Corrigé exercice 91 :

1. La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = (-8x-10)\mathrm{e}^{-0,5x} + (-4x^2-10x+8) \times (-0,5\mathrm{e}^{-0,5x}) = \mathrm{e}^{-0,5x}(2x^2-3x-14)$. Une exponentielle étant toujours positive, f' a le même signe que $x \mapsto 2x^2-3x-14$. Cette fonction du second degré admet pour racine -2 et $\frac{7}{2}$, d'où le tableau de variations suivant.

x	$-\infty$		-2		$\frac{7}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
f	$-\infty$	$\nearrow$	$f(-2)$	$\searrow$	$f(\frac{7}{2})$	$\nearrow$	1

On calcule $f(-2) \approx 33,6$ et $f(\frac{7}{2}) \approx -12,2$.

2. Sur $[-4;-2]$, on a le tableau de variations suivant.

x	-4		-2
$f'(x)$		$+$	
f	$f(-4)$	$\nearrow$	$f(-2)$

On calcule $f(-4) \approx -116$ et $f(-2) \approx 33,6$.La fonction f est continue et strictement croissante sur $[-4;-2]$ et $0 \in [f(-4); f(-2)]$. Par application du théorème de la bijection, l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $[-4;-2]$.

3. On reconnaît l'algorithme de dichotomie. En effet à chaque boucle on calcule le centre de l'intervalle, puis l'image par f de celui-ci.

	Initialisation	Passage 1	Passage 2	Passage 3	Passage 4	Passage 5
m		-3	-3,5	-3,25	-3,125	-3,1875
Signe de p		< 0	> 0	> 0	< 0	> 0
a	-4	-4	-3,5	-3,25	-3,25	-3,1875
b	-2	-3	-3	-3	-3,125	-3,125
$b-a$	2	1	0,5	0,25	0,125	0,0625
$b-a > 0,1$	Vrai	Vrai	Vrai	Vrai	Vrai	Faux

4. On obtient que $-3,1875 < \alpha < -3,125$.