Manobras de atitude de grandes ângulos para CubeSats

Resumo: Em sistemas de controle de atitude de CubeSats, a atuação magnética é geralmente escolhida para controle de atitude, pois possuem pouca massa e baixo consumo de energia. Técnicas de controle lineares podem ser diretamente aplicadas para a manutenção da atitude em torno de um valor nominal. Porém, para manobras de grandes ângulos, a aplicação destas técnicas podem não ser viável. Assim, o objetivo deste trabalho é analisar o comportamento de técnicas de controle que permitem manobras de atitude de grandes ângulos para aplicação em CubeSats.

1. INTRODUÇÃO

O recente aumento de interesse na produção de nanossatélites foi impulsionado principalmente pelo padrão CubeSat The CubeSat Program (2015), que define um formato de construção de nanossatélites cúbicos com 10 cm de lado e massa aproximadamente 1 kg. CubeSats podem ser construídos com múltiplos desta unidade. A facilidade de acesso ao espaço que este padrão proporcionou permite que diversos atores possam utilizá-los em missões diversas como de demonstração tecnológica, científicas, projetos educacionais e comerciais e em número crescente Villela *et al.* (2019)

Em CubeSats, a atuação magnética é geralmente escolhida para controle de atitude, pois possuem pouca massa e baixo consumo de energia. Muitas missões usam atuadores magnéticos para controle de atitude, tanto passivo (Martinelli e Peña, 2005; Park *et al.*, 2010; Springmann *et al.*, 2010), como ativo (Jensen e Vinther, 2010; Messmann *et al.*, 2017; Stray, 2010). O controle magnético permite atingir precisão de apontamento da ordem de 5° (Aydinlioglu e Hammer, 2005; Pranajaya e Zee, 2011).

A representação de atitude de satélites por *quaternions* tem sido usada há muito tempo em sistemas de controle (Shuster, 1993). Ela tem algumas vantagens sobre a representação por ângulos de Euler, como não ter nenhuma singularidade na representação e não depender da sequência de rotações.

O modelo linearizado com todos os componentes do *quaternion* não é totalmente controlável. Por outro lado, o modelo reduzido de *quaternions* (usando apenas os três componentes vetoriais) é totalmente controlável, assim como a representação por ângulos de Euler. Isto permite que técnicas de controle linear como o Regulador Linear Quadrático (LQR) e controle H_{∞} sejam aplicadas (Yang, 2012). Porém, sua aplicação é direcionada à manutenção da atitude em torno de um valor nominal (ponto de linearização).

No entanto, em certas situações podem ser necessárias manobras de atitude de grandes ângulos (tipicamente ângulos maiores que 45°), para apontamento de antenas ou painéis solares em determinada direção. Isto torna difícil a aplicação destas técnicas de controle nas manobras de grandes ângulos. Deste modo, neste trabalho deverá ser analisado o comportamento de algoritmos de controle de atitude quando uma manobra de grande ângulo é realizada.

1.1 Objetivos

O objetivo deste trabalho é analisar o comportamento dos algoritmos de controle de atitude quando uma manobra de grande ângulo é realizada. Serão testados algoritmos baseados no Regulador Linear

Quadrático (*Linear-Quadratic Regulator*, LQR) e no Quadrático Linear Gaussiano (*Linear-Quadratic Gaussian*, LQG) aplicados a um modelo de simulação de atitude de um CubeSat.

A popularização dos CubeSats tem gerado algumas inciativas de competições acadêmicas voltadas a estudantes de universidades e institutos de pesquisa. O CubeDesign¹, idealizado pelo Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) e a Olimpíada Brasileira de CubeSats (OBC)² são exemplos de eventos brasileiros voltados ao tema. Dentre os objetivos destas competições estão despertar o interesse da sociedade para com as atividades espaciais e desenvolver recursos humanos, fazendo as equipes trabalharem em projetos que atendam aos requisitos das competições.

A UFABC possui uma equipe formada por estudantes que visa a participação nestas competições. Esta iniciativa permite aos seus membros a participação no desenvolvimento de um projeto real e a uma formação acadêmica mais completa. Os resultados deste trabalho poderão ser usados pela equipe na operação do protótipo do CubeSat o qual participará das competições.

2. METODOLOGIA

2.1 Modelo do movimento

Esta seção descreve o modelo do movimento de atitude a ser utilizado neste trabalho.

2.1.1 Sistemas de coordenadas

As equações de movimento do satélite no espaço de estados são constituídas de duas partes: equação da cinemática e equação da dinâmica. Para realizar as simulações, usa-se três sistemas de referência: o sistema inercial, o sistema orbital e o sistema do corpo (?), mostrados na Figura 2.1.

Sistema inercial: O sistema de referência inercial (SI) tem origem no centro da Terra. O eixo z^i aponta na direção do polo norte geográfico, o eixo x^i aponta na direção do ponto vernal γ . O eixo y^i é encontrado usando a regra da mão direita, completando o sistema dextrógiro.

Sistema orbital: O sistema de referência orbital (SO) tem origem no centro de massa do satélite. O eixo z^o aponta na direção do centro da Terra (direção Nadir) e o eixo y^o aponta na direção normal a órbita. O eixo x^o é obtido pela regra da mão direita e coincide com a direção do vetor velocidade orbital, para uma órbita circular.

Sistema do corpo: O sistema de referência do corpo (SB) ou do satélite e um sistema de coordenadas com origem no centro de massa do satélite. Os eixos são escolhidos como sendo coincidentes com os eixos dos momentos principais de inércia.

A definição dos eixos de rolagem, arfagem e guinada (*roll, pitch* e *yaw*) para um satélite com apontamento para a Terra tem a configuração:

¹http://www.inpe.br/cubedesign/2021/

²https://obsat.org.br/

- eixo de rolagem x^b : nominalmente alinhado com x^o ;
- eixo de arfagem y^b : nominalmente alinhado com y^o ;
- eixo de guinada z^b : nominalmente alinhado com z^o ;

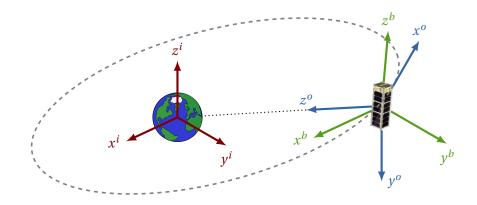


Figura 2.1: Sistemas de coordenadas.

2.1.2 Equações de movimento

As equações de movimento de um satélite no espaço de estados são constituídas de duas partes: equação da dinâmica e equação da cinemática.

Dinâmica

A equação da dinâmica descreve a relação entre a velocidade angular do satélite e os torques externos atuantes. A equação de Newton-Euler é definida no sistema inercial e pode ser expressa por (Sidi, 1997):

$$\mathbf{J}_b \dot{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b + \boldsymbol{\omega}_{ib}^b \times J_b \boldsymbol{\omega}_{ib}^b = \mathbf{N}^b \tag{2.1}$$

onde \mathbf{J}_b é a matriz de inércias, \mathbf{N}^b é o torque total atuante no satélite e $\boldsymbol{\omega}_{ib}^b$ representa a velocidade angular do sistema do corpo com relação ao sistema inercial (indicado pelo subscrito $_{ib}$), expresso no sistema do corpo (indicado pelo sobrescrito b). Pode-se substituir o produto escalar por uma multiplicação de matrizes, usando a matriz antissimétrica definida por:

$$S(\boldsymbol{\omega}) = \boldsymbol{\omega} \times = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}$$
 (2.2)

Assim, a equação da dinâmica pode ser escrita como:

$$\mathbf{J}_b \dot{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b + \mathbf{S}(\boldsymbol{\omega}_{ib}^b) \mathbf{J}_b \boldsymbol{\omega}_{ib}^b = \mathbf{N}^b$$
 (2.3)

Cinemática

A equação da cinemática relaciona a representação de atitude dependente do tempo com a velocidade angular do satélite. A equação diferencial que descreve a cinemática usando parâmetros de Euler, também conhecidos como *quaternions*, é dada por (Stray, 2010):

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \mathbf{W} (\boldsymbol{\omega}_{ob}^b) \mathbf{q} \tag{2.4}$$

onde ${\bf q}$ representa os quaternions que descrevem a atitude do sistema do corpo com relação ao sistema orbital, ${\bf \omega}_{ob}^b$ representa a velocidade angular do sistema do corpo com relação ao sistema orbital, expresso no sistema do corpo e ${\bf W}({\bf \omega}_{ob}^b)$ é uma matriz antissimétrica definida por:

$$\mathbf{W}(\boldsymbol{\omega}) = \begin{bmatrix} 0 & \omega_z & -\omega_y & \omega_x \\ -\omega_z & 0 & \omega_x & \omega_y \\ \omega_y & -\omega_x & 0 & \omega_z \\ -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z & 0 \end{bmatrix}$$
(2.5)

As velocidades angulares usadas nas Equações 2.3 e 2.8 podem ser relacionadas por:

$$\boldsymbol{\omega}_{ib}^{b} = \boldsymbol{\omega}_{ob}^{b} + \boldsymbol{\omega}_{io}^{b} \tag{2.6}$$

onde ω_{io}^b é a velocidade angular do sistema orbital com relação ao sistema inercial. Esta velocidade angular pode ser calculada por:

$$\boldsymbol{\omega}_{io}^{b} = \mathbf{R}_{i}^{o} \boldsymbol{\omega}_{io}^{o} = \mathbf{R}_{i}^{o} \begin{bmatrix} 0 \\ -n \\ 0 \end{bmatrix}$$
 (2.7)

onde n é a velocidade angular orbital e \mathbf{R}_i^o é a matriz de transformação do sistema inercial para o sistema orbital.

Portanto, as equações de movimento do satélite podem ser escritas como:

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \mathbf{W} (\boldsymbol{\omega}_{ob}^b) \mathbf{q}$$

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b = \mathbf{J}_b^{-1} \left[\mathbf{N}^b - \mathbf{S} (\boldsymbol{\omega}_{ib}^b) \mathbf{J}_b \boldsymbol{\omega}_{ib}^b \right]$$
(2.8)

$$\operatorname{com} \boldsymbol{\omega}_{ob}^{b} = \boldsymbol{\omega}_{ib}^{b} - \mathbf{R}_{i}^{o} \begin{bmatrix} 0 & -n & 0 \end{bmatrix}^{T}.$$

2.2 Campo magnético terrestre

O campo magnético terrestre é dado pelo modelo IGRF (*International Geomagnetic Reference Field*) (Alken *et al.*, 2021). Este modelo descreve o campo magnético e sua variação secular. A versão atual, IGRF-13, é um modelo de 13.ª ordem com precisão de décimos de nT e usa coeficientes Gaussianos

para definir uma expansão em harmônicos esféricos do potencial geomagnético, dada por:

$$V(r,\theta,\phi) = a \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=0}^{n} \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} \left[g_n^m \cos(m\phi) + h_n^m \sin(m\phi) P_n^m(\cos\theta) \right]$$
 (2.9)

onde r é a distância geocêntrica da Terra, θ é a coelevação (latitude menos 90°), ϕ é a longitude, a é o raio equatorial da Terra, g_n^m e h_n^m são os coeficientes Gaussianos dados pelo modelo IGRF e $P_n^m(cos\theta)$ são as funções de Legendre associadas na forma seminormalizada de Schmidt de grau n e ordem m.

2.3 Atuador magnético

O atuador magnético é basicamente uma bobina, composta por um fio condutor enrolado em torno de uma moldura. Quando a bobina está imersa em um campo magnético externo, ao fazer uma corrente elétrica percorrer a bobina, um torque é gerado.

A força *F* sobre um fio condutor, quando percorrido por uma corrente elétrica, é dada por (Aydinlio-glu, 2006):

$$F = I\ell_{\mathcal{W}}B_{\perp} \tag{2.10}$$

onde I é a corrente elétrica no condutor, ℓ_w é o comprimento do condutor e B_{\perp} é o componente do campo magnético $\bf B$ perpendicular ao condutor (Figura 2.2). O componente paralelo do campo magnético não exerce força sobre o condutor. Na forma vetorial, a relação 2.10 pode ser escrita como:

$$\mathbf{F} = \mathbf{I}\ell_{w} \times \mathbf{B} \tag{2.11}$$

Se o fio condutor é colocado na forma de uma espira retangular de lados a e b e rotacionada por um ângulo ϕ com relação ao campo magnético, como na Figura 2.3, a força resultante na espira é zero. No entanto, um par de forças sobre os lados de comprimento a surge, cujo braço forma um ângulo ϕ com o campo magnético, resultando em um torque N:

$$N = IBA \operatorname{sen} \phi \tag{2.12}$$

onde A = ab é a área da espira. Na forma vetorial, o torque resultante é dado por:

$$\mathbf{N} = I\mathbf{A} \times \mathbf{B} \tag{2.13}$$

A área vetorial A é dada por:

$$\mathbf{A} = nA\mu\,\hat{\mathbf{n}} \tag{2.14}$$

onde n é o número de enrolamentos da espira, μ é a permeabilidade do material do núcleo e $\hat{\bf n}$ é o vetor normal ao plano da espira. O produto $I{\bf A}$ é o momento de dipolo magnético, ${\bf m}$. Assim, o torque pode ser escrito como:

$$\mathbf{N} = \mathbf{m} \times \mathbf{B} \tag{2.15}$$

Um conjunto de três bobinas, uma ao longo de cada eixo do satélite, pode ser usado para controlar

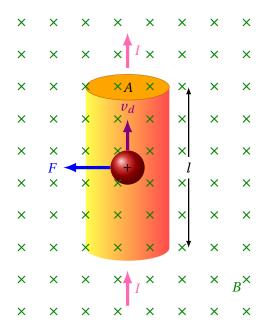


Figura 2.2: Força de Lorentz em um condutor (Aydinlioglu, 2006).

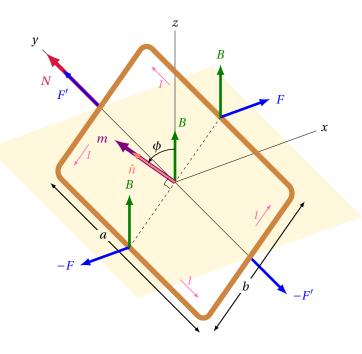


Figura 2.3: Força de Lorentz nos lados de uma bobina (Aydinlioglu, 2006).

a atitude, interagindo com o campo magnético terrestre. Um problema em usar bobinas magnéticas para controlar um satélite é que somente é possível aplicar o torque de controle na direção perpendicular ao vetor do campo magnético. Desse modo, sempre haverá um eixo não controlável. Porém, o campo magnético é não homogêneo e relativamente periódico, permitindo assim uma estabilização em 3 eixos.

3. CONTROLADORES

3.1 Regulador linear quadrático (LQR)

Um regulador linear quadrático (LQR, *Linear Quadratic Regulator*) é uma lei de controle para estabilizar sistemas lineares invariantes no tempo. O problema do controle ótimo consiste em minimizar uma função custo quadrática e obter um matriz de ganho para a realimentação. Usando um sistema linear descrito por:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \tag{3.1}$$

O problema de otimização consiste em encontrar a lei de controle linear:

$$\mathbf{u} = \mathbf{K}\mathbf{x} \tag{3.2}$$

que minimiza o índice de desempenho quadrático (Anderson e Moore, 1989):

$$J = \int_0^\infty \left[\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u} \right] dt$$
 (3.3)

onde \mathbf{Q} é uma matriz positiva semidefinida ($\mathbf{Q} \ge 0$), \mathbf{R} é uma matriz positiva definida ($\mathbf{R} > 0$), \mathbf{x} é o vetor de estados e \mathbf{u} é o vetor de controle. \mathbf{Q} e \mathbf{R} são matrizes de ponderação nos vetores de estado e controle, respectivamente. A solução do LQR é obtida resolvendo a equação de Riccati:

$$\dot{\mathbf{P}} = -\mathbf{P}\mathbf{A} - \mathbf{A}\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^{T}\mathbf{P} - \mathbf{Q}$$
(3.4)

que resulta em

$$\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{P} \tag{3.5}$$

Uma vez que o sistema é aproximadamente periódico, a verificação da estabilidade do sistema pode ser feita usando a teoria de Floquet, que descreve os sistemas dinâmicos nos quais os coeficientes são periódicos (Psiaki, 2001; Wisniewski e Blanke, 1996).

3.1.1 LQR tracking

O problema de projetar uma lei de controle que faça o sistema a seguir uma determinada trajetória de referência é conhecido como problema de Rastreamento (*Tracking*). A trajetória nominal deve ser conhecida *a priori* a cada instante de tempo.

O problema de rastreamento tem como objetivo encontrar o controle ótimo **u** tal que a função custo

J seja minimizada (Anderson e Moore, 1989):

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty \left[\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u} \right] dt + \mathbf{x}^T (t_f) \mathbf{H} \mathbf{x} (t_f)$$
(3.6)

onde Q, H e R são matrizes de ponderação. A solução do problema tem a forma:

$$\mathbf{u}^* = -\mathbf{K}\mathbf{x} - \boldsymbol{\beta} \tag{3.7}$$

onde a matriz de ganho \mathbf{K} e a correção $\boldsymbol{\beta}$ são calculadas como:

$$\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{P} \tag{3.8}$$

$$\boldsymbol{\beta} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{b} \tag{3.9}$$

P é a solução da Equação Algébrica de Riccati Periódica (Equação 3.10) e **b** é a solução da Equação 3.11:

$$\dot{\mathbf{P}} = -\mathbf{P}\mathbf{A} - \mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T \mathbf{P} - \mathbf{Q}, \qquad \mathbf{P}(t_f) = \mathbf{H}$$
 (3.10)

$$\dot{\mathbf{b}} = -(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{P})\mathbf{b} + \mathbf{Q}\bar{\mathbf{x}}, \qquad \mathbf{b}(t_f) = 0$$
(3.11)

3.2 Regulador linear gaussiano (LQG)

Na presença de ruídos de medidas, o vetor de estado preciso pode não ser conhecido. Assim, pode ser necessário a introdução de um estimador ótimo (observador) no sistema, cuja função é estimar o estado reduzindo a influência do ruído. O problema do regulador linear quadrático Gaussiano (LQG, *Linear Quadratic Gaussian*) é a combinação de um estimador ótimo, como o filtro de Kalman, e um regulador ótimo para projetar o controlador. As equações no espaço de estados da planta em malha aberta para um problema padrão do LQG são dadas na Equação 3.12 (Arantes Jr., 2005):

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{G}\boldsymbol{\eta}$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \boldsymbol{v}$$
(3.12)

onde \mathbf{x} é o vetor de estados, \mathbf{u} é o vetor de controle e \mathbf{y} é o vetor de saídas. O processo e a saída são corrompidos por ruídos brancos $\boldsymbol{\eta}$ e \boldsymbol{v} respectivamente. Os ruídos brancos Gaussianos $\boldsymbol{\eta}$ e \boldsymbol{v} são considerados não correlacionados entre si e no tempo.

Considerando os ruídos, a função custo da Equação 3.6 é reescrita como:

$$J = E\left[\mathbf{x}^{T}\mathbf{Q}\mathbf{x} + \mathbf{u}^{T}\mathbf{R}\mathbf{u}\right]$$
(3.13)

onde $E[\cdot]$ é o operador esperança. A solução de controle ótima é então definida por:

$$\mathbf{u}^* = -\mathbf{K}\hat{\mathbf{x}} \tag{3.14}$$

onde $\hat{\mathbf{x}}$ é o estado estimado pelo filtro de Kalman. A minimização de J resulta na mesma solução do

LQR. A dinâmica do observador é representada por:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = (\mathbf{A} - \mathbf{KC})\,\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{L}\mathbf{y}$$

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}$$
(3.15)

onde L é a matriz de projeto do observador (ganho de Kalman).

O LQG é formado conectando o sistema e o filtro de Kalman através do ganho de estimação ótima dos estados ($\hat{\mathbf{K}}$) e então criando a realimentação total dos estados usando dos estados estimados ($\hat{\mathbf{x}}$) que passaram pelo ganho de realimentação ótimo (\mathbf{L}). Por causa do princípio de separação estocástica, os ganhos mencionados podem ser projetados individualmente.

A matriz do ganho de Kalman é dada por:

$$\mathbf{L} = \mathbf{P}_f \mathbf{C}^T \mathbf{P}_f^{-1} \tag{3.16}$$

onde P_f é dado por:

$$\dot{\mathbf{P}}_f = \mathbf{A}^T \mathbf{P}_f + \mathbf{P}_f \mathbf{A} + \mathbf{P}_f \mathbf{C}^T \mathbf{R}_f^{-1} \mathbf{P}_f - \mathbf{Q}_f$$
(3.17)

com $\mathbf{R}_f = \mathbf{E}[\boldsymbol{v}\boldsymbol{v}^T] \mathbf{e} \mathbf{Q}_f = \mathbf{E}[\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\eta}^T].$

4. CRONOGRAMA

A Tabela 4.1 mostra o cronograma da execução das etapas do trabalho, a iniciar em 1 de setembro de 2022. As etapas são descritas da seguinte forma:

- ► Início: Embasamento teórico
 - ▶ Bibliografia: pesquisa e estudo de trabalhos publicados na área
 - Modelagem: estudos dos modelos matemáticos de simulação e controle adequados ao problema
- ▶ Implementação: implementação dos métodos de controle de atitude para manobras
 - ▶ Modelo: implantação da simulação de atitude do CubeSat, considerando atuadores magnéticos
 - ► Controle: implantação da simulação das técnicas de controle
- ▶ Testes e análises: execução de testes dos algoritmos de controle de atitude
 - ▶ Testes: testes do controle de atitude para diferentes ambientes
 - Análises: análise dos resultados quanto ao desempenho do controle
- ▶ Relatórios: elaboração e apresentação dos relatórios parcial e final do projeto

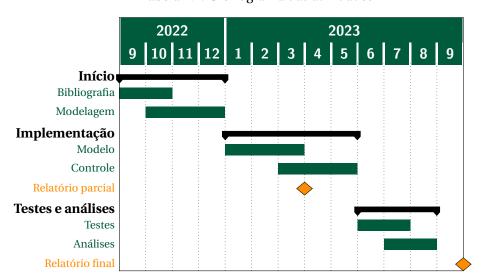


Tabela 4.1: Cronograma das atividades

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alken, P., Thébault, E., Beggan, C. D., Amit, H., *et al.* International Geomagnetic Reference Field: the thirteenth generation. *Earth, Planets Space*, 73(49), 2021. doi: 10.1186/s40623-020-01288-x.
- Anderson, B. D. O. e Moore, J. B. *Optimal Control: Linear Quadratic Methods*. Princeton Hall, New Jersey, 1989.
- Arantes Jr., G. Estudo comparativo de técnicas de controle de atitude em 3 eixos para satélites artificiais. Mestrado, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2005.
- Aydinlioglu, A. e Hammer, M. COMPASS-1 pico satellite: magnetic coils for attitude control. In *Proceedings of the 2nd International Conference on Recent Advances in Space Technologies*, p. 90–93, 2005.
- Aydinlioglu, A. Design development and production of electromagnetic coils for attitude control of a pico satellite. Mestrado, University of Applied Sciences Aachen, Germany, 2006.
- Jensen, K. F. e Vinther, K. Attitude determination and control system for AAUSAT-3. Mestrado, Aalborg University, Aalborg, 2010.
- Martinelli, M. I. e Peña, R. S. S. Passive 3 axis attitude control of MSU-1 pico-satellite. *Acta Astronautica*, 56(5):507–517, 2005.
- Messmann, D., Coelho, F., Niermeyer, P., Langer, M., *et al.* Magnetic attitude control for the move-ii mission. In *7th European Conference for Aeronautics and Aerospace Sciences (EUCASS)*, 2017.
- Park, G., Seagraves, S., e McClamroch, N. H. A dynamic model of a passive magnetic attitude control system for the RAX nanosatellite. In *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, Toronto, 2010. AIAA.

- Pranajaya, F. M. e Zee, R. E. Advanced nanosatellite development at space flight laboratory. In *Proceedings of the 1st IAA Conference on University Satellite Missions*, 2011.
- Psiaki, M. L. Magnetic torquer attitude control via asymptotic periodic linear quadratic regulation. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 24:386–393, 2001.
- Shuster, M. D. A survey of attitude representations. Journal of the Astronautical Sciences, 1993.
- Sidi, M. J. *Spacecraft Dynamics and Control: A Practical Engineering Approach.* Cambridge University Press, Cambridge, 1997.
- Springmann, J. C., Cutler, J. W., e Bahcivan, H. Magnetic sensor calibration and residual dipole characterization for application to nanosatellites. In *AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference*, Toronto, Ontario, Canada, 2010. AIAA. AIAA 2010-7518.
- Stray, F. Attitude control of a nano satellite. Mestrado, University of Oslo, Oslo, 2010.
- The CubeSat Program. CubeSat design specification Rev. 13, 2015. URL http://www.cubesat.org/s/cds_rev13_final2.pdf. California State Polytechnic University.
- Villela, T., Costa, C. A., Brandão, A. M., Bueno, F. T., *et al.* Towards the thousandth CubeSat: A statistical overview. *International Journal of Aerospace Engineering*, vol. 2019, Article ID 5063145, 2019. doi: 10.1155/2019/5063145.
- Wisniewski, R. e Blanke, M. Attitude control for magnetic actuated satellite. In *Control of nonlinear systems: Proceedings of Theory and applications*, Algarve, Portugal, 1996. EU-RACO Workshop.
- Yang, Y. Analytic LQR design for spacecraft control system based on quaternion model. *Journal of Aerospace Engineering*, 25(3):199–202, 2012. doi: 10.1061/(ASCE)AS.1943-5525.0000142.