1 Proven

1 Phụ đề $(*)$

Ta có: Vector từ điểm $O(0,0)$ đến mặt phẳng $\vec{w}\vec{x} + w_0 = 0(d)$ hay vector từ điểm $O(0,0)$ đến hình chiếu của điểm O lên mặt phẳng d là:

$$(\vec{O,d}) = \frac{-w_0}{||\vec{w}||}$$

Từ đây ta có: Vector từ điểm I đến mặt phẳng $\vec{w}\vec{x} + w_0 = 0(d)$ là:

$$(\vec{I,d}) = -(\vec{O,d'}) + (\vec{O,d})$$

Với $\vec{w}(\vec{x} - \vec{I}) = 0(d')$ là mặt phẳng đi qua I và song song với mặt phẳng d

$$\Rightarrow (\vec{I,d}) = -\frac{\vec{w}\vec{I}}{||\vec{w}||} + \frac{-w_0}{||\vec{w}||}$$

$$\Rightarrow (\vec{I,d}) = -\frac{\vec{w}\vec{I} + w_0}{||\vec{w}||}$$

Từ đó khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng $\vec{w}\vec{x} + w_0 = 0(d)$ là:

$$d(d,O) = ||\frac{\vec{w}\vec{I} + w_0}{||\vec{w}||}||$$

3 Support Vector Machine

Bài toán: Cho hai lớp và các điểm thuộc hai lớp đấy. Gọi các điểm đấy là các điểm dữ liệu. Cần tìm mặt phẳng d để khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song, cách đều mặt phẳng d mà vùng không gian tạo bởi hai mặt phẳng đó vẫn không chứa bất kỳ điểm dữ liệu nào là lớn nhất.

Bài toán trên tương đương với bài toán:
Cho hai lớp và các điểm thuộc hai lớp đấy. Gọi các điểm đấy là các điểm dữ liệu. Cần tìm hai mặt phẳng song song sao cho vùng không gian tạo bởi hai mặt phẳng đấy chia không gian còn lại thành hai phần khác nhau, mỗi phần chỉ chứa các điểm dữ liệu của một lớp mà khoảng cách giữa hai mặt phẳng đấy là lớn nhất.

Ta có: Bất kỳ hai mặt phẳng song song nào đều được biểu diễn bởi:

$$\vec{w}\vec{x} + w_0 - 1 = 0(d_1)$$

$$\vec{w}\vec{x} + w_0 + 1 = 0(d_2)$$

Khoảng cách giữa d_1 và d_2 là:

$$\Delta_{12} = \frac{2}{||\vec{w}||}$$