

Prepoznavanje ročno napisanih števk

Naloga: Slike ročno napisanih števk razdelimo v učni in testni nabor.

Želimo ustvariti razpoznavalnik ročno napisanih števk, ki s uporabo učnega nabora pravilno razpozna slike iz testnega nabora.

Specifikacije:

Slike so sivinske, velikosti 16×16 .

Rešitev: Stolpčne vektorje, ki predstavljajo sliko razložimo enega pod drugega v en sam slikovni vektor velikosti 1×256 .

Slikovne vektorje, ki predstavljajo isto števko razložimo skupaj v matriko A_i , kjer i predstavlja števko.

$$\text{slika} = \begin{bmatrix} | & & | \\ \downarrow & \dots & \downarrow \\ | & & | \end{bmatrix} \rightarrow a_i = \begin{bmatrix} \downarrow \\ \downarrow \\ \vdots \\ \downarrow \end{bmatrix} \rightarrow A_i = \begin{bmatrix} | & & | \\ a_1 & \dots & a_m \\ | & & | \end{bmatrix}$$

Na mesto slike na razpoznavo uporabimo
njen slikovni vektor b .

Tako dobimo enačbo

$$A_i x = b$$

Načeloma se sprašujemo ali je
vektor b v vektorskem prostoru
slik številke i .

Odgovor načeloma je ne.

Razlog za to so majhne
variancije notraj rokopisov
samih.

Lahko pa sklepamo, da je b
najbližje tistemu vektorskemu
prostoru, ~~to~~ od katerega številko
predstavlja.

Na podlagi tega uvedemo
enačbo

$$x_i = A_i^+ b$$

kjer je A_i^+ posplošen inverz A_i

enačbo

$$r = \|I - A_i A_i^+\| \text{ ali } r = \|b - A_i x_i\|$$

pa nam pove povprečno
odstopanje vektorja b od
vsakega vsakega slikovnega
vektorja v našem naboru.

Iz naše predpostavke sledi,
da je številka i z najmanjšim
 r , najverjetneje številka, ki jo
 b predstavlja.

Vzamemo SVD razcep A_i

$$A_i = U_i S_i V_i^T$$

Vpeljemo $y_i = V_i^T x_i$.

Ker je V_i ortonormirana matrika je
 $\|y_i\| = \|x_i\|$

Z vpeljo y_i , lahko preoblikujemo enačbo

$$\begin{aligned} r &= \|b - A_i x_i\| = \\ &= \|b - U_i S_i (V_i^T x_i)\| = \\ &= \|b - U_i S_i y_i\| = \\ &= 1 \cdot \|b - U_i S_i y_i\| = \\ &= \|U_i^T\| \|b - U_i S_i y_i\| = \\ &= \|U_i^T b - S_i y_i\| \end{aligned}$$

To velja, ker je tudi U_i ortonormirana.

Dokumentar: Uporaba SVD razcepa ne samo poveča učinkovitost, vendar tudi omogoči regulacijo natančnosti s katero razpознаvamo program.

Če uporabimo samo nek del \times singularnih vrednosti bomo postopek pohitili na rešo manj natančnega razpознаvanja.