E.1 On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 5 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{1}{3} \cdot u_n + 4 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

1. A l'aide d'un raisonnement par récurrence, montrer que la suite (u_n) est majorée par 7.
2. A l'aide d'un raisonnement par récurrence, montrer que la suite (u_n) est croissante.
3. En déduire que la suite (u_n) est convergente.

E.2 On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 1 \quad ; \quad u_{n+1} = \sqrt{2u_n} \quad \text{pour tout entier naturel } n.$$

1. Démontrer que, pour tout entier naturel n : $0 < u_n \leqslant 2$.
2. Déterminer le sens de variation de la suite (u_n).
3. Démontrer que la suite (u_n) est convergente. On ne demande pas la valeur de sa limite.

