công ty A.

4 Giá trị thời gian của tiền

Trong thị trường tài chính, giá trị của tiền luôn thay đổi theo thời gian tùy vào lãi suất trên thị trường. Giả sử lãi suất hiện tại trên thị trường là $r = 3\%$. Giá trị của 1 đồng ở thời điểm hiện tại sẽ là $e^{rT} = e^{0.03 \cdot T}$ ở thời điểm $T > 0$ (được tính bằng năm).

Ngược lại, 1 đồng ở thời điểm T năm sẽ có giá trị là $e^{-rT} = e^{-0.03 \cdot T}$ ở thời điểm hiện tại. Nói cách khác, đối với ngân hàng B, nhận được 1 đồng ở thời điểm một năm sau có giá trị tương đương với nhận được $e^{-0.03 \cdot 1} = 0.97$ đồng ở hiện tại. Đó cũng chính là giá trị thời gian của tiền (hay giá trị của tiền theo thời gian).

Câu hỏi 1 Giả sử công ty A và ngân hàng B ký một hợp đồng tín dụng xoay vòng ở thời điểm hiện tại, tháng 5 năm 2024 với số tiền là 1000 tỷ VND, lãi suất của hợp đồng là 3.5% với kỳ hạn 10 năm. Lãi suất thị trường hiện tại là 2.9%. Một năm sau, tháng 5 năm 2025, công ty A rút 100 tỷ VND với thời

hạn 1 năm. Tuy nhiên lãi suất của thị trường ở thời điểm đó đã là 3.75%, như vậy ngân hàng B phải huy động vốn trên thị trường với lãi suất 3.75% để cho công ty A vay lại với lãi suất 3.5% như cam kết trong hợp đồng.

1. Hãy tính giá trị của lần rút tiền này đối với ngân hàng B (ở thời điểm hiện tại)?
2. Trong câu hỏi trên, lãi suất của hợp đồng phải là bao nhiêu để cả bên A và bên B đều sẵn sàng ký vào hợp đồng?

5 Rủi ro lãi suất

Trong phần trên, chúng ta giả sử lãi suất thị trường trong một năm tới là 3.75%. Tuy nhiên lãi suất của thị trường ở thời điểm tháng 5 năm 2025 là một đại lượng ngẫu nhiên trong tương lai mà ngân hàng B không biết trước được. Thông qua những nghiên cứu về thị trường, họ chỉ có thể biết là, trong năm tiếp theo:

- với xác suất $p_{up} = 25\%$ thì lãi suất của thị trường sẽ tăng lên 1% (tức 3.9%),
- với xác suất $p_{down} = 25\%$ thì lãi suất của thị trường sẽ giảm xuống 0.5% (tức 2.4%),
- với xác suất $p = 1 - p_{up} - p_{down} = 50\%$ thì lãi suất của thị trường sẽ vẫn là 2.9%.

Câu hỏi 2 Với những giả thiết như trong câu hỏi 1,

1. Hãy tính giá trị của lần rút tiền (ở thời điểm hiện tại) với những nhận định về thị trường của ngân hàng B như trên?
2. Trong trường hợp này, lãi suất của hợp đồng phải là bao nhiêu để cả bên A và bên B đều sẵn sàng ký vào hợp đồng?
3. Hãy sử dụng dữ liệu quá khứ về lãi suất của thị trường để ước lượng p_{up} và p_{down} . Sau đó định giá bullet theo tham số ước lượng được.

6 Rủi ro hành vi của khách hàng (Client behavior risk)

Như chúng ta thấy trong phần trên, giá của hợp đồng tín dụng xoay vòng phụ thuộc vào số tiền khách hàng rút mỗi lần, thời điểm khách hàng rút tiền và thời gian đáo hạn của mỗi lần rút. Do đó, ngay cả khi giả sử rằng lãi suất không biến thiên theo thời gian thì việc định giá một hợp đồng lãi suất xoay vòng cũng là vấn đề phức tạp.

Chúng ta đơn giản hoá bài toán bằng cách giả sử là công ty A chỉ rút tiền và trả tiền vào cuối tháng. Ta giả sử thêm là lãi suất thị trường sẽ không biến động theo thời gian và mãi được duy trì ở 2.9%. Giá trị của hợp đồng tín dụng xoay vòng bây giờ chỉ phụ thuộc vào quy luật rút tiền của công ty A (hay hành vi của công ty A).

Câu hỏi 3 Hãy mô hình hoá quy luật rút tiền của công ty A, bao gồm:

1. thời điểm rút tiền,
2. hoặc thời gian đáo hạn mỗi lần rút,
3. hoặc số tiền rút mỗi lần,
4. hoặc tất cả các biến số trên,

của mỗi bullet để định giá hợp đồng tín dụng xoay vòng.

7 Định giá hợp đồng tín dụng xoay vòng

Trong phần này, chúng ta giả sử rằng ngân hàng B xem xét tới cả rủi ro lãi suất và rủi ro hành vi của khách hàng để đưa ra cho công ty A một lãi suất phù hợp cho hợp đồng tín dụng xoay vòng ở trên. Anh chị hãy giúp ngân hàng B mô phỏng sự biến động của lãi suất cũng như hành vi của khách hàng A. Qua đó giúp ngân hàng B định giá được hợp đồng tín dụng xoay vòng và đưa ra một lãi suất phù hợp cho khách hàng A.