Progression Mathématiques - Terminale Spé Maths - année 2022/2023

<table>
<tr><td>N°</td><td></td></tr>
<tr><td>1</td><td>Limites des fonctions
Limite finie ou infinie de fonction en $+\infty, -\infty$ et en un réel. Asymptote parallèle aux axes.
Limites faisant intervenir des fonctions de référence : puissances, racine carrée, fonction exponentielle
Limites et comparaison
Opération sur les limites

Démo :
Limite en $+\infty\ et -\infty$ de la fonction exponentielle
Croissance comparée de x^net e^x en $+\infty$
Histoire : Cours d'analyse de Cauchy</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Suites Numériques
Limite de suites en $+\infty$ Cas des suites croissantes non majorées. Suites tendant vers $-\infty$. Suites convergentes. Opérations sur les limites
Raisonnement par récurrence
Comportement des suites géométriques q^n où q est réel.
Limites et comparaison : théorème des gendarmes
Théorème admis : limite des suites croissantes majorées ou des suites croissantes minorées

Histoire : Récurrence, principe fondamentale de raisonnement par Pascal et Peano
Démo :
Toute suite croissante non majorée diverge
Limite de q^n : démonstration par récurrence de l'inégalité de Bernoulli
Divergence vers $+\infty$ d'une suite minorée par une suite divergeant vers $+\infty$
Recherche de valeur approchée de $\pi, \ln(2)$…</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Continuité des fonctions
Fonctions continues en 1 point, sur un intervalle
Toute fonction dérivable est continue
T.V.I, cas des fonctions continues strictement monotones.

Démo : Dichotomie
Méthode de Newton, de la sécante</td></tr>
<tr><td>4</td><td>Compléments sur la dérivation
Composées de deux fonctions $(u \circ v)' = u' \circ v(x) * v'(x)$</td></tr>
</table>

	Dérivée seconde d'une fonction. Fonction convexe sur un intervalle. Définition de la position relative de la courbe représentative et des sécantes. Pour une fonction dérivable deux fois, f' croissante ⇔ f'' positive Point d'inflexion Démo : Si f'' est positive alors la courbe représentative de f est au-dessus de ses tangentes.
	VACANCES DE LA TOUSSAINT
5	**Vecteurs, droites et plans de l'espace** Vecteurs de l'espace, translations. Combinaison linéaire de vecteurs de l'espace. Droite, vecteurs directeurs, vecteurs colinéaires, Caractérisation d'une droite par un point et un vecteur directeur. Bases, repère de l'espace Décomposition d'un vecteur dans une base. Représentation paramétrique d'une droite. Plan de l'espace Direction d'un plan Caractérisation d'un plan de l'espace par un point et un couple de vecteurs non colinéaires. **Histoire :** Force (Newton) Vitesse (Leibniz).
6	**Probabilités : Schéma de Bernoulli – Loi Binomiale** Modèle de la succession d'épreuves indépendantes Représentation d'un produit cartésien par un arbre Epreuve de Bernoulli, loi de Bernoulli Schéma de Bernoulli ; répétition de n épreuves de Bernoulli indépendantes. Lien entre les nombres de parties d'un ensemble à n éléments et les chemins dans un arbre, les issues dans une succession de n épreuves de Bernoulli Loi binomiale, loi du nombre de succès. Expression à l'aide des coefficients binomiaux Explication pour k=0,1,2, symétrie , relation et triangle de Pascal **Démo** : Démonstration de la relation de Pascal par une méthode combinatoire Expression de la probabilité de k succès dans le schéma de Bernoulli **Algo** Planche de Galton Problème de surréservation Simulation d'un échantillon d'une variable aléatoire **Histoire** : Première étude de la distribution binomiale . Ars Conjectandi de Bernoulli.

7	**Orthogonalité – distance dans l'espace** Produit scalaire de deux vecteurs de l'espace, bilinéarité, symétrie. Orthogonalité de deux vecteurs. Caractérisation par le produit scalaire. Base orthonormée. Repère orthonormé. Coordonnée d'un vecteur dans une base orthonormée. Expressions du produit scalaire et de la norme. Expression de la distance entre deux points. Développement de $\|\vec{u}+\vec{v}\|^2$, formules de polarisation. Orthogonalité de deux droites, d'un plan et d'une droite. Vecteur normal à un plan. Étant donnée un point A et un vecteur non nul $\vec{n}$, plan passant par A et normal à $\vec{n}$. Équation cartésienne d'un plan. Projeté orthogonal d'un point sur une droite, sur un plan. Dem : Le projeté orthogonal d'un point M sur un plan P est le point de P le plus proche de M. Équation cartésienne du plan normal au vecteur $\vec{n}$ et passant par le point A.
	VACANCES NOEL
8	**Fonction logarithme Népérien** Fonction ln construite comme la réciproque de la fonction exponentielle. Propriété algébrique Dérivée, variation Limite en 0 et en $+\infty$, courbe. Lien entre les courbes de ln et exp. Croissance comparée du ln et de x^nen 0 et en $+\infty$,
9	**Primitives – Equations différentielles** Equation différentielle y'=f. Notion de primitive d'une fonction continue sur un intervalle. Deux primitives d'une même fonction continues diffèrent d'une constante. Primitives des fonctions de référence x^n et $\frac{1}{\sqrt{x}}$; e^x. Equation différentielle y'=ay, allure des courbes Equation y'=ay+b **Démo** : Deux primitives d'une même fonction continues diffèrent d'une constante Equation différentielle y'=ay **Algo** résolution par la méthode d'Euler des y'=f et de y'=ay+b **Histoire :** lien avec la méca : Newton, Euler, Lagrange, Cauchy.

	VACANCES DE FEVRIER 5/02-21/02
	EPREUVE DE SPECIALITE 15-16 MARS
9 bis	**Primitives – Equations différentielles** Equation différentielle y'=ay, allure des courbes Equation y'=ay+b **Algo** résolution par la méthode d'Euler des y'=f et de y'=ay+b **Histoire :** lien avec la méca : Newton, Euler, Lagrange, Cauchy.
10	**Combinatoire et dénombrement** Principe additif : nombre d'éléments d'une réunion d'ensembles deux à deux disjoints Principe multiplication : nombre d'éléments d'un produit cartésien. Nombre de k-uplets d'un ensemble à n éléments Nombre des parties d'un ensemble à n éléments. Luen avec les n-uplets de {0 ; 1} ; les mots de longueur n sur un alphabet à deux éléments. Nombre de k-uplets d'éléments distincts d'un ensemble à n éléments. Définition de n ! Nombre de permutation d'un ensemble fini à n éléments. Combinaison à k élément d'un ensemble de n éléments : partie à k éléments de l'ensemble. Représentation en termes de mots ou de chemins $$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!}$$ Explication pour k=0,1,2. Symétrie. Relation et triangle de pascal. **Démo** : $\Sigma \binom{n}{k} = 2^n$ Génération des parties à 2 ou 3 éléments d'un ensemble fini. Démonstration de la relation de Pascal par le calcul **Algo** : Générer les coefficients binomiaux à l'aide de la relation de Pascal Génération des permutations d'un ensemble fini ou tirage aléatoire d'une permutation. Génération des parties à 2 ou 3 éléments d'un ensemble fini. **Histoire** Combinatoire comme récréation mathématiques dès l'antiquité et encore présentes chez les arithméticiens au XIX e Informatique et IA
	VACANCES DE PÂQUES 9/04 – 25/04
11	**Somme des variables aléatoires** Somme des variables aléatoires, linéarité de l'espérance. Additivité de la variance Espérance et écart type pour la loi binomiale Echantillon Sn et Mn

	Démo : Espérance et écart type pour la loi binomiale
12	**Calcul intégral** Définition de l'intégrale d'une fonction continue positive définie sur un segment [a,b] comme aire sous la courbe. Notation Théorème de la primitive Théorème fondamentale Définition des primitives linéarité, positivité, intégration et inégalité Valeur moyenne, relation de Chasles Intégration par partie Démo : théorème de la primitive Intégration par partie
13-	**Trigonométrie** Fonctions cosinus, sinus, cercle trigo
14	**Concentration, loi des grands nombres**