

Họ và tên sinh viên: Số báo danh:

Mã đề thi 101

Lưu ý: Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Câu 1. Ánh xạ nào dưới đây là toàn ánh?

A. $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, f(n) = 2n$.

C. $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x}$.

B. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 2x$.

D. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 + 5$.

Câu 2. Ký hiệu $r(A)$ là hạng của ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & m & m^2 & m^3 \end{bmatrix}$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $r(A) = \begin{cases} 3 & \text{nếu } m = 0 \\ 4 & \text{nếu } m \neq 0 \end{cases}$.

C. $r(A) = \begin{cases} 2 & \text{nếu } m = 0 \text{ hoặc } m = -2 \\ 4 & \text{nếu } m \neq 0 \text{ và } m \neq -2 \end{cases}$.

B. $r(A) = \begin{cases} 3 & \text{nếu } m = 0 \text{ hoặc } m = -2 \\ 4 & \text{nếu } m \neq 0 \text{ và } m \neq -2 \end{cases}$.

D. $r(A) = \begin{cases} 3 & \text{nếu } m = 0 \text{ hoặc } m = 2 \\ 4 & \text{nếu } m \neq 0 \text{ và } m \neq 2 \end{cases}$.

Câu 3. Cho dạng toàn phương $Q : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ xác định bởi

$$Q(x, y, z) = x^2 + 2y^2 - z^2 + 2xy + 2yz.$$

Ký hiệu (p, q) là cặp chỉ số quán tính dương và âm của Q . Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $p = 0, q = 3$.

B. $p = 2, q = 1$.

C. $p = 1, q = 2$.

D. $p = 1, q = 1$.

Câu 4. Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 8 & -2 & 2 \\ -2 & 5 & 4 \\ 2 & 4 & 5 \end{bmatrix}$. Biết $\lambda = 9$ là một giá trị riêng của A . Khẳng định nào dưới đây **không đúng**?

A. Không gian riêng ứng với giá trị riêng $\lambda = 9$ có số chiều là 2.

B. $(3, 2, 3)$ là một véc tơ riêng ứng với giá trị riêng $\lambda = 9$.

C. $(-2, 1, 0)$ là một véc tơ riêng ứng với giá trị riêng $\lambda = 9$.

D. $(2, 1, 2)$ là một véc tơ riêng ứng với giá trị riêng $\lambda = 9$.

Câu 5. Cho không gian véc tơ con của \mathbb{R}^4 :

$$U = \{(x, y, z, t) | x + 2y + z - 3z = 0\}.$$

Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $\dim U = 1$.

B. $\dim U = 4$.

C. $\dim U = 2$.

D. $\dim U = 3$.

Câu 6. Cho dạng song tuyến tính $\eta : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ xác định bởi

$$\eta(u, v) = x_1y_1 - 3x_1y_2 + x_2y_1 + 4x_2y_2,$$

trong đó $u = (x_1, x_2), v = (y_1, y_2) \in \mathbb{R}^2$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. η đổi xứng và xác định dương.

B. η đổi xứng nhưng không xác định dương.

C. η xác định dương nhưng không đổi xứng.

D. η không đổi xứng cũng không xác định dương.

Câu 7. Cho $B = \{(1, -3); (-2, 4)\}$ là một cơ sở của không gian véc tơ \mathbb{R}^2 . Ma trận chuyển từ cơ sở B sang cơ sở chính tắc của \mathbb{R}^2 là

A. $\begin{bmatrix} -2 & -3/2 \\ -1 & -1/2 \end{bmatrix}$.

B. $\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -3/2 & -1/2 \end{bmatrix}$.

C. $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$.

D. $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$.

Câu 8. Ánh xạ $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ nào dưới đây không là một đẳng cấu?

A. $f(x, y) = (x - 2y, -2x + 4y)$.

B. $f(x, y) = (2x + y, -3x + 2y)$.

C. $f(x, y) = (x + 4y, -x + 2y)$.

D. $f(x, y) = (x + y, -3x + y)$.

Câu 9. Cho các ma trận

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Phần tử ở vị trí hàng 1, cột 2 của ma trận $AB - BA$ là

- A. -4. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 10. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ có ma trận chính tắc $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$. Véc tơ nào dưới đây thuộc $\text{Im } f$?

- A. $(4, -2)$. B. $(3, -6)$. C. $(3, 6)$. D. $(6, -3)$.

Câu 11. Cho dạng toàn phương $Q : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ xác định bởi

$$Q(x, y, z) = x^2 + 2y^2 - z^2 + 2xy + 2yz.$$

Ma trận của Q trong cơ sở chính tắc của \mathbb{R}^3 là

- A. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$. B. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$. C. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}$. D. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$.

Câu 12. Cho A là một ma trận vuông cấp 3. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

- A. Nếu $A^2 = A$ và $A \neq 0$ thì $A = I$.
 B. Nếu A có tổng các phần tử ở mỗi hàng đều bằng 0 thì A khả nghịch.
 C. Nếu $A \neq 0$ thì $A^2 \neq 0$.
 D. Nếu A^2 khả nghịch thì A khả nghịch.

Câu 13. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ xác định bởi

$$f(x, y, z, t) = (x - 2y - z - t, y + 2z + 3t, x - y + 3z).$$

Số chiều của $\text{Ker } f$ là

- A. 1. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 14. Tìm ma trận X thỏa mãn $X \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$.

- A. $X = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}$. B. $X = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$. C. $X = \begin{bmatrix} -1/2 & -1/2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$. D. $X = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 8 & 4 \end{bmatrix}$.

Câu 15. Cho ánh xạ $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(n) = n^2 + n$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

- A. f là song ánh. B. f là đơn ánh nhưng không là toàn ánh.
 C. f là toàn ánh nhưng không là đơn ánh. D. f không là đơn ánh cũng không là toàn ánh.

Câu 16. Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x + 3y + mz = 3 \\ x + my + 3z = 2 \end{cases}$$

Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

- A. Nếu $m \neq 2$ và $m \neq 3$ thì hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất.
 B. Nếu $m = 3$ thì hệ phương trình đã cho có vô số nghiệm.
 C. Nếu $m \neq 2$ và $m \neq -3$ thì hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất.
 D. Nếu $m = 2$ thì hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

Câu 17. Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$. Phần tử ở vị trí hàng 2, cột 1 của ma trận A^{-1} là

- A. $-\frac{1}{9}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $-\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{9}$.

Câu 18. Cho W_1, W_2 là các không gian véc tơ con của \mathbb{R}^3 . Khẳng định nào dưới đây **không đúng**?

A. Nếu $W_1 = \{(x, y, 0) | x, y \in \mathbb{R}\}; W_2 = \{(x, y, z) | x - y + 2z = 0\}$ thì $\mathbb{R}^3 = W_1 \oplus W_2$.

B. $W_1 + W_2$ là tổng trực tiếp khi và chỉ khi $\dim(W_1 \cap W_2) = 0$.

C. Nếu $W_1 = \{(x, y, 0) | x, y \in \mathbb{R}\}; W_2 = \{(0, y, y) | y \in \mathbb{R}\}$ thì $\mathbb{R}^3 = W_1 \oplus W_2$.

D. Nếu $\mathbb{R}^3 = W_1 \oplus W_2$ thì $\dim W_1 + \dim W_2 = 3$.

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & -1 & 2 \\ a & b & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

Câu 19. Cho $D =$

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y - 5z = a \\ -2x + 2y + 2z = b \\ -x + 3y - 3z = c \end{array} \right.$$

Điều kiện cần và đủ để hệ phương trình đã cho có nghiệm là

A. $a + b - c \neq 0$. B. $3a - b + c = 0$. C. $3a - b + c \neq 0$. D. $a + b - c = 0$.

Câu 21. Với giá trị nào của a thì $x = (1, 2, a)$ thuộc vào không gian con sinh bởi các véc tơ $(3, 1, 2), (-1, 1, -2), (2, -1, 3)$ của \mathbb{R}^3 ?

A. $a = 1$. B. $a \neq 1$. C. $a \neq -1$. D. $a = -1$.

Câu 22. Cho các mệnh đề p, q, r . Mệnh đề nào dưới đây **không đúng**?

A. $((p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)) \equiv ((p \wedge q) \Rightarrow r)$. B. $(p \vee q) \equiv (\bar{p} \Rightarrow q)$.

C. $((p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)) \equiv (p \Rightarrow (q \wedge r))$. D. $\bar{p} \Rightarrow \bar{q} \equiv (p \wedge \bar{q})$.

Câu 23. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ xác định bởi

$$f(x, y, z) = (x - y - z, x + y - z).$$

Ma trận của f trong các cơ sở $B_1 = \{(0, 1, 1); (1, 1, 1); (1, 1, 0)\}$ của \mathbb{R}^3 và $B_2 = \{(1, 1); (1, 2)\}$ của \mathbb{R}^2 là

$$\text{A. } \begin{bmatrix} -4 & -3 & -2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}. \quad \text{B. } \begin{bmatrix} -4 & 2 & -2 \\ 2 & -3 & 2 \end{bmatrix}. \quad \text{C. } \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 2 & -3 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}. \quad \text{D. } \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ -3 & 2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Câu 24. Cho một hệ phương trình tuyến tính có ma trận hệ số và ma trận bổ sung lần lượt là A, \tilde{A} . Giả sử A là ma trận 5×7 và $r(A) = r(\tilde{A}) = 4$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. Hệ phương trình đã cho có vô số nghiệm phụ thuộc 1 tham số.

B. Hệ phương trình đã cho có vô số nghiệm phụ thuộc 4 tham số.

C. Hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất.

D. Hệ phương trình đã cho có vô số nghiệm phụ thuộc 3 tham số.

Câu 25. Cho một hệ phương trình tuyến tính thuần nhất gồm 3 phương trình, 6 ẩn. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. Không có đủ thông tin để kết luận về số nghiệm của hệ phương trình đã cho.

B. Hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

C. Hệ phương trình đã cho có vô số nghiệm.

D. Hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất.

Câu 26. Cho tích vô hướng trên không gian véc tơ \mathbb{R}^2 xác định bởi

$$\eta(u, v) = x_1y_1 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + 5x_2y_2,$$

trong đó $u = (x_1, x_2), v = (y_1, y_2) \in \mathbb{R}^2$. Xét véc tơ $v = (1, 2)$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $\|v\| = 1$. B. $\|v\| = \sqrt{13}$. C. $\|v\| = \sqrt{5}$. D. $\|v\| = 13$.

Câu 27. Khẳng định nào dưới đây **không đúng**?

A. $\{x\} \in \{\{x\}\}$. B. $\emptyset \in \{x\}$. C. $x \in \{x\}$. D. $\emptyset \in \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$.

Câu 28. Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y - z + t = 1 \\ 2x + y + 2z - 3t = -1 \\ z + 3t = 2 \end{cases}.$$

Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

- A. Hệ phương trình đã cho có vô số nghiệm phụ thuộc 1 tham số.
- B. Hệ phương trình đã cho có vô số nghiệm phụ thuộc 2 tham số.
- C. Hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất.
- D. Hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

Câu 29. Cho ma trận trực giao A . Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

- A. $\det A = 1$.
- B. A khả nghịch và $A^{-1} = A^t$.
- C. Các véc tơ hàng của A không tạo thành hệ trực chuẩn.
- D. $\det A = -1$.

Câu 30. Trong \mathbb{R}^3 , xét cơ sở trực giao

$$B = \{u_1 = (1, 1, 1), u_2 = (1, -1, 0), u_3 = (1, 1, -2)\}.$$

Giả sử tọa độ của véc tơ $u = (a, b, c)$ trong cơ sở B là (x, y, z) . Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

- A. $x = \frac{a+b+c}{3}$.
- B. $x = \frac{a+b+c}{\sqrt{3}}$.
- C. $x = a + b + c$.
- D. $x = a$.

Câu 31. Cho các tập con của không gian véc tơ \mathbb{R}^3 :

$$A = \{(x, y, z) \mid xz \geq 0\}; B = \{(x, y, z) \mid x = 2z\}.$$

Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

- A. A và B không là các không gian véc tơ con của \mathbb{R}^3 .
- B. Chỉ có A là không gian véc tơ con của \mathbb{R}^3 .
- C. A và B là các không gian véc tơ con của \mathbb{R}^3 .
- D. Chỉ có B là không gian véc tơ con của \mathbb{R}^3 .

Câu 32. Hệ véc tơ nào dưới đây sinh ra không gian véc tơ \mathbf{P}_2 (không gian véc tơ các đa thức có bậc không vượt quá 2)?

- A. $\{1 + t^2, 2 - t + t^2, 4 - 3t + t^2\}$.
- B. $\{1 - 3t + 5t^2, -3 + 8t - 2t^2\}$.
- C. $\{2 - t + 3t^2, 4 - 2t + 6t^2, 1 - 3t + 5t^2\}$.
- D. $\{3 + t + 2t^2, -1 + t - 2t^2, -1 + 5t + 3t^2\}$.

Câu 33. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbf{P}_2 \rightarrow \mathbf{P}_2$ xác định bởi

$$f(a_0 + a_1x + a_2x^2) = (a_0 + a_1 + ma_2) + (a_0 + ma_1 + a_2)x + (ma_0 + a_1 + a_2)x^2.$$

Tìm m để $\dim(\text{Im } f) = 2$.

- A. $m = 1$ hoặc $m = -2$.
- B. $m = 1$.
- C. $m = -2$.
- D. $m \neq 1$ và $m \neq -2$.

Câu 34. Cho A, B, C là các tập con của tập hợp E . Khẳng định nào dưới đây **không đúng**?

- A. Nếu $A \cup C = B \cup C$ thì $A = B$.
- B. $(A \setminus C) \cap (C \setminus B) = \emptyset$.
- C. $A \cap (B \setminus A) = \emptyset$.
- D. $(A \cap B \cap C) \subset (B \cap C)$.

Câu 35. Cho A là ma trận vuông cấp 3. Khẳng định nào dưới đây **không đúng**?

- A. $\det(A^t A) = \det(A^2)$.
- B. $\det(-A) = -\det A$.
- C. $\det(3A) = 3 \det A$.
- D. Nếu A là ma trận tam giác và có một phần tử trên đường chéo chính bằng 0 thì $\det A = 0$.

Câu 36. Ánh xạ nào dưới đây là ánh xạ tuyến tính?

- A. $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, f(x, y, z) = (xy, 2y - z, x + y - 3z)$.
- B. $f : \mathbf{P}_2 \rightarrow \mathbf{P}_2, f(a_0 + a_1x + a_2x^2) = a_0 + a_1 - (2a_0 + 1)x + (a_1 + a_2)x^2$.
- C. $f : \mathbf{P}_2 \rightarrow \mathbf{P}_2, f(a_0 + a_1x + a_2x^2) = a_1 - 2a_0x + (a_1 + a_2)x^2$.
- D. $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y, z) = 2x + 3y - z^2$.

Câu 37. Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} m-1 & 3 & -3 \\ -3 & m+5 & -3 \\ 5 & -5 & m-2 \end{bmatrix}$. Điều kiện cần và đủ để A có ma trận nghịch đảo là

- A.** $m \neq -2$ và $m \neq 1$. **B.** $m = -2$ hoặc $m = 1$. **C.** $m \neq 2$ và $m \neq -2$. **D.** $m = 2$ hoặc $m = -2$.

Câu 38. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x, y) = (3x + 2y, 4x + y)$. Một cơ sở gồm các véc tơ riêng của f là

- | | |
|--|--|
| A. $\{v_1 = (-2, 1); v_2 = (1, -1)\}$. | B. $\{v_1 = (1, -2); v_2 = (1, 1)\}$. |
| C. $\{v_1 = (-2, 1); v_2 = (1, 1)\}$. | D. $\{v_1 = (1, -2); v_2 = (1, -1)\}$. |

Câu 39. Đôi ngẫu của công thức Boole $(x' \vee 0) \wedge (y' \wedge z)$ là

- A.** $(x' \vee 1) \wedge (y' \wedge z)$. **B.** $(x \wedge 1) \vee (y \vee z')$. **C.** $(x' \wedge 0) \vee (y' \vee z)$. **D.** $(x' \wedge 1) \vee (y' \vee z)$.

Câu 40. Với giá trị nào của a thì hệ phương trình dưới đây có nghiệm không tầm thường?

$$\left\{ \begin{array}{rcl} x & + & y & - & z & = & 0 \\ 2x & + & 4y & + & az & = & 0 \\ 3x & + & 11y & + & z & = & 0 \end{array} \right. .$$

- A.** $a = -1$. **B.** $a \neq -1$. **C.** $a = 1$. **D.** $a \neq 1$.

- - - - - HẾT - - - - -