Chap1 - Ensembles de nombres - Calculs numériques

Seconde GT

1 Ensembles de nombres

Définition 1.1.
:

- **Les entiers naturels** sont les nombres 0,1,2,3.... Ils constituent un ensemble noté $\mathbb{N}$
- L'ensemble **des entiers relatifs** (ou **entiers**) est l'ensemble constitué des nombres entiers naturels et de leur opposé. On le note $\mathbb{Z}$.
- **Les nombres décimaux** sont les nombres de la forme $\dfrac{a}{10^n}$ où a est un entier et n un entier naturel. Ils s'écrivent le plus souvent sous forme décimale avec un nombre fini de chiffe après la virgule. On le note $\mathbb{D}$.
- **Les nombres rationnels** sont les nombres de la forme $\dfrac{a}{b}$ avec a et b deux entiers et $b \neq 0$. On note $\mathbb{Q}$ cet ensemble.
- **L'ensemble des nombres réels** est formé de tous les rationnels et irrationnels, par exemple $\sqrt{2}$ est irrationnel. On le note $\mathbb{R}$.

Activité : Pour chacune des phrases suivantes :

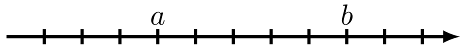
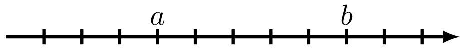
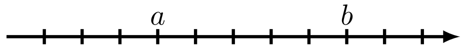
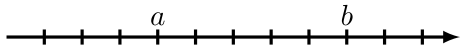
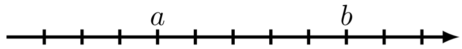
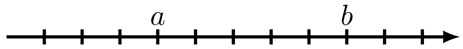
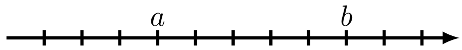
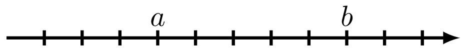
1. proposez deux nombres qui peuvent compléter la phrase, et deux nombres qui ne peuvent pas;
2. décrivez par une phrase l'ensemble des nombres qui peut convenir.

- Ce segment mesure à peu près ... cm.
  Oui :
  Non :
  Ensemble qui convient :
- J'ai coupé la tarte en ... morceaux.
  Oui :
  Non :
  Ensemble qui convient :
- J'ai mangé ... pommes à midi.
  Oui :
  Non :
  Ensemble qui convient :
- La météo annonce ...°C à l'ombre demain.
  Oui :
  Non :
  Ensemble qui convient :
- Le chien a creusé ... trous dans le jardin.
  Oui :
  Non :
  Ensemble qui convient :

— *Dans l'ascenceur :* Appuie sur le bouton numéro ...
Oui :
Non :
Ensemble qui convient :

2 Intervalles

Définition 2.1.
Soient a et b deux nombres, tels que $a < b$.

Description	Inéquation	Intervalle	Droite des réels
Nombres strictement plus petits que a.			
Nombres plus petits ou égaux à a.			
Nombres strictement plus grands que a.			
Nombres plus grands ou égaux à a.			
Nombres compris strictement entre a et b.			
Nombres compris entre a et b.			
Nombres plus grands ou égaux à a, et strictement plus petits que b.			
Nombres strictement plus grands que a, et plus petits ou égaux à b.			

Définition 2.2.
Soient a et b deux réels tels que $a < b$.
L'intervalle $[a;b]$ est l'ensemble des nombres x tels que $a \leq x \leq b$
L'intervalle $]a;b[$ est l'ensemble des nombres x tels que $a < x < b$

L'intervalle $[a;+\infty[$ est l'ensemble des nombres x tels que $x \leq a$
L'intervalle $]-\infty;a[$ est l'ensemble des nombres x tels que $x < a$

Remarque .
Le crochet précédant ou suivant une borne "infini" est toujours ouvert.
On note $\mathbb{R}^+$ l'ensemble des nombres réels positifs et $\mathbb{R}^-$ l'ensemble des nombres réels négatifs.
On note $\mathbb{R}^*$ l'ensemble des nombres réels non nuls.

Définition 2.3.
On note *cup* l'union de deux ensembles : ce sont les éléments appartenant à au moins un des deux ensembles.
On note *cap* l'intersection de deux ensembles : ce sont les éléments appartenant aux deux ensembles.

Exemple :

Écrire chacun des ensembles suivants sous la forme d'un seul intervalle (ou $\emptyset$). Il est conseillé de représenter les ensembles sur la droite des réels, mais ce n'est pas obligatoire.

1. $[-1;8]\cap]2;27[$
2. $]-\infty;5[\cup[-2;8]$
3. $]-\infty;9[\cap[-8;+\infty[$
4. $]-\infty;9]\cup[-8;+\infty[$

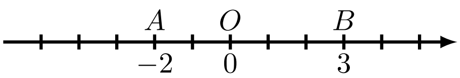
3 Valeur absolue

Exemple :

1. (a) Quelle est la distance de 7 à 5 ? de 12 à 7 ?
   (b) Tracer la droite des réels, et y placer le nombre 7.
   (c) Représenter l'ensemble des nombres situés à une distance de 7 inférieure à 3.
   (d) Représenter cet ensemble sous la forme d'un intervalle.
2. Quel est l'ensemble des nombres situés à une distance de 2 inférieure à 5 ?
3. Quel est l'ensemble des nombres situés à une distance de x inférieure à a ?

Définition 3.1.
La valeur absolue d'un nombre x est la distance de ce réel à 0 sur la droite numérique. On le note $|x|$.

Exemple :



$|3| = OB = 3$; $|-2| = OA = 2$

Propriété 3.1. — La valeur absolue d'un nombre x ; $|x| \geq 0$
— pour tout x réel,
$$|x| = \begin{cases} x & \text{si} \quad x \geq 0 \\ -x & \text{sinon} \end{cases}$$
— Soient A le point d'abscisse a et B un point d'abscisse b. La distance $AB = |b-a|$