

# Edital 04/2022 - PIC/PIBIC/PIBITI/PIBIC-AF

## Projeto

**Título:** Sobre a termodinâmica dos buracos negros

**Palavras chave:** relatividade geral; buracos negros; termodinâmica

**Área do conhecimento:** Física/relatividade e gravitação

## 1 Resumo

Existem várias semelhanças entre a dinâmica dos buracos negros e a termodinâmica. Um importante paralelismo é o que ocorre entre a área do horizonte de eventos de um buraco negro com a entropia: ambas quantidades aumentam de forma irreversível. Entretanto, existem outras analogias que podem ser demonstradas e associadas a relações termodinâmicas. Conforme sugerido por Bekenstein [1], tal analogia é possível devido às semelhanças de comportamento entre as variáveis termodinâmicas (energia, entropia, volume, temperatura, pressão, ...) e as variáveis dinâmicas do buraco negro (massa, área, momento angular, gravidade superficial, ...). Além disso, foi mostrado por Hawking [2, 3] que um buraco negro emite radiação com uma temperatura característica, proporcional à gravidade superficial do horizonte de eventos, como se fosse um corpo negro. Como consequência disso, foi demonstrado que a relação entre área do buraco negro e a sua entropia é mais do que uma analogia. Estas quantidades são de fato proporcionais e o modelo desenvolvido inicialmente como uma analogia torna-se um modelo teórico fisicamente bem fundamentado, constituindo a termodinâmica dos buracos negros. Assim, pode-se usar a já conhecida teoria termodinâmica para investigar um novo sistema, um buraco negro. Para estudar a termodinâmica dos buracos negros é necessário ter o conhecimento de vários conceitos e o domínio de algumas técnicas empregadas na termodinâmica clássica. Por isso, o projeto prevê uma revisão dos principais tópicos da termodinâmica para, em seguida, fazer-se uma análise da dinâmica dos buracos negros conhecidos, iniciando com o buraco negro de Schwarzschild, mais simples, até analisar a família completa de buracos negros de Kerr-Newman [4]. Esta etapa será feita verificando as relações termodinâmicas relevantes, bem como interpretando o significado físico das funções mais importantes, sem entrar nos detalhes que dependem de métodos avançados de análise dentro da teoria da relatividade geral. Por último, propõe-se analisar uma nova solução de buraco negro, num espaço-tempo assintoticamente anti-de Sitter, derivando as relações termodinâmicas para o mesmo, analisando suas propriedades em comparação com o buraco negro de Kerr-Newman.

## 2 Introdução

Uma das descobertas mais surpreendentes da física teórica dos últimos tempos foi feita por Hawking, na metade dos anos 1970, o qual mostrou que buracos negros são instáveis quando considerados no contexto da mecânica quântica [2, 3], eles podem decair (evaporar) emitindo radiação térmica a uma temperatura inversamente proporcional à sua massa. O trabalho fundamental de Hawking foi inspirado num trabalho anterior de Bekenstein [1], o qual conjecturou que existiria uma analogia estreita entre as leis da termodinâmica clássica e as leis da mecânica dos buracos negros. Inspirado em tal analogia, usando técnicas de teoria de campos, Hawking estabeleceu que os buracos negros têm de fato uma temperatura característica proporcional à gravidade superficial, e uma entropia finita, proporcional à área da superfície do horizonte de eventos. Este resultado implica que um buraco negro não é totalmente negro, pois emite radiação de todos os tipos e em todas as frequências a qual, dependendo da sua massa, ser através de luz visível. Dado que a temperatura varia com o inverso da massa, o estágio final da evaporação de um buraco negro teria temperaturas arbitrariamente grandes, implicando em uma espécie de explosão. Hoje em dia, a radiação Hawking e suas consequências termodinâmicas são testes de consistência pelos quais qualquer candidata a teoria quântica da gravitação deve passar antes de tudo.

Apesar de já terem se passado cinco décadas de muitos estudos a respeito da termodinâmica dos buracos negros, os detalhes da evolução e da morte dos mesmos ainda não são conhecidos, pois estes dependem de uma teoria de gravidade quântica completa, a qual ainda não é conhecida. Enquanto tal teoria não é estabelecida, a evolução de um buraco negro pode ser determinada seguindo os precedimentos da teoria quântica de campos em espaços-tempos curvos (TQCEC). Em termos formais, a evolução de um buraco negro no contexto da TQCEC é guiada pelas flutuações quânticas dos campos de matéria nas vizinhanças do buraco negro, flutuações estas descritas por uma ação efetiva, dando origem a uma teoria semiclássica na qual a métrica do espaço-tempo é determinada pelas equações de Einstein, enquanto que os campos de matéria seguem as suas dinâmicas ditadas pelas respectivas equações quânticas [5].

Uma das motivações desses estudos é que tal abordagem tem sido considerada como um estágio inicial no sentido de se construir um modelo de teoria quântica completo, que deve incluir o próprio campo gravitacional. Na TQCEC, o campo gravitacional (não quantizado) define o espaço onde os campos quânticos evoluem, e estes campos interagem com o campo gravitacional através do momento e da energia que carregam, representados pelo tensor de energia-momento do referido

campo. Esta é a estrutura geral da teoria de campos no espaço-tempo curvo, uma abordagem semiclássica na qual somente os campos de matéria são quantizados, enquanto que a gravidade ainda é descrita classicamente de acordo com a teoria da relatividade geral. A radiação de Hawking é obtida nesse contexto.

A termodinâmica dos buracos negros é, então, uma teoria semiclássica e a evolução de um dado buraco negro pode ser estudada dentro das limitações dessa abordagem. De acordo com ela, um buraco negro isolado perde energia por radiação Hawking, variando sua temperatura, entropia, além dos outros parâmetros. Esta prescrição pode falhar no limite de grandes temperaturas as quais correspondem a buracos negros de massas muito pequenas, onde os efeitos quânticos da gravidade se tornam importantes.

Um buraco negro é caracterizado por alguns poucos parâmetros. Em particular, a família de Kerr-Newman é completamente determinada por apenas três quantidades, a massa ( $M$ ), o momento angular ( $J$ ) e a carga elétrica ( $Q$ ). A constante cosmológica ( $\Lambda$ ) é um parâmetro adicional que pode ser incluído, dando origem à família de Kerr-Newman-de Sitter, e que, em geral, pode ser tratada como uma variável dinâmica do sistema (ver, por exemplo, [6, 7] e suas referências). Estimativas da evolução dos parâmetros dos buracos negros, assim como da radiação emitida, vem sendo feitas ao longo dos anos usando diferentes técnicas e modelos teóricos. Para uma revisão histórica veja-se, e.g., a referência [8] e, para uma revisão recente, veja-se e.g. [9]. Para uma revisão didática sobre a termodinâmica dos buracos negros podemos citar [10].

Um aspecto interessante da evolução/evaporação de um buraco negro está associado à recuperação da informação perdida durante a formação do mesmo. Toda a informação a respeito da matéria que deu origem ao buraco negro é perdida, restando apenas a informação sobre a massa, o momento angular e a carga elétrica. A evaporação Hawking completa de um buraco negro gera radiação térmica e, assim, a informação inicial contida no estado puro (na linguagem da mecânica quântica) não pode ser recuperada. Esta é uma descrição simplificada do *paradoxo da perda de informação*, um tema que tem sido estudado durante os anos e merece atenção até os dias atuais (veja, e.g., [11] e suas referências). Este é um dos problemas que servem de motivação para o presente projeto de iniciação científica na área da termodinâmica dos buracos negros.

### 3 Descrição dos objetivos e metas

O objetivo geral é introduzir o estudante nos estudos da física dos buracos negros, com ênfase nas propriedades gerais que estabelecem a chamada termodinâmica dos buracos negros. Os objetivos mais específicos e as metas mais importantes são listados a seguir.

1. Revisar os conceitos básicos da termodinâmica clássica necessários para o entendimento dos sistemas envolvidos no projeto. A bibliografia a ser empregada são os textos das disciplinas de Fenômenos Térmicos e Princípios de Termodinâmica do curso BC&T da UFABC, tais como [12, 13, 14].
2. Aprofundar o estudo dos conceitos do cálculo diferencial necessários às aplicações em termodinâmica, em paralelo com a disciplina Funções de Várias Variáveis, a qual deverá ser atendida no terceiro quadrimestre de 2021.
3. Iniciar estudos sobre a teoria da relatividade, com foco especial na interpretação física das geometrias mais simples como a de Schwarzschild e de Reissner-Nordström, buscando entender os conceitos de horizonte de eventos e buraco negro.
4. Revisar a termodinâmica dos buracos negros e estudar os análogos dos princípios fundamentais da termodinâmica para os buracos negros. Um estudo completo da termodinâmica dos buracos negros tipo Kerr-Newman será efetuada. A meta final é a obtenção das relações termodinâmicas da família de buracos negros de Kerr-Newman, determinando a evolução da entropia com o tempo nos casos mais simples.
5. Estudar uma nova solução de buraco negro cujos detalhes da termodinâmica ainda não tenham sido investigados.

### 4 Metodologia

A aplicação dos princípios da física clássica aos buracos negros fornece uma série de leis que regem a dinâmica dos mesmos (ver, e.g., [15]). Para simplificar a discussão a esse respeito, consideremos um buraco negro da família de Kerr-Newman-de Sitter, por exemplo, os quais são caracterizados por quatro parâmetros: massa  $M$ , momento angular  $J$ , carga elétrica  $Q$ , e constante

cosmológica  $\Lambda$ . O horizonte de eventos é uma superfície esférica cuja área depende somente desses parâmetros,

$$A = A(M, J, Q, \Lambda) . \quad (1)$$

Então, as leis da dinâmica dos buracos negros podem ser expressas em função dos parâmetros  $M$ ,  $J$ ,  $Q$  e  $\Lambda$ , e podem ser resumidas em quatro princípios gerais, conforme listamos a seguir.

- Lei zero: A gravidade superficial  $\kappa = \kappa(M, J, Q, \Lambda)$  de um buraco negro estacionário é constante sobre o horizonte.

- Primeira lei: Variações na massa (energia)  $M$ , momento angular  $J$ , carga elétrica  $Q$ , e do parâmetro  $\Lambda$  de um buraco negro obedecem a relação

$$dM = \frac{\kappa}{8\pi} dA + \omega dJ + \phi dQ + \mu d\Lambda , \quad (2)$$

onde  $\omega$  é a velocidade de rotação no horizonte (do buraco negro),  $\phi$  é o potencial elétrico do horizonte,  $\mu$  é um potencial conjugado ao parâmetro  $\Lambda$ , e usamos unidades geometrizadas tais que a constante da gravitação ( $G$ ) e a velocidade da luz no vácuo ( $c$ ) são normalizadas à unidade,  $G = 1 = c$ .

- Segunda lei: A área do horizonte de eventos nunca decresce com o tempo, i. e.,

$$\delta A \geq 0 . \quad (3)$$

- Terceira lei: É impossível, através de qualquer processo, não importa quão idealizado, reduzir a gravidade superficial  $\kappa$  a zero, por meio de um número finito de operações.

Estas leis são análogas aos quatro princípios fundamentais da termodinâmica. Bekenstein [1] argumentou que seriam mais do que simples analogia, que a entropia do buraco negro seria proporcional à área do horizonte e que a temperatura seria proporcional à gravidade superficial. Guiado por essa idéia, Hawking [3] mostrou que um buraco negro emite um espectro planckiano de partículas quânticas a uma temperatura finita que é de fato proporcional à gravidade superficial, e determinou a constante de proporcionalidade, encontrando,

$$T = \frac{\hbar \kappa}{2\pi c k} , \quad (4)$$

sendo  $\hbar = h/2\pi$ , onde  $h$  é a constante de Planck, e  $k$  a constante de Boltzmann. A partir disto, o conceito de entropia de um buraco negro também passou a ter sentido e sendo, de fato, proporcional à área do horizonte,

$$S = \frac{k A}{4\hbar}. \quad (5)$$

A partir da equação (5), outras variáveis termodinâmicas associadas ao buraco negro podem ser obtidas usando-se as relações termodinâmicas. Num caso de um buraco negro genérico, para estabelecer relações, primeiramente determina-se o horizonte de eventos, em seguida obtém-se a área da superfície definida pelo horizonte, sempre usando os métodos geométricos da relatividade geral. Após esta etapa, utiliza-se a relação (5) e, a partir da entropia, determinam-se as demais variáveis e investigam-se as propriedades termodinâmicas do buraco negro em questão. Em particular, a partir da determinação do calor específico, pode-se estudar a estabilidade termodinâmica dos buracos negros de interesse.

O passo seguinte é investigar a evolução de um dado buraco negro no contexto da TQCEC. Nessa aproximação, pode-se estimar a variação dos parâmetros do buraco negro em função do tempo. Por exemplo, a energia/massa  $M$  do objeto decresce com o tempo devido à radiação Hawking, e a taxa de decaimento  $dM/dt$  pode ser obtida e expressada como uma função elementar simples em alguns casos. Considerando o caso de Schwarzschild, cujo buraco negro é caracterizado apenas pela sua massa  $M$ , a temperatura Hawking, em unidades geometrizadas ( $G = 1$ ,  $c = 1$ ,  $k = 1$ ,  $\hbar = 1$ ), é dada por

$$T^{-1} = 8\pi M, \quad (6)$$

e a taxa de perda de massa é função somente da própria massa, ou seja,

$$\frac{dM}{dt} = \frac{C}{M^2}, \quad (7)$$

sendo  $C$  uma constante que depende do fator de absorção e do número de campos não massivos existentes. Com isto, obtém-se  $M = M(t)$  e, conseqüentemente, a entropia do buraco negro em função do tempo, na forma

$$S(t) = 4\pi M_0^2 \left(1 - \frac{t}{t_c}\right)^{1/3}, \quad (8)$$

sendo  $t_c = 1/3C$ .

A entropia da radiação  $S_r$  pode ser obtida usando a prescrição de Page [16], que estabelece uma relação linear entre as taxas de variação de  $S_r$  e da entropia do buraco negro (8), ou seja,

$$\frac{dS_r}{dt} = -\beta \frac{dS}{dt}, \quad (9)$$

sendo  $\beta$  uma parâmetro constante e positivo que depende do buraco negro em questão.

A partir da relação (9), a evolução temporal da entropia da radiação Hawking pode ser calculada, o tempo de Page pode ser estimado, a curva de Page e a evolução de algumas variáveis termodinâmicas também podem ser levantadas.

## 5 Cronograma de atividades

Primeiramente o estudante necessita entender os conceitos fundamentais da termodinâmica, cujas bases estão sendo vistas na disciplina de Fenômenos Térmicos, atendida no segundo quadrimestre de 2022. Como se trata de estudante de segundo ano do BC&T, os estudos terão início usando a literatura (livros textos) básica, como os utilizados na própria disciplina de Fenômenos Térmicos, passando progressivamente para textos mais avançados, tal como a referência [14], cujos temas específicos serão selecionados conforme a necessidade, seguindo um plano de estudos dirigido. Nessa altura, a descrição qualitativa dos quatro princípios fundamentais da Termodinâmica deverá estar bem entendida, assim como as relações termodinâmicas fundamentais entre as diferentes variáveis que caracterizam um sistema termodinâmico. Tais relações serão construídas para os sistemas simples tais como gases ideais.

O passo seguinte é aplicar os métodos da termodinâmica para obter as principais funções da termodinâmica dos buracos negros a partir da entropia de Bekenstein-Hawking.

Paralelamente aos estudos relativos à termodinâmica, continuarão os estudos a respeito da teoria da relatividade, com ênfase nos fundamentos da relatividade geral e nas propriedades dos buracos negros.

Com base na sequência descrita acima, traçamos a seguir o cronograma previsto das tarefas para o período de 12 meses de execução do projeto.

	Mês											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Estudo dos fundamentos da teoria da relatividade	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓					
Aprofundamento do estudo dos fundamentos da termodinâmica	✓	✓	✓	✓								
Leitura de textos didáticos sobre as leis da dinâmica dos buracos negros					✓	✓	✓	✓				
Confecção do relatório parcial						✓	✓					
Obtenção da primeira lei para os buracos negros de Kerr-Newman							✓	✓	✓			
Construção da curva de Page para os buracos negros mais simples								✓	✓	✓		
Construção das relações termodinâmicas para buracos negros da família de Sitter									✓	✓	✓	
Confecção do relatório final											✓	✓

## 6 Viabilidade da execução do projeto

O estudante já vem realizando estudos relacionados ao presente projeto, especialmente sobre os fundamentos da mecânica, da termodinâmica, e da teoria da relatividade desde o mês de Abril de 2022. Desde então, vem demonstrando grande interesse em seguir o plano de estudos traçado, aprofundando os conhecimentos nas disciplinas básicas do BC&T, buscando aprender novas técnicas e conceitos. No momento, está executando estudos complementares relacionados às disciplinas da área de matemática como cálculo diferencial e integral, cálculo vetorial, entre outras. Estes estudos vem sendo acompanhados pelo orientador através de reuniões semanais remotas. A partir de Junho de 2022, tais reuniões passam a ser presenciais.

Além disso, citamos que o desempenho acadêmico, com 6 (seis) conceitos A, 2 (dois) conceitos



B, e um conceito C dentre todas as 9 (nove) disciplinas cursadas nos primeiros dois quadrimestres do BC&T. Com o ótimo desempenho nas disciplinas realizadas durante o primeiro ano na UFABC e com os estudos já iniciados, o candidato vem acumulando uma boa bagagem de conhecimento na grande área do projeto e garantem a exequibilidade do mesmo.

Durante a execução do projeto, seguiremos realizando encontros semanais com a finalidade de acompanhamento, esclarecimento de eventuais dúvidas, e definição dos próximos passos nos estudos. O estudante participará também das reuniões do grupo de pesquisa do qual fazem parte outros estudantes de iniciação científica, além de estudantes de pós graduação que atuam na área do projeto, e onde se apresentam seminários sobre temas atuais e se discutem os avanços nos trabalhos de pesquisa dos envolvidos.

O estudo dirigido seguirá a bibliografia previamente selecionada em cada tópico. Conforme já mencionado acima, a termodinâmica será estudada a partir dos livros básicos como as referências [12, 13], com aprofundamento em textos de nível intermediário [14]. O estudo da termodinâmica dos buracos negros será feito principalmente através de tópicos selecionados em textos de revisão, tais como os das referências [9, 10]. O estudo da teoria da relatividade seguindo alguns dos livros básicos, como a referência [17], passando para textos um pouco mais avançados, tal como a referência [18].

O projeto vai exigir alguma quantidade de cálculos analíticos, os quais, em caso de necessidade, poderão ser feitos com a utilização de softwares de computação algébricas disponíveis no laboratório do grupo de pesquisa ao qual o projeto está vinculado.

## Referências

- [1] J. D. Bekenstein, *Black holes and entropy*, Phys. Rev. D **7**, 2323 (1973).
- [2] S. W. Hawking, *Black hole explosions?*, Nature **248**, 30 (1974).
- [3] S. W. Hawking, *Particle creation by black holes*, Commun. Math. Phys. **43**, 199 (1975) [Erratum-ibid. **46**, 206 (1976)].
- [4] Veja-se, e.g., C. W. Misner, K. S. Thorne e J. A. Wheeler, *Gravitation* (Freeman & Co., New York, 1973).

- [5] Veja-se e.g. N. D. Birrel e P. C. W. Davies, *Quantum fields in curved space*, Cambridge (1982) e suas referências.
- [6] D. Kastor, S. Ray and J. Traschen, *Enthalpy and the mechanics of AdS black holes*, Class. Quant. Grav. **26**, 195011 (2009).
- [7] B. P. Dolan, *The cosmological constant and the black hole equation of state*, Class. Quant. Grav. **28**, 125020 (2011).
- [8] D. N. Page, *Hawking radiation and black hole thermodynamics*, New J. Phys. **7** 203 (2005).
- [9] N. S. M. de Santi, R. Santarelli, *Desvendando a radiação Hawking*, Rev. Bras. Ensino Física **41**, e20180312 (2019).
- [10] D. Giugno. *Buracos negros e termodinâmica* [dissertação], Universidade de São Paulo, Instituto de Física, 2001; doi:10.11606/D.43.2001.tde-01092006-230554.
- [11] J. Nian, *Kerr Black Hole Evaporation and Page Curve*, arXiv:1912.13474 [hep-th].
- [12] R. A. Serway, *Física*, V. 2 - , 3<sup>a</sup>. ed., LTC, Rio de Janeiro, 1996.
- [13] H. M. Nussenzveig, *Curso de física básica*, v. 2, (Edgard Blücher, São Paulo, 2002).
- [14] M. J. Oliveira, *Termodinâmica*, Livraria da Física, (São Paulo, 2005).
- [15] J. M. Bardeen, B. Carter, and S. W. Hawking, Commun. Math. Phys. **31** 161 (1973).
- [16] D. N. Page, “Information in black hole radiation,” Phys. Rev. Lett. 71 (1993) 3743–3746, arXiv:hep-th/9306083 [hep-th].
- [17] C. Kittel *et al*, *Mecânica*, Edgar Blucker, São Paulo, 1970.
- [18] E. F. Taylor, J. A. Wheeler, *Exploring Black Holes: Introduction to General Relativity*, Addison-Wesley-Longman, Boston, 2000.

Santo André, Junho de 2022.