

# Matematično modeliranje projekt

Naloga: Imamo ~~več~~ sivinskih slik  
števk ~~0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9~~.  
S pomočjo sivinskih slik števk  
velikosti  $16 \times 16$ , prepoznati  
v množici ne vsebovane  
slike števk.

Rešitev: Slike vse sformatiramo v tabelno  
obliko ter jih nato shranimo  
v množico  $N_i$ , kjer  $i$  predstavlja  
stevilko na sliki.

Množine iz slike Slike iz  
množice  $N_i$  potem preoblikujemo  
v vektor  $v_{ij}$ , kjer je  $j$  zaporedno  
število vektorja določene številke

$$\text{slika} = \begin{bmatrix} | & | & & | \\ a_1 & a_2 & \dots & a_{n_0} \\ | & | & & | \end{bmatrix} \rightarrow v_{ij} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_{n_0} \end{bmatrix}$$

Vektorje, ki predstavljajo isto  
množico potem združimo enega  
na drugem v matriko  $A_i$

$$A_i = \begin{bmatrix} | & & | \\ v_{i,1} & \dots & v_{i,m} \\ | & & | \end{bmatrix}$$



Šliho  $A_i$ , ki se testira prav tako formativno v vektor  $b$ . Zdej lahko napišemo enačbo

$$A_i x = b$$

Ta enačba nam oli je shika predstavljeno v vektorjem  $b$  v vektorskem prostoru  $A_i$ .

posameznih rokopisov  
kerodi unikatnosti in majhnih variancij, pa to včlanovna ne dozi.  
notraj rokopisov

Zato je same unikatnosti se je težko razbiti in bi se načeloma moralo uporabiti ogromno število različnih primerov od mnogih oseb.

Variancije sam notraj rokopisov samih, pa <sup>se</sup> je mnogo težje razbiti, če upoštevamo, da je so razlike med rokopisom iste številke mnogo manjše kot razlike med različnimi številkami.

Torej pričemo rešitv, ki se shiki najbolj prilega.

$x_i = A_i^+ b$  posplošen  
kjer je  $A_i^+$  ~~splošni~~ inverzna matrika

$A_i$

$A_i^+$



Predpostavljamo, da je različna med  
~~na~~ matrika  $A_i$ , od katere  $x_i$  kolikor  
~~med~~ na njenim posplošnim vektorom  
 je najbližje I je matrika od pr  
 prikazane stoke, torej  
 $\min_i \|I - A_i^+\|$   
 ali drugje  
 $\min_i \|b - A_i b\|$

Implementacija

~~Zaradi učinkovitosti~~ poskusimo  
~~Zaradi učinkovitosti~~ preoblikovati  
 ~~$\|b - A\|$~~  uporabiti SVD razcep namesto  
 $A_i$

$$A_i = U_i S_i V_i^T$$

~~Če prenesemo~~, uvedemo  $y_i = V_i^T x_i$   
 lahko spremenimo izraz

$$\|b - A_i x_i\| \sim \|U_i^T b - S_i y_i\|$$

Kajprej dokazimo, da je

$$\|y_i\| = \|x_i\|$$

$$\|y_i\| = \|V_i^T x_i\| = \|V_i^T\| \|x_i\|$$

$\rightarrow V_i^T$  je ortogonalna  
 vektorizirana  
 torej je  $\|V_i^T\| = 1$

Sicer pa si stvar  
 lahko tudi  $V_i^T$  samo  
 rotacijska matrika  
 lahko razlagamo tako, da je



$$\|b_i - A_i x_i\| =$$

$$\|b - U_i S_i (V_i^T x_i)\| =$$

$$= \|b - U_i S_i y_i\| =$$

$$= \|U_i^T\| \|b - U_i S_i y_i\| =$$

↖ velikost 1

$$= \|U_i^T b - S_i y_i\|$$

S tem si prihranimo računanje množenja  $b$  in  $V$ .

### Implementacija

repozitorij: digit-recognition

funkcije: digRec.m, ~~format.m~~

podatki: raw ... ne formatirane slike  
learnset ... matrice  $U_i$  in  $S_i$   
testset ... formatirane slike

~~Škoda, če je treba formatirati, da bodo ustrezne oblike.~~

~~Slike najprej povzamemo v~~  
~~imresize()~~

~~Potem jih spremenimo v sivinske slike.~~

~~Ter shranimo v learnset v obliki  $U_i, S_i$ .~~