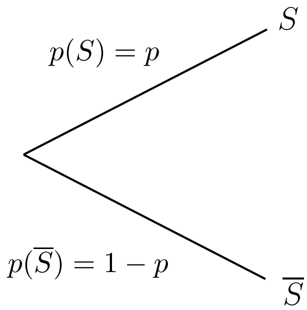
Chapitre 6 - Loi binomiale

Terminales Spé maths

1 Epreuve de Bernoulli- Schéma de Bernoulli

Définition 1.1.
Soit p un réel appartenant à $[0\,;1]$ Une épreuve de Bernoulli est une expérience aléatoire ayant deux issues : S(Succès) et $\bar{S}$(Echec).
On note $p(S) = p$ et $p(\bar{S}) = 1 - p = q$.



Définition 1.2.
On réalise une épreuve de Bernoulli dont le succès S a pour probabilité p. Une variable aléatoire X suit une loi de Bernoulli de paramètre p. Autrement dit, on a $P(X = 1) = p$ et $P(X = 0) = 1 - p$
On décrit une loi de probabilité par le tableau suivant :

x_i	1	0
$p(X = x_i)$	p	$1 - p$

Propriété 1.1.
Soit X une variable aléatoire qui suit une loi de Bernoulli de paramètre p. L'espérance mathématique de X est $E(X) = p$. La variance de X est $V(X) = p(1 - p)$

Définition 1.3.
Soit n un nombre entier naturel non nul. Un schéma de Bernoulli est la répétition de n épreuves de Bernoulli **identiques** et **indépendantes**

2 Loi Binomiale

Définition 2.1.
Soit n un nombre entier naturel non nul et p un réel appartenant à [0 ;1]. Soit X la variable aléatoire comptant le nombre de succès dans un schéma de Bernoulli à n épreuves ; p désignent la probabilité d'un succès à chaque épreuve. Alors X suit la loi binomiale de paramètres n et p. On note $X \backsim \mathcal{B}(n,p)$

Propriété 2.1.
On considère $X \backsim \mathcal{B}(n,p)$ Soient n et k deux entiers tels que $0 \leqslant k \leqslant n$.
On appelle **coefficient binomial** le nombre de chemin de l'arbre pondéré conduisant à k succès parmi les n épreuves. On le note : $\binom{n}{k}$ La loi de probabilité de X est :

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \times p^k \times (1-p)^{n-k}$$

3 Espérance et variance de la loi binomiale

On considère la variable aléatoire X qui suit une loi binomiale de paramètres n et p. On admettra que : l'espérance de X est $E(x) = np$ et que la variance de X est $V(x) = np(1-p)$ et son écart-type $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

4 Introduction à l'échantillonnage

Propriété 4.1.
Soit n un entier naturel non nul, α et p deux nombres réels appartenant à [0 ;1], X une variable aléatoire qui suit la loi binomiale de paramètres n et p. Il existe un intervalle I non vide tel que $P(X \in I) \geq 1 - \alpha$.