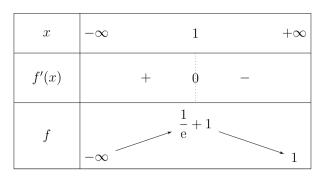
## Corrigé exercice 62:

1. La fonction f est dérivable sur  $\mathbb{R}$  comme somme d'un produit de fonctions dérivables sur  $\mathbb{R}$  et d'une constante. On en déduit qu'elle est continue sur  $\mathbb{R}$ . Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f'(x) = 1 \times e^{-x} + x \times (-e^{-x}) = e^{-x}(1-x)$ . La fonction exponentielle étant toujours positive, f' a le même signe que  $x \mapsto 1-x$ , d'où le tableau de variations suivant.



Sur  $[1; +\infty[$ , le minimum de f vaut 1 qui est strictement positif. L'équation f(x) = 0 n'admet donc pas de solution sur cet intervalle. Sur  $]-\infty$ ; 1], la fonction est continue et strictement croissante. De plus,  $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$  et  $f(1) = \mathrm{e}^{-1} + 1 > 0$ . Comme  $0 \in ]-\infty$ ;  $\mathrm{e}^{-1} + 1]$ , d'après le théorème de la bijection, l'équation f(x) = 0 admet une unique solution sur  $]-\infty$ ; 1] et donc une unique solution sur  $\mathbb{R}$ , notée  $\alpha$  dans l'énoncé.

2. On obtient, à l'aide de la calculatrice par exemple,  $-0.6 < \alpha < -0.5$ .

## Corrigé exercice 66:

Soit  $g = f_1 - f_2$ . Résoudre  $f_1(x) = f_2(x)$  équivaut à résoudre g(x) = 0.

Comme  $g(x) = e^x + x - 2$ , la fonction g est dérivable sur  $\mathbb{R}$  comme somme de fonctions dérivables sur  $\mathbb{R}$ . Elle est donc continue sur  $\mathbb{R}$ .

Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $g'(x) = e^x + 1$ . La fonction exponentielle étant toujours positive, on a donc, pour tout réel x, g'(x) > 0. g est donc continue et strictement croissante sur  $\mathbb{R}$ .

De plus, g(0) = -1 et g(1) = e - 1 > 0. Comme  $0 \in [-1; e - 1]$ , d'après le théorème de la bijection, l'équation g(x) = 0 admet une unique solution  $\alpha \in [0; 1]$ .