

Praktikum zur Vorlesung Modellierung und Simulation im WS 2022/23

Praktikum 5: Dynamisches System

Das klassische Räuber-Beute-System ist durch zwei gekoppelte Differenzialgleichungen der Form

$$\dot{x}_1(t) = (\alpha + \beta x_2(t))x_1(t), \quad (1)$$

$$\dot{x}_2(t) = (\gamma + \delta x_1(t))x_2(t). \quad (2)$$

gegeben, wobei zu jedem Zeitpunkt t , $x_1(t)$ der Anzahl der Räuber- und $x_2(t)$ der Anzahl der Beutespezies entspricht.

Das obige Gleichungssystem wird im Folgenden mit unterschiedlichen Methoden numerisch integriert. Benutzen Sie hierfür das Template `dynamischessystem.c` und beachten Sie die Kommentare in der Vorlage. Das zugehörige Programm hat den Namen `dynamischessystem` und wird mit den Befehlen `make` erstellt und mit `./dynamischessystem` ausgeführt. Als Resultat bekommt man einen Plot zu sehen, welcher die Entwicklung der Populationen beschreibt.

Die analytische Lösung ist eine geschlossene Kurve im Phasenraum.

Setzen Sie folgenden Arbeitsschritte um:

1. Implementieren Sie die Gleichungen (1) und (2) in den Funktionen `raeuber` und `beute` mit den Parametern: $\alpha = -1.1$, $\beta = 0.02$, $\gamma = 0.35$ und $\delta = -0.03$.
2. Das Runge-Kutta Verfahren 2. Ordnung ist bereits implementiert und Sie können das Programm kompilieren. Verwenden Sie dabei in der `main`-Funktion die Startwerte $x_1(0) = 30$ und $x_2(0) = 80$, sowie für Δt die Zeitschrittweiten 0.1, 0.01 und 0.001 und vergleichen Sie die Ergebnisse.
3. Implementieren Sie das Eulersche Diskretisierungsverfahren in der Funktion `euler`. Achten Sie dabei darauf noch benötigte Werte nicht zu überschreiben.
4. Implementieren Sie das Runge-Kutta-Verfahren 4. Ordnung.
5. Vergleichen Sie die verschiedenen Runge-Kutta-Verfahren für $\Delta t = 0.1$ und 100000 Zeititerationen. Vergleichen Sie ebenso das Runge-Kutta-Verfahren der Ordnung 4 mit dem Euler Verfahren für $\Delta t = 0.001$ und 10000 Zeititerationen.

Hinweis:

Beachten Sie, dass ihr Zeitintegrationsverfahren nicht die einzige Fehlerquelle darstellt. Was sollte bei einem solchen visuellen Vergleich beachtet werden?