E.1 On considère la fonction f dont l'image d'un nombre x est définie par la relation :

$$f(x)=\frac{\sqrt{x^2-1}-1}{x+1}$$

Notons $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f.

1. a. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.
   b. Déterminer les limites de la fonction f en ses bornes.
   c. La courbe $\mathscr{C}_f$ admet-elle des asymptotes? Si oui, préciser lesquelles.
2. a. Déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f.
   b. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $\big[1\,;+\infty\big[$.
3. a. Justifier que la fonction f ne s'annule qu'une fois sur l'intervalle $\big[1\,;+\infty\big[$.
   b. Tracer la courbe représentative de la fonction f à l'aide de votre calculatrice ; utiliser les fonctions de votre calculatrice pour déterminer une valeur approchée de ce zéro de la fonction f.

E.2 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont l'image d'un nombre x est définie par la relation :

$$f(x)=x-1+\frac{2}{x^2+1}$$

1. Déterminer l'expression de la dérivée f' de la fonction f, ainsi que celle de la dérivée seconde f''.
2. a. Etudier le signe de la fonction f''.
   b. En déduire le tableau de variations de la fonction f'. *(Une valeur approchée des extrémums sera cherchée à l'aide de la calculatrice)*
3. a. Montrer que la fonction f' s'annule pour $x{=}1$ et aussi en un nombre α vérifiant l'encadrement :
   $0{,}2<\alpha<0{,}3$
   b. En déduire le tableau de signes de la fonction f'.
4. a. Déterminer la valeur des deux limites suivantes :
   $\lim\limits_{x\mapsto-\infty} f(x)\quad;\quad \lim\limits_{x\mapsto+\infty} f(x)$
   b. Dresser le tableau de variations de la fonction f. *(Une valeur approchée des extrémums sera cherchée à l'aide de la calculatrice)*

E.3

1. On considère la fonction polynôme P définie pour tout réel x par :
   $P(x)=2x^3-3x^2-1$
   a. Etudier les variations de P.
   b. Montrer que l'équation $P(x){=}0$ admet une racine réelle et une seule, α, et que α appartient à l'intervalle $\big]1{,}6\,;1{,}7\big[$
2. Soit $\mathcal{D}$ l'ensemble des réels strictement supérieurs à -1. On considère la fonction numérique f définie sur $\mathcal{D}$ par :
   $$f(x)=\frac{1-x}{1+x^3}$$
   On désigne par $\big(\mathscr{C}\big)$ la courbe représentative de f dans le plan rapporté à une repère orthonormé *(on prendra comme unité 4 cm)*.
   a. Etudier les variations de f *(on utilisera pour cela les résultats du 1)*.
   b. Ecrire une équation de la droite (Δ) tangente à la courbe $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse 0. Etudier la position de la courbe $(\mathscr{C})$ par rapport à la droite (Δ) dans l'intervalle $\big]-1\,;1\big[$.
   c. Montrer que la courbe $(\mathscr{C})$ est située au-dessus de sa tangente au point d'abscisse 1.
   Tracer la courbe $(\mathscr{C})$, la droite (Δ) et la tangente à $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse 1.

E.4 On considère la fonction f définie par :
$f(x)=x^3+3{\cdot}x$

1. a. Dresser le tableau de variations de la fonction f.
   b. Justifier que le nombre 5 admet un unique antécédent par la fonction f ; on notera α ce nombre.
2. On pose pour valeur $a_0{=}0$ et $b_0{=}2$. On souhaite construire par la méthode de dichotomie les deux suites $\big(a_n\big)$ et $\big(b_n\big)$ adjacentes et convergentes vers α.
   a. Compléter le tableau ci-dessous :

	a_n	c_n	b_n	$f(a_n)$	$f(c_n)$	$f(b_n)$
$n{=}0$						
$n{=}1$						
$n{=}2$						
$n{=}3$						
$n{=}4$						
$n{=}5$						

   b. Avec quelle précision obtient-on la valeur de α à l'aide du tableau.