

Progression Mathématiques - Terminale Spé Maths - année 2023/2024

N°	
1	<p>Limites des fonctions</p> <p>Limite finie ou infinie de fonction en $+\infty$, $-\infty$ et en un réel. Asymptote parallèle aux axes.</p> <p>Limites faisant intervenir des fonctions de référence : puissances, racine carrée, fonction exponentielle</p> <p>Limites et comparaison</p> <p>Opération sur les limites</p> <p>Démo :</p> <ul style="list-style-type: none"> • Limite en $+\infty$ et $-\infty$ de la fonction exponentielle • Croissance comparée de x^n et e^x en $+\infty$ <p>Histoire : Cours d'analyse de Cauchy</p>
2	<p>Suites Numériques</p> <p>Limite de suites en $+\infty$ Cas des suites croissantes non majorées. Suites tendant vers $-\infty$. Suites convergentes. Opérations sur les limites</p> <p>Raisonnement par récurrence</p> <p>Comportement des suites géométriques q^n où q est réel.</p> <p>Limites et comparaison : théorème des gendarmes</p> <p>Théorème admis : limite des suites croissantes majorées ou des suites croissantes minorées</p> <p>Histoire : Récurrence, principe fondamentale de raisonnement par Pascal et Peano</p> <p>Démo :</p> <ul style="list-style-type: none"> • Toute suite croissante non majorée diverge • Limite de q^n : démonstration par récurrence de l'inégalité de Bernoulli • Divergence vers $+\infty$ d'une suite minorée par une suite divergeant vers $+\infty$ <p>Recherche de valeur approchée de π, $\ln(2)$...</p>
3	<p>Continuité des fonctions</p> <p>Fonctions continues en 1 point, sur un intervalle</p> <p>Toute fonction dérivable est continue</p> <p>T.V.I, cas des fonctions continues strictement monotones.</p> <p>Démo : Dichotomie</p> <p>Méthode de Newton, de la sécante</p>
4	<p>Compléments sur la dérivation</p> <p>Composées de deux fonctions $(u \circ v)' = u' \circ v(x) * v'(x)$</p>

	<p>Dérivée seconde d'une fonction. Fonction convexe sur un intervalle. Définition de la position relative de la courbe représentative et des sécantes. Pour une fonction dérivable deux fois, f' croissante $\Leftrightarrow f''$ positive Point d'inflexion</p> <p>Démo : Si f'' est positive alors la courbe représentative de f est au-dessus de ses tangentes.</p>
	VACANCES DE LA TOUSSAINT
5	<p>Combinatoire et dénombrement Principe additif : nombre d'éléments d'une réunion d'ensembles deux à deux disjoints Principe multiplication : nombre d'éléments d'un produit cartésien. Nombre de k-uplets d'un ensemble à n éléments Nombre des parties d'un ensemble à n éléments. Lien avec les n-uplets de $\{0 ; 1\}$; les mots de longueur n sur un alphabet à deux éléments.</p> <p>Nombre de k-uplets d'éléments distincts d'un ensemble à n éléments. Définition de $n !$ Nombre de permutation d'un ensemble fini à n éléments. Combinaison à k élément d'un ensemble de n éléments : partie à k éléments de l'ensemble. Représentation en termes de mots ou de chemins</p> $\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! k!}$ <p>Explication pour $k=0,1,2$. Symétrie. Relation et triangle de pascal. Démo : $\sum \binom{n}{k} = 2^n$ Génération des parties à 2 ou 3 éléments d'un ensemble fini. Démonstration de la relation de Pascal par le calcul</p> <p>Algo : Générer les coefficients binomiaux à l'aide de la relation de Pascal Génération des permutations d'un ensemble fini ou tirage aléatoire d'une permutation. Génération des parties à 2 ou 3 éléments d'un ensemble fini.</p> <p>Histoire Combinatoire comme récréation mathématiques dès l'antiquité et encore présentes chez les arithméticiens au XIX e Informatique et IA</p>
6	<p>Vecteurs, droites et plans de l'espace Vecteurs de l'espace, translations. Combinaison linéaire de vecteurs de l'espace. Droite, vecteurs directeurs, vecteurs colinéaires, Caractérisation d'une droite par un point et un vecteur directeur. Bases, repère de l'espace Décomposition d'un vecteur dans une base. Représentation paramétrique d'une droite. Plan de l'espace Direction d'un plan</p>

	<p>Caractérisation d'un plan de l'espace par un point et un couple de vecteurs non colinéaires.</p> <p>Histoire : Force (Newton) Vitesse (Leibniz).</p>
7	<p>Probabilités : Schéma de Bernoulli – Loi Binomiale</p> <p>Modèle de la succession d'épreuves indépendantes Représentation d'un produit cartésien par un arbre Epreuve de Bernoulli, loi de Bernoulli Schéma de Bernoulli ; répétition de n épreuves de Bernoulli indépendantes. Lien entre les nombres de parties d'un ensemble à n éléments et les chemins dans un arbre, les issues dans une succession de n épreuves de Bernoulli Loi binomiale, loi du nombre de succès. Expression à l'aide des coefficients binomiaux Explication pour $k=0,1,2$, symétrie, relation et triangle de Pascal</p> <p>Démo : Démonstration de la relation de Pascal par une méthode combinatoire Expression de la probabilité de k succès dans le schéma de Bernoulli</p> <p>Algo Planche de Galton Problème de surréservation Simulation d'un échantillon d'une variable aléatoire</p> <p>Histoire : Première étude de la distribution binomiale . Ars Conjectandi de Bernoulli.</p>
	VACANCES NOEL
8	<p>Orthogonalité – distance dans l'espace</p> <p>Produit scalaire de deux vecteurs de l'espace, bilinéarité, symétrie. Orthogonalité de deux vecteurs. Caractérisation par le produit scalaire. Base orthonormée. Repère orthonormé. Coordonnée d'un vecteur dans une base orthonormée. Expressions du produit scalaire et de la norme. Expression de la distance entre deux points. Développement de $\vec{u} + \vec{v} ^2$, formules de polarisation.</p> <p>Orthogonalité de deux droites, d'un plan et d'une droite. Vecteur normal à un plan. Étant donnée un point A et un vecteur non nul \vec{n}, plan passant par A et normal à \vec{n}. Équation cartésienne d'un plan. Projeté orthogonal d'un point sur une droite, sur un plan.</p> <p>Dem : Le projeté orthogonal d'un point M sur un plan P est le point de P le plus proche de M. Équation cartésienne du plan normal au vecteur \vec{n} et passant par le point A.</p>
9	Fonction logarithme Népérien

	<p>Fonction ln construite comme la réciproque de la fonction exponentielle.</p> <p>Propriété algébrique</p> <p>Dérivée, variation</p> <p>Limite en 0 et en $+\infty$, courbe. Lien entre les courbes de ln et exp.</p> <p>Croissance comparée du ln et de x^n en 0 et en $+\infty$,</p>
10	<p>Primitives – Equations différentielles</p> <p>Equation différentielle $y'=f$. Notion de primitive d'une fonction continue sur un intervalle. Deux primitives d'une même fonction continues diffèrent d'une constante.</p> <p>Primitives des fonctions de référence x^n et $\frac{1}{\sqrt{x}}$; e^x.</p> <p>Equation différentielle $y'=ay$, allure des courbes</p> <p>Equation $y'=ay+b$</p> <p>Démo : Deux primitives d'une même fonction continues diffèrent d'une constante</p> <p>Equation différentielle $y'=ay$</p> <p>Algo résolution par la méthode d'Euler des $y'=f$ et de $y'=ay+b$</p> <p>Histoire : lien avec la méca : Newton, Euler, Lagrange, Cauchy.</p>
	VACANCES DE FEVRIER
10	<p>Primitives – Equations différentielles</p> <p>Equation différentielle $y'=ay$, allure des courbes</p> <p>Equation $y'=ay+b$</p> <p>Algo résolution par la méthode d'Euler des $y'=f$ et de $y'=ay+b$</p> <p>Histoire : lien avec la méca : Newton, Euler, Lagrange, Cauchy.</p>
11	<p>Trigonométrie</p> <p>Fonctions cosinus, sinus, cercle trigo</p>
12	<p>Calcul intégral</p> <p>Définition de l'intégrale d'une fonction continue positive définie sur un segment $[a,b]$ comme aire sous la courbe.</p> <p>Notation</p> <p>Théorème de la primitive</p> <p>Théorème fondamentale</p> <p>Définition des primitives linéarité, positivité, intégration et inégalité</p>

	<p>Valeur moyenne, relation de Chasles Intégration par partie</p> <p>Démo : théorème de la primitive Intégration par partie</p>
	VACANCES DE PÂQUES
13	<p>Somme des variables aléatoires Somme des variables aléatoires, linéarité de l'espérance.</p> <p>Additivité de la variance Espérance et écart type pour la loi binomiale Echantillon S_n et M_n</p> <p>Démo : Espérance et écart type pour la loi binomiale</p>
14	Concentration, loi des grands nombres