

Đề thi cuối kỳ - Phương pháp tính kỹ thuật (đề 1)

Trường ĐH Kỹ thuật - Công nghệ Cần Thơ

Học kỳ 1 - 2014-2015

GV: Doãn Minh Đăng (Điện thoại: 0947613939)

Yêu cầu

- Thời gian làm bài: 90 phút, hình thức thi: tự luận.
- Sinh viên không được dùng tài liệu, ngoại trừ một tờ giấy A4 viết tay bằng mực xanh, có ghi tên và mã số sinh viên của người dự thi.
- Được dùng máy tính cầm tay, không được dùng điện thoại di động.

1 Bài 1 (2 điểm)

Cho hàm số $f(x) = x^3 - \frac{1}{3}x + \frac{2}{27}$ có các khoảng cách ly nghiệm là $[-1, -0.5]$ và $[0, 1]$.

- (1 điểm) Dùng phương pháp Newton-Raphson để tìm nghiệm của phương trình $f(x) = 0$ với điểm bắt đầu là $x_0 = 1$, lặp tối thiểu 5 bước. Trình bày kết quả theo bảng gồm các giá trị x_k , $f(x_k)$.
- (0.5 điểm) Khi áp dụng phương pháp chia đôi để tìm nghiệm của bài toán này trong đoạn $[0, 1]$, kết quả có hội tụ về cùng điểm hội tụ của phương pháp Newton-Raphson hay không? Giải thích.
- (★) (0.5 điểm) Hãy dùng công thức ước lượng sai số tổng quát để đánh giá sai số đối với nghiệm xấp xỉ thu được ở câu a).

2 Bài 2 (2 điểm)

Cho hệ phương trình tuyến tính $AX = B$, với các ma trận A, B, X như sau:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 3 & 3 & 5 \\ 2 & 1 & 8 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 32 \\ 24 \\ 28 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

- (1 điểm) Tìm các số điều kiện của ma trận A theo chuẩn 1 và chuẩn ∞ .
- (0.5 điểm) Tìm nghiệm của hệ bằng phương pháp khử Gauss hoặc Gauss-Jordan.
- (0.5 điểm) Khi dùng phương pháp lặp Jacobi để giải hệ phương trình trên, phép lặp có hội tụ về nghiệm của hệ hay không? Giải thích.

3 Bài 3 (2 điểm)

Một vật rắn chuyển động trong không gian theo một phương x , người ta đo vị trí của vật tại các điểm thời gian t_k , thu được các giá trị đo x_k như trong bảng dưới đây.

	k	t_k	x_k
a). (1 điểm) Dùng công thức sai phân tiến để tính giá trị của vận tốc chuyển động của vật, ký hiệu là v_k , tại các thời điểm t_k , với $k = 0, \dots, 9$.	0	0.0	0.0
	1	0.1	0.5209
	2	0.2	0.8226
	3	0.3	1.1031
b). (0.5 điểm) Sử dụng phương pháp bình phương bé nhất, tìm hàm số có dạng $v(t) = A + Bt$, với các giá trị v_k tính được ở câu trên.	4	0.4	1.2477
	5	0.5	1.2813
	6	0.6	1.309
	7	0.7	1.1464
c). (0.5 điểm) Tính xấp xỉ vận tốc của vật tại thời điểm $t = 0.85$.	8	0.8	0.8759
	9	0.9	0.6008
	10	1.0	0.1709

4 Bài 4 (2 điểm)

Xét bài toán phương trình vi phân với điều kiện ban đầu sau: $\begin{cases} y' = y + t, t \geq 0 \\ y(0) = 1 \end{cases}$

- (0.5 điểm) Hãy dùng công thức Euler để tính giá trị xấp xỉ của hàm $y(t)$ tại các thời điểm $t = 0.2, t = 0.4$ và $t = 0.6$ với bước $h = 0.2$.
- (1 điểm) Sử dụng đa thức nội suy Lagrange (hoặc Newton) và dựa trên các giá trị tính được ở câu a), hãy tính xấp xỉ giá trị của hàm số y tại $t = 0.5$.
- (0.5 điểm) Hãy dùng công thức Runge-Kutta bậc 4 để tính giá trị xấp xỉ của hàm $y(t)$ tại $t = 0.4$ với bước $h = 0.2$.

5 Bài 5 (2 điểm)

Cho một hàm được viết để chạy trong chương trình Octave, lưu trong file tên *taodayso.m*, có nội dung như sau:

```
function [y]=taodayso(a,b,n)
if nargin<3
    n=10;
end
y=zeros(1,n); y(1)=a; y(2)=b;
k=3;
while k<=n
    y(k)=y(k-1)+y(k-2);
    k=k+1;
end
```

- (0.5 điểm) Cho biết kết quả xuất ra khi chạy lệnh sau đây trong Octave: `y1=taodayso(1,3,5)`
- (0.5 điểm) Cho biết kết quả xuất ra khi chạy lệnh sau đây trong Octave: `y2=taodayso(1,1)`
- (0.5 điểm) Cho biết kết quả xuất ra khi chạy lệnh sau đây trong Octave: `y3=taodayso(1,1,1)`
- (0.5 điểm) Sau khi thực hiện lệnh `y=taodayso(1,1,N)` với N là một số tự nhiên bất kỳ đã có sẵn trong bộ nhớ, ta muốn tạo ra một vector "mặt nạ" của y , tức là một vector ym mà mỗi phần tử của nó chỉ có thể mang giá trị 0 hoặc 1, giá trị 1 cho biết là phần tử tương ứng (ở cùng vị trí) trong vector y là một số lớn hơn hoặc bằng 10, và 0 chỉ điều ngược lại. Hãy viết các câu lệnh trong Octave để tạo ra được vector ym theo mô tả trên.