Chap1- Limites de fonctions

Asymptote oblique

On donne la fonction f définie sur $I =]-5; +\infty[$ par $\dfrac{5x - x^2}{5 + x}$. On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative-.

1. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe $\mathcal{C}_f$ avec l'axe des abscisses.
2. Montrer que pour tout $x \in I$, $f(x) = -x + 10 - \dfrac{50}{5 + x}$
3. Déterminer la dérivée f' de f.
4. Etudier le sens de variation de f. Dresser le tableau de variation de f.
5. On donne $\mathcal{D}$ la droite d'équation $y = -x + 10$. Résoudre $f(x) = -x + 10$ et interpréter graphiquement le résultat.
6. On note M et N les points de $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{D}$ de même abscisse x.
   (a) Montrer que pour tout $x \in I$,
   $$MN = |f(x) - (-x + 10)| = \frac{50}{5 + x}$$
   (b) Déterminer le réel x_0, tel que pour tout $x > x_0$, on a $MN < 10^{-1}$.
   (c) Déterminer le réel x_1, tel que pour tout $x > x_1$, on a $MN < 10^{-2}$.
   (d) Déterminer le réel x_2, tel que pour tout $x > x_2$, on a $MN < 10^{-3}$.
   (e) Justifier que la distance MN peut être rendue aussi petite que l'on le souhaite dès que x est supérieure à une certaine valeur.

Conclusion : La distance MN tend vers 0 lorsque x tend vers l'infini. La droite $\mathcal{D}$ est appelée asymptote à la courbe $\mathcal{C}_f$ en l'infini.