

---

# Projeto de Pesquisa – PIBIC

## *Dinâmica de inomogeneidades em modelos cosmológicos*

### Abstract

O presente projeto tem como finalidade introduzir à estudante modelos clássicos que lidam com a questão das inomogeneidades em modelos cosmológicos, em especial a relação entre a dinâmica local dos estados gravitacionais ligados em oposição à dinâmica global dominada pela expansão cosmológica. Dentre as várias abordagens constantes na literatura, daremos especial atenção aos modelos do tipo queijo suíço, para o qual será necessário o estudo do formalismo das junções Darmois-Israel. Uma revisão da literatura tratando de outras abordagens será feita, como os modelos do tipo Lemaître-Tolman-Bondi e o estudo de órbitas em soluções de McVittie. Finalmente visamos simular numericamente um modelo do tipo "top hat" em que se faz uma junção de solução interior homogênea a uma solução de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker no exterior, apresentando densidades de matéria diferentes de cada lado. Com isto, esperamos preparar a estudante para a pesquisa em temas contemporâneos na Relatividade Geral através das técnicas assimiladas na conclusão deste projeto.

# 1 Introdução

A Teoria da Relatividade Geral (RG), como teoria padrão da interação gravitacional, tem se mostrado compatível com os experimentos até os dias atuais [1], assim como a Relatividade Restrita (RR). Os desvios em relação à mecânica de Newton já encontram aplicação até mesmo em aparelhos usados no nosso dia-a-dia.

A aplicação da RG para o Universo em larga escala, através dos modelos homogêneos e isotrópicos de Friedmann- Lemaître - Robertson - Walker (FLRW), levou à predição de que o Universo deveria estar em expansão, posteriormente confirmada pelas observações astronômicas. Desde então, tais modelos tem sido a base sobre a qual se constroem a cosmologia moderna, e fazem parte do chamado Modelo Padrão da Cosmologia. Mais recentemente, através de estudos de modelos FLWR ou perturbações sobre esses modelos, tem se conjecturado sobre a existência de dois componentes exóticos no Universo, que somariam 95% da densidade total de energia: a matéria escura e a energia escura.

Por outro lado, a RG tem se mostrado precisa nas descrição da gravitação em menor escala de distâncias, como no caso do Sistema Solar e, mais recentemente, sendo compatível com as emissões de ondas gravitacionais por binários de buracos negros e de estrelas de nêutros como observado pelo LIGO [2–4].

Uma questão interessante que se pode levantar é como se dá a transição entre essas escalas, ou seja, como determinar parâmetros que nos indiquem se um sistema é dominado pelas interações gravitacionais locais ou se há uma interferência importante da física em larga escala na dinâmica do sistema. Uma das primeiras menções a este problema aparece num artigo de Einstein e Strauss, onde é construído um universo com

uma "bolha", ao se fazer uma junção entre uma solução de Schwarzschild interior e um modelo FLRW exterior [5, 6]. As técnicas de junção utilizadas e as consequências e extensões deste modelo na literatura serão discutidas.

Outras abordagens além desta também foram propostas para a mesma questão, como os modelos inomogêneos de Lemaître-Tolman-Bondi (LTB), que lidam com uma distribuição esfericamente simétrica porém inomogênea de matéria [7–12], além de algumas abordagens em que são estudados os movimentos de partículas teste em soluções assintoticamente cosmológicas, como a solução de McVittie, por exemplo [13–15]. Embora tais modelos não sejam o foco central deste projeto, pretendemos revisar e discutir os resultados por eles obtidos.

Finalmente, pretendemos resolver o nosso próprio modelo inomogêneo realizando a junção de duas soluções homogêneas com densidades diferentes e estudando sua dinâmica, de forma a estudar os possíveis comportamentos diferentes de um tal modelo e relacionar com os resultados de abordagens similares obtidas na literatura [16, 17].

## 2 Objetivos e Metas

O objetivo geral do projeto é conectar o estudante de uma maneira acessível aos temas de pesquisa modernos em RG teórica.

Resumimos os objetivos mais específicos nos seguintes pontos:

- I. Iniciaremos com uma revisão da literatura sobre o tema da relação entre expansão local e colapso local, com especial ênfase aos modelos da linha Einstein-Strauss ou "queijo suíço".

- II. Estudaremos o formalismo das junções de Darmois-Israel, fundamental para a construção dos modelos supracitados.
- III. Construiremos o nosso modelo juntando duas soluções homogêneas com densidades distintas, e estudaremos a dinâmica da interface de separação entre elas, de forma analítica e numérica.
- IV. Discutiremos nossos achados à luz da literatura pré-existente.

## **3 Metodologia**

### **3.1 Estudo dirigido**

Na primeira fase do projeto concentrar-nos-emos no estudo de artigos científicos [5, 18] e na literatura baseada neles para familiarizar a estudante com as técnicas utilizadas. Serão feitas reuniões semanais com o orientador, além de seminários periódicos sobre tópicos específicos para os demais estudantes do grupo.

### **3.2 Métodos numéricos e analíticos**

Utilizaremos as técnicas aprendidas para construir modelos inomogêneos e encontrar equações dinâmicas para a superfície de junção entre as diferentes regiões. Analisaremos a necessidade de camadas finas de matéria "thin shells" assim como da violação das condições de energia para manter as junções. Pretendemos analisar as equações analiticamente e resolvê-las numericamente para os casos que julgarmos relevantes para o tema.

## 4 Viabilidade

O projeto foi elaborado para ser concluído em 12 meses com uma jornada de 20 horas semanais. A estudante já tem familiaridade com os conceitos fundamentais e técnicas básicas da teoria da Relatividade Geral, por já ter realizado três projetos de Iniciação Científica nesta área.

## 5 Cronograma

Nesta seção, descrevemos o tempo esperado de início, duração e conclusão para cada objetivo do projeto, segundo a tabela abaixo:

### CRONOGRAMA

	Meses			
	1-3	4-6	7-9	10-12
Investigação bibliográfica	✓	✓		
Construção de modelos inomogêneos		✓	✓	
Análise numérica e analítica das equações		✓	✓	
Conclusões finais e elaboração do Relatório				✓

## References

- [1] Clifford M. Will. The Confrontation between General Relativity and Experiment. *Living Rev. Rel.*, 17:4, 2014.
- [2] B. P. Abbott et al. GW151226: Observation of gravitational waves from a 22-solar-mass binary black hole coalescence. *Phys. Rev. Lett.*, 116(24):241103, 2016.
- [3] B. P. Abbott et al. Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger. *Phys. Rev. Lett.*, 116(6):061102, 2016.
- [4] B. P. Abbott et al. GW170817: Observation of Gravitational Waves from a Binary Neutron Star Inspiral. *Phys. Rev. Lett.*, 119(16):161101, 2017.
- [5] Albert Einstein and Ernst G. Straus. The influence of the expansion of space on the gravitation fields surrounding the individual stars. *Rev.Mod.Phys.*, 17:120–124, 1945.
- [6] A. Einstein and E.G. Straus. Corrections and Additional Remarks to our Paper: The Influence of the Expansion of Space on the Gravitation Fields Surrounding the Individual Stars. *Rev.Mod.Phys.*, 18:148–149, 1946.
- [7] G. Lemaître. The expanding universe. *Annales Soc. Sci. Brux. Ser. A*, 53:51–85, 1933. Reprinted in *Gen. Relativ. Gravit.* **29**(5), 641–680 (1997).
- [8] Richard C. Tolman. Effect of inhomogeneity on cosmological models. *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.*, 20:169–176, March 1934.
- [9] H. Bondi. Spherically symmetrical models in general relativity. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 107:410–425, 1947.

- [10] L. Herrera, A. Di Prisco, J. Ospino, and J. Carot. Lemaitre-Tolman-Bondi dust spacetimes: Symmetry properties and some extensions to the dissipative case. *Phys. Rev. D*, 82:024021, July 2010.
- [11] P. D. Lasky and A. W. C. Lun. Generalized Lemaitre-Tolman-Bondi solutions with pressure. *Phys. Rev. D*, 74:084013, October 2006.
- [12] P. D. Lasky, A. W. C. Lun, and R. B. Burston. Initial value formalism for Lemaitre-Tolman-Bondi collapse. *ANZIAM J.*, 49:53–73, July 2007.
- [13] Matteo Carrera and Domenico Giulini. Generalization of McVittie’s model for an inhomogeneity in a cosmological spacetime. *Phys. Rev. D*, 81:043521, February 2010.
- [14] Matteo Carrera and Domenico Giulini. Influence of global cosmological expansion on local dynamics and kinematics. *Rev. Mod. Phys.*, 82:169–208, January 2010.
- [15] Matteo Carrera and Domenico Giulini. On the influence of global cosmological expansion on the dynamics and kinematics of local systems. 2008.
- [16] Phillip James Edwin Peebles. *The large-scale structure of the universe*, volume 98. Princeton university press, 2020.
- [17] Lucas Lombriser. On the cosmological constant problem. *Physics Letters B*, 797:134804, 2019.
- [18] Werner Israel. Singular hypersurfaces and thin shells in general relativity. *Il Nuovo Cimento B (1965-1970)*, 44(1):1–14, 1966.