

ACM 模板

dnvtmf

2015

目录

1 数据结构	3
2 动态规划	4
3 图论	5
4 数学专题	6
4.1 逆元	6
4.2 模	7
4.3 中国剩余定理和线性同余方程组	9
4.4 组合与组合恒等式	9
4.5 博弈论和 SG 函数	11
5 字符串	13
6 计算几何	14
6.1 计算几何基础	14
6.2 多边形	16
6.3 立体几何	16
7 Java	17

1 数据结构

2 动态规划

3 图论

4 数学专题

4.1 逆元

```
1 //逆元inverse
2 //定义: 如果  $a * b = 1 \pmod{MOD}$ , 则  $b$  是  $a$  的逆元 (模逆元, 乘法逆元)
3 //a的逆元存在条件:  $\gcd(a, MOD) == 1$ 
4 //性质: 逆元是积性函数, 如果  $c = a * b$ , 则  $\text{inv}[c] = \text{inv}[a] * \text{inv}[b] \pmod{MOD}$ 
5 //方法一: 循环找解法 (暴力)
6 //O(n) 预处理  $\text{inv}[1-n]: O(n^2)$ 
7 LL getInv(LL x, LL MOD)
8 {
9     for(LL i = 1; i < MOD; i++)
10         if(x * i % MOD == 1)
11             return i;
12     return -1;
13 }
14
15 //方法二: 费马小定理和欧拉定理
16 //费马小定理:  $a^{(p-1)} \equiv 1 \pmod{p}$ , 其中  $p$  是质数, 所以  $a$  的逆元是  $a^{(p-2)} \pmod{p}$ 
17 //欧拉定理:  $x^{\phi(m)} \equiv 1 \pmod{m}$   $x$  与  $m$  互素,  $m$  是任意整数
18 //O(log n) (配合快速幂), 预处理  $\text{inv}[1-n]: O(n \log n)$ 
19 LL qpow(LL x, LL k, LL MOD) {...}
20 LL getInv(LL x, LL MOD)
21 {
22     //return qpow(x, euler_phi(MOD) - 1, MOD);
23     return qpow(x, MOD - 2, MOD); //MOD是质数
24 }
25
26 //方法三: 扩展欧几里得算法
27 //扩展欧几里得算法可解决  $a * x + b * y = \gcd(a, b)$ 
28 //所以  $a * x \pmod{MOD} = \gcd(a, b) \pmod{MOD}$  ( $b = MOD$ )
29 //O(log n), 预处理  $\text{inv}[1-n]: O(n \log n)$ 
30 inline void exgcd(LL a, LL b, LL &g, LL &x, LL &y)
31 {
32     if(!b) g = x, x = 1, y = 0;
33     else exgcd(b, a % b, g, y, x), y -= (a / b) * x;
34 }
35
36 LL getInv(LL x, LL mod)
37 {
38     LL g, inv, tmp;
39     exgcd(x, mod, g, inv, tmp);
40     return g != 1 ? -1 : (inv % mod + mod) % mod;
41 }
42
43 //方法四: 积性函数
44 //已处理  $\text{inv}[1] \sim \text{inv}[n-1]$ , 求  $\text{inv}[n]$ , ( $MOD > n$ ) ( $MOD$  为质数, 不存在逆元的  $i$  干扰结果)
45 //  $MOD = x * n - y$  ( $0 \leq y < n$ ),  $\implies x * n = y \pmod{MOD}$ ,  $\implies x * n * \text{inv}[y] = y * \text{inv}[y] = 1 \pmod{MOD}$ 
46 //所以  $\text{inv}[n] = x * \text{inv}[y]$  ( $x = MOD - MOD / n, y = MOD \% n$ )
47 //O(log n) 预处理  $\text{inv}[1-n]: O(n)$ 
48 LL inv[NUM];
49 void inv_pre(LL mod)
50 {
51     inv[0] = inv[1] = 1LL;
52     for(int i = 2; i < NUM; i++)
53         inv[i] = (mod - mod / i) * inv[mod % i] % mod;
54 }
55 LL getInv(LL x, LL mod)
56 {
57     LL res = 1LL;
58     while(x > 1)
59     {
```

```

60     res = res * (mod - mod / x) % mod;
61     x = mod % x;
62 }
63 return res;
64 }
65 //方法五：积性函数+因式分解
66 //预处理出所有质数的的逆元，采用exgcd来实现素数 $O(\log n)$ 求逆
67 //采用质因数分解，可在 $O(\log n)$ 求出任意一个数的逆元
68 //预处理 $O(n \log n)$ ，单个 $O(\log n)$ 

```

4.2 模

```

1  /*
2  模(Module)
3  1. 基本运算
4      Add:  $(a + b) \% p = (a \% p + b \% p) \% p$ 
5      Subtract:  $(a - b) \% p = ((a \% p - b \% p) \% p + p) \% p$ 
6      Multiply:  $(a * b) \% p = ((a \% p) * (b \% p)) \% p$ 
7      Dvidive:  $(a / b) \% p = (a * b^{-1}) \% p$   $b^{-1}$ 是b关于p的逆元
8      Power:  $(a^b) \% p = ((a \% p)^b) \% p$ 
9  2. 推论
10     若 $a \equiv b(\%p)$ ,  $c \equiv d(\%p)$ , 则 $(a + c) \equiv (b + d)(\%p)$ ,  $(a - c) \equiv (b - d)(\%p)$ ,  $(a * c) \equiv (b * d)(\%p)$ ,  $(a/c) \equiv (b/d)(\%p)$ 
11
12  3. 费马小定理
13     若p是素数, 对任意正整数x, 有  $x^p \equiv x(\%p)$ .
14  4. 欧拉定理
15     若p与x互素, 则有  $x^{\phi(p)} \equiv 1(\%p)$ .
16  5.  $n! = ap^e$ ,  $\gcd(a, p) = 1$ , p是素数
17      $e = (n/p + n/p^2 + n/p^3 + \dots)$  (a不能被p整除)
18     威尔逊定理:  $(p - 1)! \equiv -1(\%p)$  (当且仅当p是素数)
19     n!中不能被p整除的数的积:  $n! = (p - 1)!^{(n/p)} \times (n \bmod p)!$ 
20     n!中能被p整除的项为: p, 2p, 3p, ..., (n/p)p, 除以p得到1, 2, 3, ..., n/p (问题从缩减到n/p)
21     在 $O(p)$ 时间内预处理除  $0 \leq n < p$  范围内中的  $n! \bmod p$  的表
22     可在 $O(\log_p n)$ 时间内算出答案
23     若不预处理, 复杂度为 $O(p \log_p n)$ 
24  */
25 int fact[MAX_P]; //预处理n! mod p的表.O(p)
26 //分解 $n! = a \cdot p^e$ . 返回a % p.  $O(\log_p n)$ 
27 int mod_fact(int n, int p, int &e)
28 {
29     e = 0;
30     if(n == 0) return 1;
31     //计算p的倍数的部分
32     int res = mod_fact(n / p, p, e);
33     e += n / p;
34     //由于 $(p - 1)! \equiv -1$ , 因此只需知n/p的奇偶性
35     if(n / p % 2) return res * (p - fact[n % p]) % p;
36     return res * fact[n % p] % p;
37 }
38
39 /*
40 6.  $n! = t(p^c)^u$ ,  $\gcd(t, p^c) = 1$ , p是素数
41     1 ~ n中不能被p整除的项模 $p^c$ , 以 $p^c$ 为循环节, 预处理出 $n! \% p^c$ 的表
42     1 ~ n中能被p整除的项, 提取 n/p 个p出来, 剩下阶乘(n/p)!, 递归处理
43     最后, t还要乘上 $p^u$ 
44  */
45 LL fact[NUM];
46 LL qpow(LL x, LL k, LL mod);
47 inline void pre_fact(LL p, LL pc) //预处理 $n! \% p^c$   $O(p^c)$ 
48 {
49     fact[0] = fact[1] = 1;
50     for(int i = 2; i < pc; i++)

```

```

51     {
52         if(i % p) fact[i] = fact[i - 1] * i % pc;
53         else fact[i] = fact[i - 1];
54     }
55 }
56 // 分解  $n! = t(p^c)^u$ ,  $n! \% pc = t * qpow(p, u, pc)$ 
57 inline void mod_factorial(LL n, LL p, LL pc, LL &t, LL &u)
58 {
59     for(t = 1, u = 0; n; u += (n /= p))
60         t = t * fact[n % pc] % pc * qpow(fact[pc - 1], n / pc, pc) % pc;
61 }
62 /*
63 7. 大组合数求模, mod不是质数
64 求  $C_n^m \% mod$ 
65 1) 因式分解:  $mod = p_1^{c_1} p_2^{c_2} \dots p_k^{c_k}$ 
66 2) 对每个因子  $p^c$ , 求  $C_n^m \% p^c = \frac{n! \% p^c}{m! \% p^c (n-m)! \% p^c}$ 
67 3) 根据中国剩余定理求解答案(注: 逆元采用扩展欧几里得求法)
68 */
69 LL fact[NUM];
70 LL prim[NUM], prim_num;
71 LL pre_prim();
72 LL pre_fact(LL p, LL pc);
73 LL mod_factorial(LL n, LL p, LL pc, LL &t, LL &u);
74 LL qpow(LL x, LL k, LL mod);
75 LL getInv(LL x, LL mod);
76
77 LL C(LL n, LL m, LL mod)
78 {
79     LL p, pc, tmpmod = mod;
80     LL Mi, tmpans, t, u, tot;
81     LL ans = 0;
82     int i, j;
83     // 将mod因式分解,  $mod = p_1^{c_1} p_2^{c_2} \dots p_k^{c_k}$ 
84     for(i = 0; prim[i] <= tmpmod; i++)
85         if(tmpmod % prim[i] == 0)
86         {
87             for(p = prim[i], pc = 1; tmpmod % p == 0; tmpmod /= p)
88                 pc *= p;
89             // 求  $C_n^k \% pc$ 
90             pre_fact(p, pc);
91             mod_factorial(n, p, pc, t, u); // n!
92             tmpans = t;
93             tot = u;
94             mod_factorial(m, p, pc, t, u); // m!
95             tmpans = tmpans * getInv(t, pc) % pc; // 求逆元: 采用扩展欧几里得定律
96             tot -= u;
97             mod_factorial(n - m, p, pc, t, u); // (n - m)!
98             tmpans = tmpans * getInv(t, pc) % pc;
99             tot -= u;
100            tmpans = tmpans * qpow(p, tot, pc) % pc;
101            // 中国剩余定理
102            Mi = mod / pc;
103            ans = (ans + tmpans * Mi % mod * getInv(Mi, pc) % mod) % mod;
104        }
105     return ans;
106 }
107
108 /*
109 8. 大组合数求模, mod是素数, Lucas定理
110 Lucas定理:  $C_n^m \% mod = C_{n/mod}^{m/mod} \cdot C_{n \% mod}^{m \% mod} \% mod$ 
111 采用O(n)方法预处理0~n-1的  $n! \% mod$  和每个数的逆元, 则可在O(log n)时间求出  $C_n^k \% mod$ 
112 */
113 LL fact[NUM], inv[NUM];
114 void Lucas_init(LL mod); // 预处理

```



```

115 LL Lucas(LL n, LL m, LL mod) //mod是质数
116 {
117     LL a, b, res = 1LL;
118     while(n && m)
119     {
120         a = n % mod, b = m % mod;
121         if(a < b) return 0LL;
122         res = res * fact[a] % mod * inv[fact[b] * fact[a - b] % mod, mod] % mod;
123         n /= mod, m /= mod;
124     }
125     return res;
126 }

```

4.3 中国剩余定理和线性同余方程组

```

1  /*线性同余方程
2   $a_i \times x \equiv b_i \pmod{m_i} \quad (1 \leq i \leq n)$ 
3  如果方程组有解, 那么一定有无解有无穷多解, 解的全集可写为  $x \equiv b \pmod{m}$  的形式.
4  对方程逐一求解. 令  $b = 0, m = 1$ ;
5  1.  $x \equiv b \pmod{m}$  可写为  $x = b + m * t$ ;
6  2. 带入第  $i$  个式子:  $a_i(b + m * t) \equiv b_i \pmod{m_i}$ , 即  $a_i \times m \times t \equiv b_i - a_i \times b \pmod{m_i}$ 
7  3. 当  $\gcd(m_i, a_i \times m)$  无法整除  $b_i - a_i \times b$  时原方程组无解, 否则用 exgcd, 求出满组条件的最小非负整数  $t$ ,
8
9  中国剩余定理:
10  对  $x \equiv a_i \pmod{m_i} (1 \leq i \leq n)$ , 其中  $m_1, m_2, \dots, m_n$  两两互素,  $a_1, a_2, \dots, a_n$  是任意整数, 则有解:
11   $M = \prod m_i, b = \sum_i a_i M_i^{-1} M_i (M_i = M / m_i)$ 
12  */
13 int gcd(int a, int b);
14 int getInv(int x, int mod);
15 pair<int, int> linear_congruence(const vector<int> &A, const vector<int> &B, const vector<int> &M)
16 {
17     //初始解设为表示所有整数的  $x \equiv 0 \pmod{1}$ 
18     int x = 0, m = 1;
19     for(int i = 0; i < A.size(); i++)
20     {
21         int a = A[i]*m, b = B[i] - A[i] * x, d = gcd(M[i], a);
22         if(b % d == 0) return make_pair(0, -1); //无解
23         int t = b/d * getInv(a / d, M[i] / d) % (M[i] / d);
24         x = x + m * t;
25         m *= M[i] / d;
26     }
27     return make_pair<x % m, m>;
28 }

```

4.4 组合与组合恒等式

```

1  /*1. 组合: 从  $n$  个不同的元素中取  $r$  个的方案数  $C_n^r$ :
2
3  
$$C_n^r = \begin{cases} \frac{n!}{r!(n-r)!}, & n \geq r \\ 1, & n \geq r = 0 \\ 0, & n < r \end{cases}$$

4  推论1:  $C_n^r = C_n^{n-r}$ 
5  推论2(Pascal公式):  $C_n^r = C_{n-1}^r + C_{n-1}^{r-1}$ 
6  推论3:  $\sum_{k=r-1}^{n-1} C_k^{r-1} = C_{n-1}^{r-1} + C_{n-2}^{r-2} + \dots + C_{r-1}^{r-1} = C_n^r$ 
7  2. 从重集  $B = \{\infty \cdot b_1, \infty \cdot b_2, \dots, \infty \cdot b_n\}$  的  $r$ -组合数  $F(n, r)$  为
8  
$$F(n, r) = C_{n+r-1}^r$$

9  3. 二项式定义
10  当  $n$  是一个正整数时, 对任何  $x$  和  $y$  有:

```

11

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k x^k y^{n-k}$$

12

令 $y=1$, 有:

13

$$(1+x)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k x^k = \sum_{k=0}^n C_n^{n-k} x^k$$

14

广义二项式定理:

15

广义二项式系数: 对于任何实数 α 和整数 k , 有

16

$$C_\alpha^k = \begin{cases} \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-k+1)}{k!} & k > 0 \\ 1 & k = 0 \\ 0 & k < 0 \end{cases}$$

17

设 α 是一个任意实数, 则对满足 $|\frac{x}{y}| < 1$ 的所有 x 和 y , 有

18

$$(x+y)^\alpha = \sum_{k=0}^{\infty} C_\alpha^k x^k y^{\alpha-k}$$

19

推论: 令 $z = \frac{x}{y}$, 则有

20

$$(1+z)^\alpha = \sum_{k=0}^{\infty} C_\alpha^k z^k, |z| < 1$$

21

令 $\alpha = -n$ (n 是正整数), 有

22

$$(1+z)^{-n} = \frac{1}{(1+z)^n} = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k C_{n+k-1}^k z^k$$

23

又令 $z = -rz$, (r 为非零常数), 有

24

又令 $n=1$, 有

25

$$\frac{1}{1+z} = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k z^k$$

26

令 $z = -z$, 有

27

$$\frac{1}{1-z} = \sum_{k=0}^{\infty} z^k$$

28

令 $\alpha = \frac{1}{2}$, 有

29

$$\sqrt{1+z} = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{k \cdot 2^{2k-1}} C_{2k-2}^{k-1} z^k$$

30

4. 组合恒等式

31

1. $\sum_{k=0}^n C_n^k = 2^n$
2. $\sum_{k=0}^n (-1)^k C_n^k = 0$
3. 对于正整数 n 和 k ,

$$C_n^k = \frac{n}{k} C_{n-1}^{k-1}$$

4. 对于正整数 n ,

$$\sum_{k=0}^n k C_n^k = \sum_{k=1}^n k C_n^k = n \cdot 2^{n-1}$$

5. 对于正整数 n ,

$$\sum_{k=0}^n (-1)^k k C_n^k = 0$$

6. 对于正整数 n ,

$$\sum_{k=0}^n k^2 C_n^k = n(n+1)2^{n-2}$$

7. 对于正整数 n ,

$$\sum_{k=0}^n \frac{1}{k+1} C_n^k = \frac{2^{n+1} - 1}{n+1}$$

8. (Vandermonde 恒等式) 对于正整数 n, m 和 p , 有 $p \leq \min m, n$,

$$\sum_{k=0}^p C_n^k C_m^{p-k} = C_{m+n}^p$$

9. (令 $p=m$) 对于任何正整数 n, m ,

$$\sum_{k=0}^m C_m^k C_n^k = C_{m+n}^m$$

10. (又令 $m=n$) 对于任何正整数 n ,

$$\sum_{k=0}^n (C_n^k)^2 = C_{2n}^n$$

11. 对于非负整数 p, q 和 n ,

$$\sum_{k=0}^p C_p^k C_q^k C_{n+k}^{p+q} = C_n^p C_n^q$$

12. 对于非负整数 p, q 和 n ,

$$\sum_{k=0}^p C_p^k C_q^k C_{n+p+q-k}^{p+q} = C_{n+p}^p C_{n+q}^q$$

13. 对于非负整数 n, k ,

$$\sum_{i=0}^n C_i^k = C_{n+1}^{k+1}$$

14. 对于所有实数 α 和非负整数 k ,

$$\sum_{j=0}^k C_{\alpha+j}^j = C_{\alpha+k+1}^k$$

15.

$$\sum_{k=0}^n \frac{2^{k+1}}{k+1} C_n^K = \frac{3^{n+1} - 1}{n+1}$$

16.

$$\sum_{k=0}^m C_{n-k}^{m-k} = C_{n+1}^m$$

17.

$$\sum_{k=m}^n C_k^m C_n^k = C_n^m 2^{n-m}$$

18.

$$\sum_{k=0}^m (-1)^k C_n^k = (-1)^m C_{n-1}^m$$

32 | */

4.5 博弈论和 SG 函数

1 /* 博弈论

2 * 组合游戏和SG函数

3 *

4 * 组合游戏定义: 两人轮流决策; 游戏状态集合有限; 参与者操作时可将一状态转移到另一状态, 对任一状态都有可以到达的状态集

5 *

6 * 参与者不能操作是, 游戏结束, 按规则定胜负; 游戏在有限步内结束(没有平局); 参与者有游戏的所有信息.

7 * 必胜态和必败态: 必胜态(N-position): 当前玩家有策略使得对手无论做什么操作, 都能保证自己胜利

8 *

9 * 必败态(P-position): 对手的必胜态

10 *

11 * 组合游戏中某一状态不是必胜态就是必败态

12 *

13 * 对任意的必胜态, 总存在一种方式转移到必败态

14 *

15 * 对任意的必败态, 只能转移到必胜态

16 * 找出必败态和必胜态: 1、按照规则, 终止状态设为必败(胜)态

17 *

18 * 2、将所有能到达必败态的状态标为必胜态

19 *

20 * 3、将只能到达必胜态的状态标为必败态

21 *

22 * 4、重复2-3, 直到不再产生必败(胜)态

23 *SG函数(the Sprague-Grundy function)

24 * 定义: 游戏状态为 x , $sg(x)$ 表示状态 x 的sg函数值, $sg(x) = \min \{n | n \in N, n \notin F(x)\}$,

25 $F(x)$ 表示 x 能够达到的所有状态.

16 | * 一个状态为必败态则 $\text{sg}(x)=0$
 17 | *SG定理：如果游戏G由n个子游戏组成， $G =$
 | $G_1 + G_2 + G_3 + \dots + G_n$ ，并且第i个游戏sg函数值为 sg_i ，则游戏G的sg函数值为 $g = sg_1 \wedge sg_2 \wedge \dots \wedge sg_n$
 18 | */

5 字符串

6 计算几何

6.1 计算几何基础

```
1 //精度设置
2 const int EPS = 1e-6;
3 int sgn(double x)
4 {
5     if(x < -EPS)return -1;
6     return x > EPS ? 1 : 0;
7 }
8 //点 (向量)的定义和基本运算
9 struct Point
10 {
11     double x, y;
12     Point(double _x = 0.0, double _y = 0.0):x(_x), y(_y){}
13     Point operator + (Point &b)//向量加法
14     {
15         return Point(x + b.x, y + b.y);
16     }
17     Point operator - (Point &b)//向量减法
18     {
19         return Point(x - b.x, y - b.y);
20     }
21     Point operator * (double b)//标量乘法
22     {
23         return Point(x*b, y*b);
24     }
25     double operator * (Point &b)//向量点积  $a \cdot b = |a||b|\cos\theta$ 点积为0, 表示两向量垂直
26     {
27         return x*b.x + y*b.y;
28     }
29     /*向量叉积  $a \times b = |a||b|\sin\theta$ 
30     * 叉积小于0, 表示向量b在当前向量顺时针方向
31     * 叉积等于0, 表示两向量平行
32     * 叉积大于0, 表示向量b在当前向量逆时针方向
33     */
34     double operator ^ (Point b)
35     {
36         return x * b.y - y * b.x;
37     }
38     Point rot(double ang)
39     { //向量逆时针旋转ang弧度
40         return Point(x*cos(ang) - y*sin(ang), x*sin(ang) + y*cos(ang));
41     }
42 };
43 //直线 线段定义
44 struct Line
45 {
46     Point s, e;
47     double k;
48     Point(){}
49     Point(Point _s, Point _e)
50     {
51         s = _s, e = _e;
52         k = atan2(e.y - s.y, e.x - s.x);
53     }
54     //求两直线交点
55     //返回-1两直线重合, 0 相交, 1 平行
56     pair<int, Point> operator &(Line &b)
57     {
58         if(sgn((s - e)^(b.s - b.e)) == 0)
59         {
```

```

60         if(sgn((s - b.e) ^ (b.s - b.e)) == 0)
61             return make_pair(-1, s); //重合
62         else
63             return make_pari(1, s); //平行
64     }
65     double t = ((s - b.s)^(b.s - b.e)) / ((s - e)^(b.s - b.e));
66     return Point(s.x + (e.x - s.x)*t, s.y + (e.y - s.y)*t);
67 }
68 };
69
70 //两点间距离
71 double dist(Point &a, Point &b)
72 {
73     return sqrt((a - b) * (a - b));
74 }
75
76 /*判断点p在线段l上
77 * (p - l.s) ^ (l.s - l.e) = 0; 保证点p在直线L上
78 * p在线段l的两个端点l.s, l.e为对角顶点的矩形内
79 */
80 bool Point_on_Segment(Point &p, Line &l)
81 {
82     return sgn((p - l.s) ^ (l.s - l.e)) == 0 &&
83         sgn((p.x - l.s.x) * (p.x - l.e.x)) <= 0 &&
84         sgn((p.y - l.s.y) * (p.y - l.e.y)) <= 0;
85 }
86 //判断点p在直线l上
87 bool Point_on_Line(Point &p, Line &l)
88 {
89     return sgn((p - l.s)^(l.s - l.e)) == 0;
90 }
91
92 /*判断两线段l1, l2相交
93 * 1. 快速排斥实验: 判断以l1为对角线的矩形是否与以l2为对角线的矩形是否相交
94 * 2. 跨立实验: l2的两个端点是否在线段l1的两端
95 */
96 bool seg_seg_inter(Line seg1, Line seg2)
97 {
98     return
99         sgn(max(seg1.s.x, seg1.e.x) - min(seg2.s.x, seg2.e.x)) >= 0 &&
100         sgn(max(seg2.s.x, seg2.e.x) - min(seg1.s.x, seg1.e.x)) >= 0 &&
101         sgn(max(seg1.s.y, seg1.e.y) - min(seg2.s.y, seg2.e.y)) >= 0 &&
102         sgn(max(seg2.s.y, seg2.e.y) - min(seg1.s.y, seg1.e.y)) >= 0 &&
103         sgn((seg2.s - seg1.e) ^ (seg1.s - seg1.e)) * sgn((seg2.e - seg1.e) ^ (seg1.s - seg1.e)) <=
104         0 &&
105         sgn((seg1.s - seg2.e) ^ (seg2.s - seg2.e)) * sgn((seg1.e - seg2.e) ^ (seg2.s - seg2.e)) <=
106         0;
107 }
108 //判断直线与线段相交
109 bool seg_line_inter(Line &line, Line &seg)
110 {
111     return sgn((seg.s - line.e) ^ (line.s - line.e)) * sgn((seg.e - line.e) ^ (line.s - line.e)) <=
112     0;
113 }
114 //点到直线的距离, 返回垂足
115 Point Point_to_Line(Point p, Point l)
116 {
117     double t = ((p - l.s) * (l.e - l.s)) / ((l.e - l.s) * (l.e - l.s));
118     return Point(l.s.x + (l.e.x - l.s.x) * t, l.s.y + (l.e.y - l.s.y) * t);
119 }
120 //点到线段的距离
121 //返回点到线段最近的点

```

```

121 Point Point_to_Segment(Point p, Line seg)
122 {
123     double t = ((p - l.s) * (l.e - l.s)) / ((l.e - l.s) * (l.e - l.s));
124     if(t >= 0 && t <= 1)
125         return Point(l.s.x + (l.e.x - l.s.x) * t, l.s.y + (l.e.y - l.s.y) * t);
126     else if(sgn(dist(p, l.s) - dist(p, l.e)) <= 0)
127         return l.s;
128     else
129         return l.e;
130 }

```

6.2 多边形

```

1 /*1. 三角形
2  * 顶点A,B,C,边a, b, c
3  * 内接圆半径r, 外接圆半径R
4  * 三角形面积:

```

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ab\sin\alpha = \frac{1}{2} \times |\vec{AB} \times \vec{AC}|$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}hc$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{abc}{4R} = \frac{(a+b+c)r}{2}$$

$$S_{\triangle ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad (p = \frac{1}{2}(a+b+c))$$

```

5  * 外接圆: 圆心 (外心): 三条边上垂直平分线的交点, 半径: 外心到顶点距离
6  * 两条垂直平分线:  $(x - \frac{x_A+x_B}{2})(x_A - x_B) = -(y_A - y_B)(y - \frac{y_A+y_B}{2})$ 
7  * 和  $(x - \frac{x_B+x_C}{2})(x_B - x_C) = -(y_B - y_C)(y - \frac{y_B+y_C}{2})$ 
8  * 外心坐标:

```

$$x = \frac{\frac{(x_A - x_B)(x_A + x_B)}{2y_A - 2y_B} - \frac{(x_B - x_C)(x_B + x_C)}{2y_B - 2y_C} + \frac{y_A + y_B}{2} - (y_B + y_C)}{\frac{x_A - x_B}{y_A - y - B} - \frac{x_B - x_C}{y_B - y_C}}$$

$$y = \frac{\frac{(y_A - y_B)(y_A + y_B)}{2x_A - 2x_B} - \frac{(y_B - y_C)(y_B + y_C)}{2x_B - 2x_C} + \frac{x_A + x_B}{2} - (x_B + x_C)}{\frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} - \frac{y_B - y_C}{x_B - x_C}}$$

```

9  *2. 多边形
10 *
11 *
12 *3. 凸包
13 *
14 *4. 圆
15 */

```

6.3 立体几何

7 Java

```
1 import java.io.*;
2 import java.util.*;
3 import java.math.*;
4 import java.BigInteger;
5
6 public class Main{
7     public static void main(String arg[]) throws Exception{
8         Scanner cin = new Scanner(System.in);
9
10        BigInteger a, b;
11        a = new BigInteger("123");
12        a = cin.nextBigInteger();
13        a.add(b); // a + b
14        a.subtract(b); // a - b
15        a.multiply(b); // a * b
16        a.divide(b); // a / b
17        a.negate(); // -a
18        a.remainder(b); // a % b
19        a.abs(); // |a|
20        a.pow(b); // a^b
21        //.... and other math fuction, like log();
22        a.toString();
23        a.compareTo(b); //
24    }
25 }
26 }
```